

باسمه تعالی

سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضی 3	ساعت شروع :	تعداد صفحه: 2
پایه دوازدهم تجربی دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: 1402/2/5	مدت امتحان: 120 دقیقه
دانش آموزان روزانه نوبت عصر	نام و نام خانوادگی:	آموزش و پرورش ناحیه 2 زاهدان
(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد.)		
1	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه اش اکیدا نزولی است. ب) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد شکل بیضی کشیده تر خواهد شد.	0.5
2	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(7) = 5, g(4) = 7$ آنگاه $f \circ g(4) = \dots$ ب) برد تابع $y = \tan x$ برابر است.	0.5
3	با توجه به ضابطه تابع f, g ، مقدار x را بیابید. $f(x) = 2x - 5 \quad g(x) = x^2 - 3x + 8 \quad f \circ g(x) = 7$	1.5
4	ضابطه تابع مثلثاتی $y = a \cos bx + c$ را با مقادیر دوره تناوب π ، ماکزیمم 3 و مینیمم -3 را بنویسید.	0.75
5	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$	1
6	اگر $f(x) = 8x^3 + 4x^2 - kx - 8$ بر $2x - 1$ بخشپذیر باشد، مقدار k را بدست آورید.	0.5
7	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x + 6}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$	1.5
8	معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 + 3$ را در نقطه ای به طول 2- واقع بر نمودار منحنی تابع را بنویسید.	1
9	مشتق تابع های زیر را بدست آورید. الف) $f(x) = (x^4 - 3x)^5$ ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 1}$	2
10	اگر $f(x) = \sqrt{x - 1}, g(x) = x^4 + 2x$ مشتق تابع $f \circ g(x)$ را بدست آورید.	1

1	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ بر حسب متر داده شده است. در چه زمانی، سرعت لحظه ای و سرعت متوسط در بازه زمانی $[0 و 4]$ با هم برابرند؟	11
1.75	هر صفحه مستطیلی از یک کتاب جیبی شامل یک متن با مساحت ثابت 32 cm^2 خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب لازم است حاشیه های بالا و پایینی هر صفحه 2 cm و حاشیه های کناری 1 cm در نظر گرفته شود. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار باشد.	12
1.75	با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & 0 \leq x \leq 3 \\ 2x - 3 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ ، مقادیر اکسترمم مطلق تابع را در صورت وجود بدست آورید.	13
0.5	یک لوزی با طول قطرهای 10 و 8 را حول قطر بزرگ دوران داده ایم. حجم شکل حاصل را بدست آورید.	14
1.25	خروج از مرکز بیضی افقی $\frac{3}{5}$ ، مرکز آن $(2, 3)$ و طول قطر کوچک آن 4 واحد است. مطلوبست محاسبه: (الف) فاصله کانونی (ب) مختصات نقاط دو سر قطر کانونی بیضی	15
1.5	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $(1 و 2)$ و با دایره $x^2 + y^2 - 2y = 0$ مماس برونی باشد.	16
2	سه ظرف همانند داریم. اولین ظرف شامل 5 مهره سفید و 11 مهره سیاه است. دومین ظرف شامل 3 مهره سفید و 9 مهره سیاه و سومین ظرف تنها شامل مهره های سفید می باشد. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب و از آن مهره ای درمی آوریم. احتمال اینکه مهره سفید باشد، چقدر است؟	17
20	«موفق باشید»	

(ب) نادرست

سؤال (۱) الف) نادرست

(ب) \mathbb{R}

سؤال (۲) الف) ۵

(سؤال ۳) $(f \circ g)(x) = v \rightarrow f(g(x)) = v \rightarrow f(x^2 - 3x + 1) = v$

$\rightarrow 2(x^2 - 3x + 1) - 0 = v \rightarrow x^2 - 3x + 1 - 0 = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$\rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

$y = a \cdot \cos bx + c \rightarrow \begin{cases} T = \pi \\ \max = 3 \\ \min = -3 \end{cases}$

(سؤال ۴)

$\begin{cases} -|a| + c = -3 \\ |a| + c = 3 \end{cases} \xrightarrow{\oplus} 2c = 0 \rightarrow c = 0 \rightarrow |a| = 3$
 $\rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2$

$\rightarrow y = 3 \cos 2x$

$\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$ (سؤال ۵)

$\rightarrow (-\sin x) \times (-\sin x) - 2 \sin x + 1 = 0 \rightarrow \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0$

$\rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$

$kx - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{k} \rightarrow f(\frac{1}{k}) = 0 \rightarrow 1 \times \frac{1}{k} + 2 \times \frac{1}{k} - \frac{k}{2} - 1 = 0$ (سؤال ۶)

$\rightarrow 1 + 1 - \frac{k}{2} - 1 = 0 \rightarrow -\frac{k}{2} = -2 \rightarrow k = -4$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - 3}{x - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

(سؤال ۷)

$$\text{Sol)} \lim_{x \rightarrow r} \frac{x^r - rx - r^r}{x - \sqrt{x+r}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{L'Hôpital}} \lim_{x \rightarrow r} \frac{(x+1)(x-r) \cdot \frac{x+\sqrt{x+r}}{x+\sqrt{x+r}}}{(x-r)(x+r)} = \frac{f'(r)}{g'(r)} = \frac{r}{0}$$

$$f(x) = rx \rightarrow f(-r) = r(-r) = -r \quad (10 \text{ Sol})$$

$$f(-r) = r + r = v$$

$$y - v = -r(x - (-r)) = -rx - r \rightarrow y = -rx - 1$$

$$\text{Sol)} f(x) = (x^r - rx)^r \rightarrow f'(x) = r(x^r - rx)^{r-1} \cdot (rx^{r-1} - r) \quad (9 \text{ Sol})$$

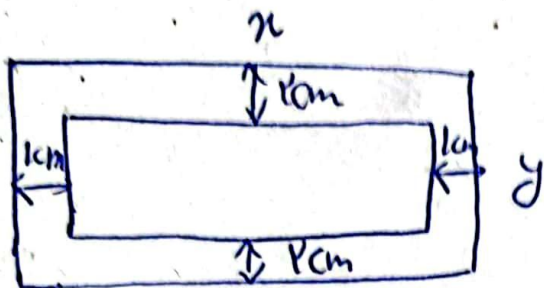
$$\text{Sol)} g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1} \rightarrow g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x-1) - \sqrt{x}}{(x-1)^2}$$

$$y = (f \circ g)(x) \rightarrow y' = g'(x) \cdot f'(g(x)) \quad (10 \text{ Sol})$$

$$\begin{cases} g'(x) = rx^{r-1} + r \\ f'(x) = \frac{1}{r\sqrt{x-1}} \end{cases} \rightarrow (f \circ g)'(x) = (rx^{r-1} + r) \left(\frac{1}{r\sqrt{x^r + rx - 1}} \right)$$

$$\bar{v} = \frac{f(r) - f(0)}{r - 0} = \frac{r(r^r) - r - 0}{r} = \frac{r^r}{r} = v \quad (11 \text{ Sol})$$

$$f'(t) = rt - 1 \rightarrow rt - 1 = v \rightarrow t = r$$

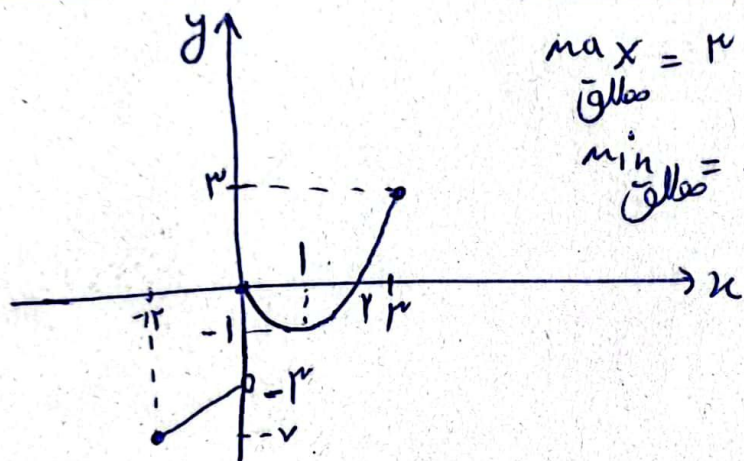


$$xy = 2r \rightarrow y = \frac{2r}{x} \quad (12 \text{ سؤال})$$

$$S = (x-2r)(y-2r) = xy - 2y - 2rx + 4r$$

$$\rightarrow S = 2r - 2\left(\frac{2r}{x}\right) - 2rx + 4r = \frac{-4r}{x} - 2rx + 4r$$

$$\rightarrow S' = \frac{4r}{x^2} - 2r = 0 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$$



max $x = 2$
 global
 min $y = -1$

(11th سؤال)

$$v = r \left(\frac{1}{\mu} \pi x \delta_x^r \right) = r \left(\frac{100\pi}{\mu} \right) = \frac{100\pi r}{\mu}$$

(15th سؤال)

$$o(r, r) \text{ , } e = \frac{r}{a} \quad rb = r \rightarrow b = r$$

(10th سؤال)

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \rightarrow \frac{r}{r} = 1 - \frac{r}{a^2} \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{r}{a^2} \rightarrow \frac{a}{r} = \frac{r}{a} \rightarrow a = r$$

$$\rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow \frac{r^2}{r} = r^2 + c^2 \rightarrow c^2 = \frac{r^2}{r} - r^2 = \frac{r}{r} - r^2 \rightarrow c = \frac{1}{r}$$

$$\rightarrow r = r \quad A \left| \frac{r}{r} \right. \quad A' \left| \frac{1}{r} \right.$$

$$o(r, 1) \quad x^2 + y^2 - 2y = 0 \rightarrow o' \left| \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right.$$

$$R = \frac{1}{r} \sqrt{0 + r} = 1$$

(13th سؤال)

$$\rightarrow oo' = R + R' \rightarrow r = 1 + R \rightarrow R = 1$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$$