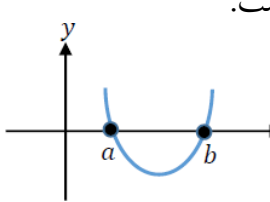
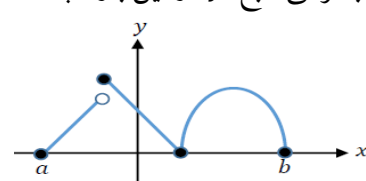
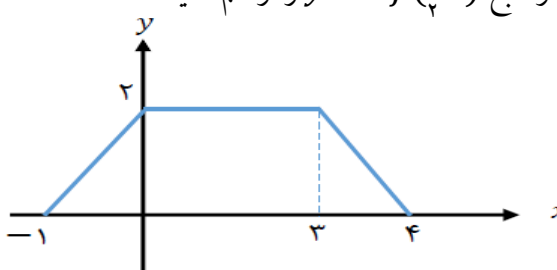
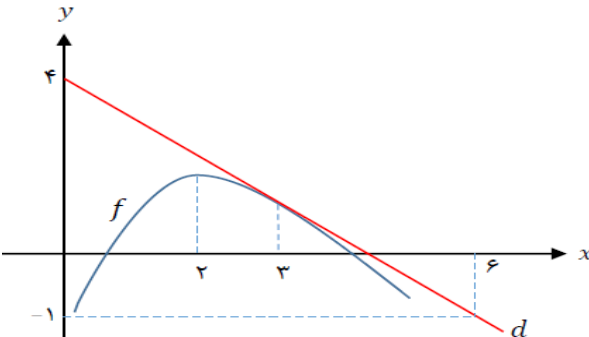
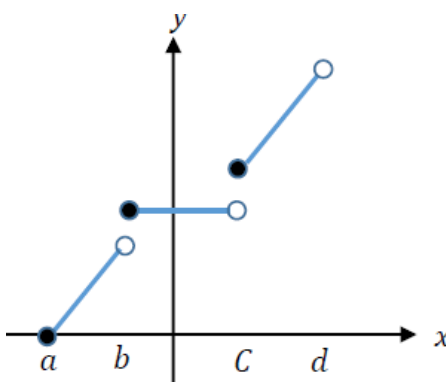


پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه		رشته: علوم تجربی	
تعداد صفحه: ۳		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
نام و نام خانوادگی:		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۰۴	
ردیف		نوبت عصر	
ردیف	سؤالات	نمره	
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه $(0, 1)$ پایین تر از نمودار تابع $f(x) = x^2$ است.</p> <p>(ب) تابع $y = \tan x$ در \mathbb{R} صعودی است.</p> <p>(ج) تابع $y = \sqrt{x-1}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است.</p>	۰/۷۵	
۲	<p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>(الف) اگر $f(x) = x^3 + 8x$ و $g(x) = \sqrt{x}$ آنگاه مقدار $g \circ f(1)$ برابر است.</p> <p>(ب) با توجه به نمودار تابع f' در شکل روبرو تابع f در نقطه‌ای به طول دارای ماکزیمم نسبی است.</p> <p>(ج) اگر در یک بیضی، اندازه نیم قطر بزرگ را a، اندازه نیم قطر کوچک را b و فاصله کانونی بیضی را c بنامیم آنگاه $a^2 = \dots\dots\dots$</p>	۰/۷۵	
۳	<p>سوالات چهار گزینه‌ای:</p> <p>(a) مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 2 \cos(3x) - 1$ کدام است؟ (الف) -۱ (ب) -۲ (پ) ۱ (ت) ۲</p> <p>(b) نمودار تابع f در بازه $[a, b]$ به صورت زیر رسم شده است. تعداد نقاط بحرانی تابع f در این بازه چند است؟ (الف) ۲ (ب) ۳ (پ) ۴ (ت) ۵</p> <p>(c) حجم شکل حاصل از دوران یک مستطیل به عرض ۳ و طول ۴ حول طول آن برابر است. (الف) 36π (ب) 48π (پ) 12π (ت) ۱۲</p>	۱/۵	
۴	<p>با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ داده شده در زیر، نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{1}{x}\right)$ را رسم کنید.</p>	۰/۵	
۵	<p>ضابطه تابع وارون تابع $y = 2 - \sqrt{x+3}$ را بدست آورید.</p>	۱	

۱/۲۵	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\cos 2x - 3 \sin x + 1 = 0$	۶
۲	حدود زیر را در صورت وجود، به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{6}} \frac{1}{\sin x - \frac{1}{2}}$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 + 4x}{x^3 + 6x + 1}$	۷
۰/۷۵	با توجه به نمودار تابع f و خط d در شکل زیر، $f'(2)$ و $f'(3)$ را به دست آورید. 	۸
۱	به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = x - 2 $ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید.	۹
۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \sqrt{(x^2 + 4x)^5}$ ب) $g(x) = (x^2 + 3)\sqrt[3]{x}$	۱۰
۱	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟	۱۱
۰/۵	با توجه به نمودار زیر طول نقاط اکسترمم مطلق و نسبی تابع را در صورت وجود بنویسید. 	۱۲

۱/۲۵	<p>با تشکیل جدول تغییرات تابع زیر مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید و در کدام بازه نزولی اکید است؟</p> $f(x) = x^3 - 3x$	۱۳
۱	<p>اگر داشته باشیم $8 = 3x + 2y$، مقادیر x و y را طوری بدست آورید که حاصلضرب این دو عدد مینیمم گردد.</p>	۱۴
۱/۷۵	<p>معادله دایره ای به صورت $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ می‌باشد. الف) مختصات مرکز و اندازه شعاع این دایره را بنویسید. ب) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(-1, 2)$ و با دایره فوق مماس بیرون باشد.</p>	۱۵
۱	<p>اگر نقاط $F(3, 0)$ و $F'(-3, 0)$ کانون‌های یک بیضی باشد و $M(0, 4)$ یک نقطه از این بیضی باشد، خروج از مرکز این بیضی را بدست آورید.</p>	۱۶
۲	<p>در یک مدرسه ۳۰ درصد دانش‌آموزان در پایه دهم، ۴۵ درصد در پایه یازدهم و ۲۵ درصد در پایه دوازدهم تحصیل می‌کنند. اگر ۱۰ درصد دانش‌آموزان پایه دهم، ۵ درصد دانش‌آموزان پایه یازدهم و ۳ درصد دانش‌آموزان پایه دوازدهم مردود شوند، چند درصد دانش‌آموزان این مدرسه مردود می‌شوند.</p>	۱۷
۲۰	<p>تلاش جادویی است که موفقیت را می‌سازد.</p>	

پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه		رشته: علوم تجربی		تعداد صفحه: ۳		مدت امتحان:	
پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۰۴		نوبت عصر	
ردیف							نمره
راهنمای تصحیح							
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.	الف) د	ب) غ	ج) غ	۰/۷۵		
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.	الف) ۳	ب) a	ج) $a^2 = b^2 + c^2$	۰/۷۵		
۳	سوالات چهار گزینه‌ای:	الف) 36π	ب) ۲-	ت) ۵	۱/۵		
۴		۰/۵					
۵	$y = 2 - \sqrt{x + 3}$ $\sqrt{x + 3} = 2 - y \quad x + 3 = (2 - y)^2$ $\rightarrow x = (2 - y)^2 - 3 \rightarrow f^{-1}(x) = (2 - x)^2 - 3$	۱					
۶	$\cos 2x - 3 \sin x + 1 = 0$ $1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \quad 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$ $\sin x = -2 \quad \times$ $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ و } x = 2k\pi + (\pi - \frac{\pi}{6})$	۱/۲۵					

۲	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}}{x^2-16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}(2+\sqrt{x})}{x^2-16(2+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{(x-4)(x+4)(2+\sqrt{x})} = -\frac{1}{32}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+} \frac{1}{\sin x - \frac{1}{2}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2+4x}{x^2+6x+1} = 5$	۷											
۰/۷۵	$f'(3) = \frac{4-(-1)}{0-6} = -\frac{5}{6}$ $f'(2) = 0$	۸											
۱	<p style="text-align: right;">تابع در نقطه $x = 2$ پیوسته است</p> $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x-2 - f(2)}{x-2} = -1$ $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x-2 - f(2)}{x-2} = +1$ $f'_+(2) \neq f'_-(2)$ <p style="text-align: right;">پس تابع در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر نیست</p>	۹											
۲	$f'(x) = \frac{5(x^2+4x)^6(2x+4)}{2\sqrt{(x^2+4x)^5}}$ $g'(x) = (2x)\sqrt[3]{x} + (x^2+3)\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$	۱۰											
۱	$f(t) = t^2 - t + 10$ $\text{سرعت متوسط} = \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5} = 4$ $f'(t) = 2t - 1 \quad \Rightarrow \quad 2t - 1 = 4 \quad \Rightarrow \quad 2t = 5 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{5}{2}$	۱۱											
۰/۵	<p style="text-align: right;">$x = a$ مینیمم مطلق و $x = b$ ماکزیمم نسبی</p>	۱۲											
۱/۲۵	$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 1$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">در بازه $(-1, 1)$ اکیدا نزولی در بازه‌های $(-\infty, -1)$ و $(1, +\infty)$ اکیدا صعودی</p>	x	-1	1	f'	+	-	+	f	↗	↘	↗	۱۳
x	-1	1											
f'	+	-	+										
f	↗	↘	↗										

۱	$3x + 2y = 8 \quad 3x = 8 - 2y \quad x = \frac{8 - 2y}{3}$ $S = xy = \frac{(8 - 2y)y}{3} = \frac{8y - 2y^2}{3}$ $S' = \frac{8 - 4y}{3} = 0 \Rightarrow 4y = 8 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$	۱۴
۱/۷۵	$O_1\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (3, -1) \quad (./\text{۲۵}) \quad , \quad r_1 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 3 \quad (./\text{۵})$ $d = O_1O_2 = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (2 + 1)^2} = 5 \quad (./\text{۲۵})$ $d = r_1 + r_2 \Rightarrow r_2 = 2 \quad (./\text{۲۵})$ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4 \quad (./\text{۵})$	۱۵
۱	<p>مجموع فواصل هر نقطه بیضی از کانونها = طول قطر بزرگ بیضی = $2a$</p> $FF' = 2c = 6$ $MF = MF' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ $MF + MF' = 2a = 10$ $\frac{c}{a} = 0/6$	۱۶
۲	$P(B) = P(A_1)P(B A_1) + P(A_2)P(B A_2) + P(A_3)P(B A_3)$ $P(B) = 0/3 \times 0/1 + 0/45 \times 0/05 + 0/25 \times 0/03 = 0/06$	۱۷
در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است		