

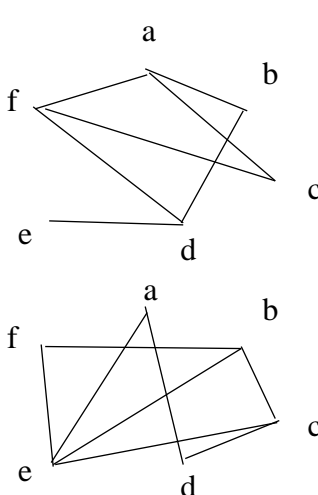
تعداد صفحات: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴	پایه: دوازدهم
اداره کل آموزش و پرورش فارس		مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۱	کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف) برای هر عدد طبیعی $n$ آنگاه $2^n + 3$ عددی اول است. ب) اگر $a b$ و $a c$ آنگاه $a bc$ . پ) معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) c$ .	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عبارت های مناسب تکمیل کنید. الف) اگر $a \in \mathbb{Z}$ حاصل $(16a^4 و [2a^2 و 4a^3])$ برابر است با ..... ب) دو مربع لاتین $2 \times 2$ متعامد وجود ..... پ) تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ای ۲ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر است با .....	۰/۷۵
۳	اگر $\sqrt{2}$ گنگ و $\frac{a}{3}$ گویا باشند با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{2} + \frac{a}{3}$ گنگ است.	۱
۴	ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی و مثبت $x$ و $y$ داریم: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x + y) \geq 4$	۱
۵	اگر ۱۲ اردیبهشت در یک سال دوشنبه باشد، با استفاده از همنهشتی تعیین کنید ۱۷ شهریور ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟	۰/۷۵
۶	به چند طریق می توان با ۳۹۰۰۰ تومان تعدادی مداد ۲۰۰۰ تومانی و خودکار ۵۰۰۰ تومانی خرید. تمام حالت های ممکن را با تشکیل معادله سیاله خطی بدست آورید.	۱/۲۵
۷	گراف $G$ با مجموعه رأس های $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ab, ac, af, bd, de, df, fc\}$ را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) گراف را رسم کنید. ب) $N_G[d]$ را مشخص کنید. پ) گراف مکمل را رسم کنید. ت) یک زیر گراف با مرتبه ۴ را رسم کنید.	۲
۸	در گراف $G$ درجه همه رئوس ۴ و $q = 3p - 8$ می باشد. مرتبه و اندازه این گراف را به دست آورید.	۱
۹	گراف $G_7$ را رسم کرده و عدد احاطه گری آن را مشخص کنید	۱/۲۵

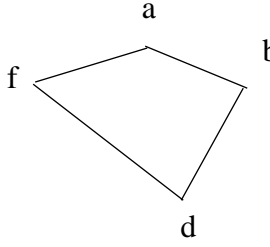
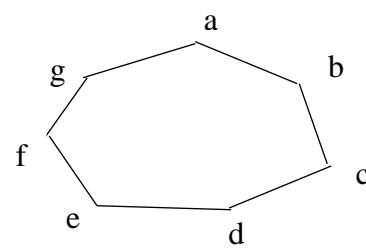
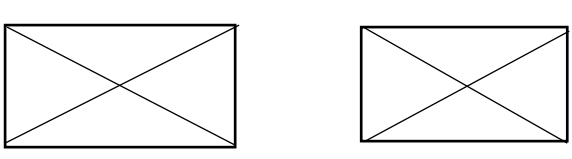
تعداد صفحه : ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته : ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴	پایه : دوازدهم
اداره کل آموزش و پرورش فارس		مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	

۱/۲۵	الف) گراف همبند را تعریف کنید ب) یک گراف ناهمبند 3 - منتظم مرتبه ۸ و اندازه ۱۲ رسم کنید	۱۰
۱/۵	با توجه به گراف مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد. ب) عدد احاطه‌گری گراف را مشخص کنید و ادعای خود را ثابت کنید.	۱۱
۱	تعداد حالتی که می‌توانیم ۹ نفر را در سه اتاق دو نفره، سه نفره و چهار نفره جای دهیم را به دست آورید	۱۲
۲	با استفاده از گل‌های مریم، رز و میخک چند دسته گل شامل ۸ شاخه می‌توان درست کرد به طوری که: الف) محدودیتی در استفاده از هر نوع گل نداشته باشیم؟ ب) حداقل سه شاخه گل رز استفاده شود؟	۱۳
۱/۵	قرار است در یک تعمیرگاه ۳ مکانیک خودرو، در ۳ روز مختلف، روی ۳ سمند و ۳ پژو متفاوت، جهت تعمیر کار کنند. برنامه ای برای این تعمیرگاه بنویسید که تداخلی در تعمیر خودروها و روزها ایجاد نشود.	۱۴
۱/۵	چند عدد طبیعی مانند $n$ ، به طوری که $1 \leq n \leq 400$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱۵
۱/۵	در یک همایش حداقل چند نفر حاضر باشند تا مطمئن شویم، حداقل ۱۳ نفر آنها ماه و روزهای هفتهٔ تولدشان یکی است؟	۱۶
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
۱	الف) نادرست ۰/۲۵      ب) درست ۰/۲۵      پ) نادرست ۰/۲۵	۰/۷۵
۲	الف) $ 4a^2 $ ۰/۲۵      ب) ندارد ۰/۲۵      پ) ۳۰ ۰/۲۵	۰/۷۵
۳	برهان خلف اگر $\sqrt{2} + \frac{a}{4}$ گنگ نباشد پس گویاست ۰/۲۵ و داریم $\sqrt{2} + \frac{a}{4} = k \rightarrow \sqrt{2} = -\frac{a}{4} + k$ ۰/۵ که طرف چپ تساوی عدد گنگ و طرف راست تساوی عددی گویاست و این تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم نادرست است ۰/۲۵	۱
۴	$(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})(x+y) \geq 4 \rightarrow 1 + \frac{y}{x} + \frac{x}{y} + 1 \geq 4 \rightarrow \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2 \rightarrow y^2 + x^2 - 2xy \geq 0 \rightarrow (x-y)^2 \geq 0$ همیشه درست ۰/۵ ۰/۲۵      ۰/۲۵	۱
۵	$19 + 21 + 21 + 21 + 17 = 129 \rightarrow 129 \equiv 2 \pmod{7}$ پنج شنبه ۰/۲۵ ۰/۲۵      ۰/۲۵	۰/۷۵
۶	$2 \dots x + 5 \dots y = 29 \dots \rightarrow 2x + 5y = 29 \rightarrow 2x \equiv 29 \pmod{5} \rightarrow x \equiv 2 \pmod{5} \rightarrow x = 5k + 2$ ۰/۲۵ ۰/۲۵      ۰/۲۵ $y = 7 - 2k \rightarrow k = \dots \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$ ۰/۲۵ $k = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$ و $k = 2 \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases}$ و $k = 3 \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 1 \end{cases}$ ۰/۲۵	۱/۲۵
۷	الف) ۰/۵  ب) $N_G[d] = \{b, e, d, f\}$ ۰/۵      پ) ۰/۵	۲

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
	<p>(ت) ۰/۵</p> 	
۸	$r = 4 \rightarrow \begin{cases} q = 2p - 8 \\ 4p = 2q \end{cases}$ <p>۰/۲۵      ۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵      P=۸</p> <p>۰/۲۵      q=۱۲</p>	۱
۹	<p>رسم ۰/۵</p>  <p><math>\gamma \geq \left\lfloor \frac{\gamma}{2} \right\rfloor = 3 \cdot 0/25</math> احاطه گر مینیمم <math>D = \{b, e, g\}</math></p> <p>۰/۲۵ پس عدد احاطه گری ۳ می باشد ۰/۲۵</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>الف) گرافی که بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد ۰/۷۵</p> <p>ب) ۰/۵</p> 	۱/۲۵
۱۱	<p>الف) ۰/۵</p> <p><math>D = \{b, m, g, h, j, f\}</math></p> <p>ب) از بین رئوس a, b, c راس c هر سه را احاطه می کند</p> <p>از بین رئوس d, m, n راس m هر سه را احاطه می کند ۰/۲۵</p> <p>از بین رئوس f, g, e, k راس e هر سه را احاطه می کند</p> <p>از بین رئوس h, p, j راس j هر سه را احاطه می کند ۰/۲۵</p> <p>پس عدد احاطه گری ۴ یا بیشتر از ۴ می باشد ۰/۲۵</p> <p>مجموعه احاطه گر مینیمم <math>D = \{c, m, e, j\}</math> می باشد پس عدد احاطه گری ۴ می باشد ۰/۲۵</p>	۱/۵

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره																																																
۱۲	$\binom{9}{4} \binom{5}{3} \binom{2}{2} = 126 \cdot 0/25$ $0/25 \cdot 0/25 \cdot 0/25$	۱																																																
۱۳	<p>الف) <math>\binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45</math> نمره</p> <p>ب) <math>\binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21</math> نمره ۱</p>	۲																																																
۱۴	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td><math>M_1</math></td><td><math>M_2</math></td><td><math>M_3</math></td></tr> <tr><td><math>R_1</math></td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td><math>R_2</math></td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td><math>R_3</math></td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> <p>سه مکانیک (M) در سه روز (R) روی سه سمنند کار می کنند ۰/۵</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td><math>M_1</math></td><td><math>M_2</math></td><td><math>M_3</math></td></tr> <tr><td><math>R_1</math></td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td><math>R_2</math></td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td><math>R_3</math></td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <p>سه مکانیک در سه روز روی سه پژو کار می کنند ۰/۵</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td><math>M_1</math></td><td><math>M_2</math></td><td><math>M_3</math></td></tr> <tr><td><math>R_1</math></td><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td><math>R_2</math></td><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr> <tr><td><math>R_3</math></td><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> </table> <p>سه مکانیک در سه روز روی سه سمنند و سه پژو بصورت مربع لاتین بالا کار می کنند ۰/۵</p>		$M_1$	$M_2$	$M_3$	$R_1$	۱	۲	۳	$R_2$	۲	۳	۱	$R_3$	۳	۱	۲		$M_1$	$M_2$	$M_3$	$R_1$	۱	۲	۳	$R_2$	۳	۱	۲	$R_3$	۲	۳	۱		$M_1$	$M_2$	$M_3$	$R_1$	۱۱	۲۲	۳۳	$R_2$	۲۳	۳۱	۱۲	$R_3$	۳۲	۱۳	۲۱	۱/۵
	$M_1$	$M_2$	$M_3$																																															
$R_1$	۱	۲	۳																																															
$R_2$	۲	۳	۱																																															
$R_3$	۳	۱	۲																																															
	$M_1$	$M_2$	$M_3$																																															
$R_1$	۱	۲	۳																																															
$R_2$	۳	۱	۲																																															
$R_3$	۲	۳	۱																																															
	$M_1$	$M_2$	$M_3$																																															
$R_1$	۱۱	۲۲	۳۳																																															
$R_2$	۲۳	۳۱	۱۲																																															
$R_3$	۳۲	۱۳	۲۱																																															
۱۵	$ B \cup C \cup D  =  B  +  C  +  D  -  B \cap C  -  B \cap D  -  D \cap C  +  B \cap C \cap D $ $0/25$ $= 200 + 122 + 80 - 66 - 40 - 15 + 12 = 205$ $0/25 \quad 0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$ $ B' \cap C' \cap D'  =  A  -  B \cup C \cup D  = 400 - 205 = 195$ $0/25$	۱/۵																																																
۱۶	<p>۸۴ لانه داریم که می خواهیم حداقل ۱۳ کیوتر در یک لانه جای بگیرد پس ۱۰۰۹ کیوتر باید داشته باشیم ۰/۷۵</p> $(12-1)84 + 1 = 1009$ $0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$	۱/۵																																																
۲۰	جمع نمره	همکاران محترم برای روشهای دیگر بارم را به نسبت تقسیم نمایید																																																

۱- الف) نادرست

ب) درست

ج) درست

۲- الف)  $4a^3$       ب) ندارد      ج)  $[2a^2, 4a^3] = 4a^3$       د)  $(4a^3, 14a^4) = 4a^3$

۳)  $6 \times 5 = 30$

۳- فرض می‌کنیم  $\sqrt{2} + \frac{a}{3}$  دو یا است (فرض خلف) اما دانسیم تقریبی دو عدد دو یا عددی دو یا است:  $\sqrt{2} + \frac{a}{3} - \frac{a}{3} = \sqrt{2}$    
 با  $\sqrt{2}$  با  $\frac{a}{3}$  دو یا با  $\sqrt{2}$  خلاف فرض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.

۴

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x+y) \geq 4 \iff \left(1 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right) \geq 4 \iff \left(\frac{x^2+y^2}{xy} + 2\right) \geq 4$$

$$(x^2+y^2 + 2xy) \geq 4xy \iff (x^2+y^2 - 2xy) \geq 0 \iff (x-y)^2 \geq 0$$

همواره برقرار است

۵- ۱۹ روز در اردیبهشت ۳۱ روز خرداد ۳۱ روز تیر ۳۱ روز مرداد و ۱۷ روز شهریور فاصله ۱۲ اردیبهشت تا ۱۷ شهریور است.

$$19 + 31 + 31 + 31 + 17 \equiv 3$$

ب	ع	س	د
۳	۲	۱	۰

۳ مناظر با پنجشنبه است.

۶-  $n$  و  $y$  را به ترتیب تعداد خودکارها و مدادها فرض کنیم حل این مسئله معادل تعداد جواب‌های نامنفی  $5000n + 2000y = 39000$  است.

$$5000n + 2000y = 39000$$

$$5n + 2y = 39$$

$$5n \leq 39$$

$$n \leq 7$$

$$n = 2k+1$$

$$5(2k+1) + 2y = 39$$

$$10k - 24 = -2y$$

$$y = -5k + 17$$

$$k=0 \begin{cases} n=1 \\ y=17 \end{cases}$$

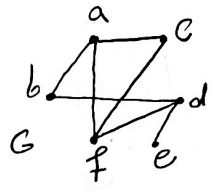
$$k=1 \begin{cases} n=3 \\ y=14 \end{cases}$$

$$k=2 \begin{cases} n=5 \\ y=11 \end{cases}$$

$$k=3 \begin{cases} n=7 \\ y=8 \end{cases}$$

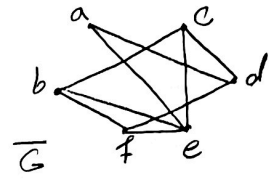
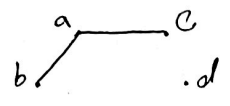
به ازای  $(3, 8, 11, 14, 17)$  برای  $n$  و  $y$  جواب‌ها نامنفی هستند.

(الف)



(ب) همسایگی دست راست  $d$   $N_G[d] = \{d, b, c, e, f\}$

(ت)



(د)

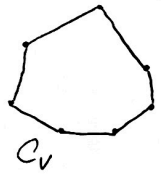
هر دو گراف دیدی با ۴ رأس از رأس های گراف  $G$  به یال های آن زیر مجموعه یال های گراف  $G$  باشند جواب است.

$$\sum_{i=1}^p \text{deg } u_i = 2q$$

$$4p = 2(2p - 1)$$

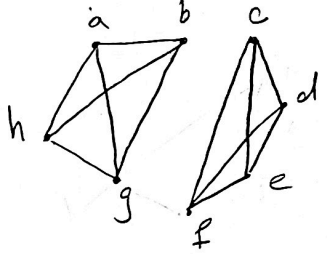
$$2p = 14$$

رتبه  $p = 8 \rightarrow$  اندازه  $q = 2p - 1 = 24 - 1 = 14 \rightarrow$  - ۸



۹- گراف  $C_7$  رضی است که تنها از یک دور ۷ راسی تشکیل شده است عدد احاطه تکا این گراف ۳ است

۱۰- الف) گراف  $G$  راهبندی نامیم هر دو رأس بین حداقل یک مسیر وجود داشته باشد



ب) هر دو رأس به ۸ رأس و ۱۲ یال داشته باشد و درجه تمام رأس های آن ۲ باشد و بین حداقل ۲ رأس یک مسیر وجود نداشته باشد جواب است

۱۱- الف)  $\{k, p, q, r, m, g, c\}$  هر مجموعه دیگری که تعداد عضوهای آن از عدد احاطه تکا گراف بیش تر باشد و با حذف هر یک از رأس های آن دیگر احاطه تکا نداشته باشد جواب است.

ب) با توجه به رابطه  $\chi(G) \leq \lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor$  ،  $\chi(G) \leq \lfloor \frac{13}{4} \rfloor$  است و با توجه به این مجموعه  $\{n, e, m, c, g\}$

ب) با توجه به رابطه  $\chi(G) \leq \lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor$  ،  $\chi(G) \leq \lfloor \frac{13}{4} \rfloor$  است و با توجه به این مجموعه  $\{n, e, m, c, g\}$  یک مجموعه احاطه تکا است عدد احاطه تکا این گراف ۴ است.

$$\frac{9!}{2! \times 3! \times 4!}$$

- ۱۲

کجا نیست های ۹ نفر ۹! است چون جا به جایی خود نفری که در اتاق ۲ نفره هستند و سه نفر دیگر در اتاق ۳ نفره و چهار نفره حالت جدیدی تولید می کنند جایست های بی اثر ← ۲! × ۳! × ۴! است

روش دوم:

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \times \binom{4}{4} = \frac{9!}{2! \times 7!} \times \frac{7!}{3! \times 4!} \times 1 = \frac{9!}{2! \times 3! \times 4!}$$

(۱۳ - الف)

ک = ۲  
n = ۸

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

(ب)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 8 & x_1 > 3 & x_1 = x_1' + 3 \\ x_1' + 3 + x_2 + x_3 &= 8 & x_1' + x_2 + x_3 &= 5 \end{aligned} \quad \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

۳	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

⇓

۱۲	۳۱	۲۳
۳۳	۲۲	۱۱
۲۱	۱۳	۳۲

۱۴ - حاصل دو مربع لاتی که متعامد است ۳×۳ است

۱۵ -

A ← تعدادی که به ۲ بخش پذیر است  
B ← تعدادی که به ۳ بخش پذیر است  
C ← تعدادی که به ۵ بخش پذیر است

$$|A \cup B \cup C| = |S| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$|S| = 400 \quad |A| = \left[ \frac{400}{2} \right] = 200 \quad |B| = \left[ \frac{400}{3} \right] = 133 \quad |C| = \left[ \frac{400}{5} \right] = 80$$

$$|A \cap B| = \left[ \frac{400}{6} \right] = 66 \quad |A \cap C| = \left[ \frac{400}{10} \right] = 40 \quad |B \cap C| = \left[ \frac{400}{15} \right] = 26$$

$$|A \cap B \cap C| = \left[ \frac{400}{30} \right] = 13 \quad |A \cup B \cup C| = 400 - (200 + 133 + 80 - 66 - 40 - 26 + 13) = 170$$



$$12 \times v = 14$$

برای مسئله  
 $k+1 = 12$  است یعنی  $k=11$  تعداد لانه ها 14 است و بین تعداد دانگن کوزه ها حداقل 10 است

$$k_{n+1} = 12 \times 11 + 1 = 100$$

~~برای مسئله~~

3