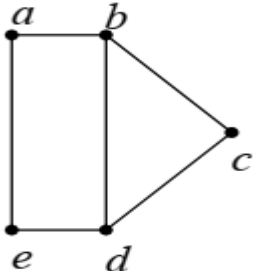
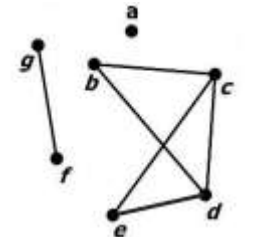


تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱/۲۸		بسمه تعالی	سوالات درس ریاضی گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه تعداد سؤالات: ۱۷ تعداد صفحات: ۲		اداره کل آموزش و پرورش استان کهگیلویه و بویراحمد معاونت آموزش متوسطه سؤالات شبه نهایی فروردین ۱۴۰۲	دوازدهم ریاضی
بارم	سؤالات		ردیف
۱	<p>درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) اگر x و y هر دو گنگ باشند آنگاه $x + y$ گنگ است</p> <p>ب) اگر a فرد باشد، $8 a^2 - 1$</p> <p>ج) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.</p> <p>د) اگر $ac \equiv bc \pmod{m}$ و $(c, m) = 1$ آنگاه $a \equiv b \pmod{m}$.</p>		۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:</p> <p>الف) حاصل $[m^3, (m^2, m^5)]$ برابر.....است.</p> <p>ب) اگر G گرافی n رأسی باشد. مقدار $q(G) + q(\overline{G})$ برابر است با</p> <p>ج) اگر $a bc$ و $(a, b) = 1$ آنگاه</p> <p>د) گراف C_6 تنها یک رأسی است.</p>		۲
۱	<p>به روش بازگشتی ثابت کنید اگر $a > 0$ آنگاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.</p>		۳
۱,۲۵	<p>اگر a عددی صحیح و فرد، $b a + 2$ در این صورت باقیماندهی تقسیم عدد $a^2 + b^2 + 3$ بر ۸ را بیابید.</p>		۴
۱	<p>اگر $a \neq 0$ عدد صحیح و دو عدد $6m + 5$، $7m + 6$ بر a بخشپذیر باشند. ثابت کنید: $a = \pm 1$.</p>		۵
۱	<p>آخرین رقم سمت راست عدد 7^{103} را بدست آورید.</p>		۶
۱,۵	<p>در یک دفتر پستی فقط تمبرهای ۵۰ و ۹۰ ریالی وجود دارد. برای چسپاندن تمبر روی یک بسته‌ی پستی که نیاز به ۸۵۰ ریال تمبر دارد، از هر کدام از تمبرهای فوق به چه مقدار لازم است.</p>		۷
۱	<p>آیا گرافی وجود دارد که دنباله‌ی درجات رئوس آن ۰، ۱، ۱، ۳، ۳، ۴، ۵ باشد؟ چرا؟</p>		۸
۱	<p>اگر در یک گراف ۶-منتظم با مرتبه p و اندازه q، داشته باشیم: $q - 2p = 16$، مقادیر p و q را بیابید.</p>		۹

۱	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید، سپس ادعای خود را ثابت کنید. 	۱۰
	صفحه ۱ ادامه سؤالات در صفحه بعد	
بارم	ادامه سؤالات درس ریاضی گسسته دوازدهم ریاضی	ردیف
۱,۵	گراف G شکل زیر را در نظر بگیرید: الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ بنویسید.  ج) دو مسیر به طول ۳ با شروع از رأس b بنویسید. د) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.	۱۱
۱	گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گر آن $\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor$ باشد.	۱۲
۱,۵	قرار است ۴ مهندسی کامپیوتر با ۴ کامپیوتر مختلف روی ۴ نرم افزار متفاوت در ۴ روز اول هفته کار کنند به طوری که هر مهندس با هر کامپیوتر و هر نرم افزار دقیقا یک بار کار کند و نیز هر نرم افزار در هر کامپیوتر دقیقا یک بار استفاده شود. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.	۱۳
۱	با ارقام ۵ و ۶ و ۷ و ۷ و ۵ و ۷ چه تعداد کد ۶ رقمی می توان نوشت.	۱۴
۱,۷۵	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که، از گل نوع سوم فقط سه شاخه و از گل نوع چهارم دستکم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم.	۱۵
۱,۵	چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 630$ ، وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۳ و ۵ بخش پذیر نباشند.	۱۶
۱	از ۴۰۰ دانش آموز یک مدرسه، حداقل چند نفر در یک ماه سال متولد شده‌اند؟ چرا؟	۱۷
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع

شماره صندلی:		بسمه تعالی		کلید جواب سؤالات ریاضی گستره دوازدهم ریاضی	
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		اداره کل آموزش و پرورش استان گنگیلویه و بویراحمد		نام و نام خانوادگی:	
تعداد سؤالات ۱۷ تعداد صفحات: ۳		آموزش متوسط دوم سؤالات هابنک استانی شبه نهایی			
بارم	کلید جواب سؤالات				ردیف
۱	(د) درست	(ج) درست	(ب) درست	(الف) نادرست	۱
۱	(د) دور n رأسی	a b (ج)	$\frac{n(n-1)}{2}$ (ب)	m ³ (الف)	۲
۱	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (./25) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (./25) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (./25)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می‌باشد. (مثال اول صفحه ۷)				۳
۱.۲۵	<p>چون a عددی صحیح و فرد است، لذا وجود دارد یک عدد صحیح مانند n که $a = 2n + 1$. از طرفی چون $a + 2 b$ پس $b (2n + 1) + 2$ یا $b 2n + 3$. از اینجا معلوم می‌شود که b عددی فرد است. پس وجود دارد یک عدد صحیح مانند m که $b = 2m + 1$. در نهایت خواهیم داشت.</p> $a^2 + b^2 + 3 = (2n + 1)^2 + (2m + 1)^2 + 3 = 4n^2 + 4n + 1 + 4m^2 + 4m + 1 + 3$ $= 4n(n + 1) + 4m(m + 1) + 5 = 8k_1 + 8k_2 + 5 = 8(k_1 + k_2) + 5 = 8k + 5$ <p>یعنی باقی مانده‌ی عدد $a^2 + b^2 + 3$ بر ۸ برابر ۵ است.</p>				۴
۱	$\left. \begin{array}{l} a 7m + 6 \xrightarrow{\times 6} a 42m + 36 \\ a 6m + 5 \xrightarrow{\times 7} a 42m + 35 \end{array} \right\} \rightarrow a (42m + 36) - (42m + 35)$ $\rightarrow a 1 \rightarrow a = \pm 1$				۵
۱	<p>باقی مانده‌ی تقسیم هر عدد طبیعی بر ۱۰ برابر آخرین رقم سمت راست آن است.</p> $49 \equiv -1 \rightarrow 7^2 \equiv -1 \rightarrow (7^2)^{50} \equiv (-1)^{50} \rightarrow 7^{100} \equiv 1 \rightarrow 7^{100} \times 7^3 \equiv 1 \times 7^3$ $\rightarrow 7^{103} \equiv 7^3 \quad 7^2 \equiv -1 \rightarrow 7^2 \times 7 \equiv -1 \times 7 \rightarrow 7^3 \equiv -7 \rightarrow 7^3 \equiv -7 + 10(1) \rightarrow 7^3 \equiv 3 \rightarrow 7^{103} \equiv 3$				۶
۱.۵	$90x + 50y = 850 \xrightarrow{=:} 9x + 5y = 85 \rightarrow y = \frac{85 - 9x}{5} = \frac{85 - 10x + x}{5} = 17 - 2x + \frac{1}{5}x$ $\frac{1}{5}x = k \rightarrow x = 5k \quad y = 17 - 2x + \frac{1}{5}x = 17 - 10k + k = 17 - 9k$ $\begin{cases} x = 5k \\ y = 17 - 9k \end{cases} \quad k = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 17 \end{cases} \quad , \quad k = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \end{cases}$				۷
ادامه در صفحه ۲		صفحه ۱			

ردیف	ادامه کلید جواب سؤالات درس ریاضی گسسته دوازدهم ریاضی اردیبهشت ماه ۱۴۰۲ صفحه ۲	بارم			
۸	خیر، زیرا این گراف ۵ رأس درجه‌ی فرد دارد، در حالی که تعداد رئوس درجه‌ی فرد باید زوج باشد.	۱			
۹	$\begin{cases} q - 2p = 16 \\ 2q = 6p \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q - 2p = 16 \\ q = 3p \end{cases} \rightarrow 3p - 2p = 16 \rightarrow p = 16, q = 48$	۱			
۱۰	<p>به سادگی معلوم است که مجموعه‌ی دو عضوی $\{a, c\}$ یک مجموعه‌ی احاطه گر است. بنابراین عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است. یعنی $\gamma(G) \leq 2$ اما اگر $\gamma(G) = 1$، یعنی یک رأس در گراف G وجود دارد که به تنهایی تمام رئوس دیگر را احاطه کرده است (به تمام رئوس وصل است). یعنی رأسی با درجه‌ی ۴ در گراف وجود دارد که با توجه به گراف G می‌بینیم که چنین رأسی وجود ندارد و لذا $\gamma(G) > 1$. بنابراین $1 < \gamma(G) \leq 2$ و لذا $\gamma(G) = 2$</p>				
۱۱	<p>الف) $\delta(G) = 0, \Delta(G) = 3$ (الف) (۰/۱۵) ب) $bcedb$ (ب) (۰/۲۵) پ) $bcde$ یا $bdec$ یا $bdce$ دو مورد هر کدام (۰/۲۵) ت) $N_G(f) = \{g\}$ (ص) (۴۱)</p>	۱.۵			
۱۲	<p>در گراف P_4 عدد احاطه گری برابر $\left\lceil \frac{4}{2+1} \right\rceil = 3$</p>	۱			
۱۳	<p>کافی است دو مربع لاتین متعامد از مرتبه‌ی ۴ تشکیل دهیم. فرض کنید که W نام مهندس ها و اعداد نوع کامپیوتر و حروف لاتین نوع نرم افزار باشند. در این صورت چون دو مربع لاتین زیر متعامد هستند، پس از تلفیق آنها مربع جدیدی حاصل می‌شود که جواب مسئله است.</p>	۱.۵			
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;"> $A = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲ \\ ۳ \\ ۴ \\ ۱ \end{matrix} & \begin{matrix} ۳ \\ ۲ \\ ۱ \\ ۴ \end{matrix} & \begin{matrix} ۴ \\ ۱ \\ ۲ \\ ۳ \end{matrix} & \begin{matrix} ۱ \\ ۴ \\ ۳ \\ ۲ \end{matrix} \end{matrix}$ </td> <td style="text-align: center;"> $B = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} b \\ d \\ a \\ c \end{matrix} & \begin{matrix} c \\ a \\ d \\ b \end{matrix} & \begin{matrix} d \\ b \\ c \\ a \end{matrix} & \begin{matrix} a \\ c \\ b \\ d \end{matrix} \end{matrix}$ </td> <td style="text-align: center;"> $A \oplus B = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲b \\ ۳d \\ ۴a \\ ۱c \end{matrix} & \begin{matrix} ۳c \\ ۲a \\ ۱d \\ ۴b \end{matrix} & \begin{matrix} ۴d \\ ۱b \\ ۲c \\ ۳a \end{matrix} & \begin{matrix} ۱a \\ ۴c \\ ۳b \\ ۲d \end{matrix} \end{matrix}$ </td> </tr> </table>	$A = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲ \\ ۳ \\ ۴ \\ ۱ \end{matrix} & \begin{matrix} ۳ \\ ۲ \\ ۱ \\ ۴ \end{matrix} & \begin{matrix} ۴ \\ ۱ \\ ۲ \\ ۳ \end{matrix} & \begin{matrix} ۱ \\ ۴ \\ ۳ \\ ۲ \end{matrix} \end{matrix}$	$B = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} b \\ d \\ a \\ c \end{matrix} & \begin{matrix} c \\ a \\ d \\ b \end{matrix} & \begin{matrix} d \\ b \\ c \\ a \end{matrix} & \begin{matrix} a \\ c \\ b \\ d \end{matrix} \end{matrix}$	$A \oplus B = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲b \\ ۳d \\ ۴a \\ ۱c \end{matrix} & \begin{matrix} ۳c \\ ۲a \\ ۱d \\ ۴b \end{matrix} & \begin{matrix} ۴d \\ ۱b \\ ۲c \\ ۳a \end{matrix} & \begin{matrix} ۱a \\ ۴c \\ ۳b \\ ۲d \end{matrix} \end{matrix}$	
$A = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲ \\ ۳ \\ ۴ \\ ۱ \end{matrix} & \begin{matrix} ۳ \\ ۲ \\ ۱ \\ ۴ \end{matrix} & \begin{matrix} ۴ \\ ۱ \\ ۲ \\ ۳ \end{matrix} & \begin{matrix} ۱ \\ ۴ \\ ۳ \\ ۲ \end{matrix} \end{matrix}$	$B = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} b \\ d \\ a \\ c \end{matrix} & \begin{matrix} c \\ a \\ d \\ b \end{matrix} & \begin{matrix} d \\ b \\ c \\ a \end{matrix} & \begin{matrix} a \\ c \\ b \\ d \end{matrix} \end{matrix}$	$A \oplus B = \begin{matrix} & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲b \\ ۳d \\ ۴a \\ ۱c \end{matrix} & \begin{matrix} ۳c \\ ۲a \\ ۱d \\ ۴b \end{matrix} & \begin{matrix} ۴d \\ ۱b \\ ۲c \\ ۳a \end{matrix} & \begin{matrix} ۱a \\ ۴c \\ ۳b \\ ۲d \end{matrix} \end{matrix}$			
	ادامه در صفحه بعد	صفحه ۲			

بارم	ادامه کلید جواب سؤالات درس ریاضی گسسته دوازدهم ریاضی اردیبهشت ماه ۱۴۰۲ صفحه ۳	ردیف
	تعداد کدها $\binom{6}{2,3,1} = \frac{6!}{2! \times 3! \times 1!} = 60$	۱۴
۱.۷۵	$x_1 + x_r + x_r + x_r + x_\delta = 16 \quad x_r = 3 \quad x_r \geq 3, x_\delta \geq 5 \quad (./\delta) \xrightarrow{x_r=3, x_r=y_r+2, x_\delta=y_\delta+5}$ $x_1 + x_r + 3 + y_r + 3 + y_\delta + 5 = 16 \quad (./25) \quad x_1 + x_r + y_r + y_\delta = 5 \quad x_i \geq 0, y_\delta \geq 0 \quad (./25) \rightarrow$ $\binom{5+4-1}{4-1} = 56 \quad (./75) \quad (ص ۷۱)$	۱۵
۱.۵	$S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 630\}$ $ \overline{A \cup B} = S - A \cup B = S - A - B + A \cap B \quad (./25)$ $ S = 630 \quad (./25), A = 210 \quad (./25), B = 126 \quad (./25), A \cap B = 42 \quad (./25) \quad (ص ۸۳)$ $\Rightarrow \overline{A \cup B} = 336 \quad (./25)$	۱۶
۱	<p>می دانیم که هر سال ۱۲ ماه است، اگر دانش آموزان را به منزله‌ی کبوتر و ماه های سال را به منزله‌ی لانه در نظر بگیریم و چون $400 > 12$ پس با توجه به تقسیم زیر و با در نظر گرفتن اصل لانه کبوتری حداقل ۳۴ نفر در یک ماه سال متولد شده اند.</p> $\begin{array}{r} 400 \\ 12 \overline{) 396} \\ \underline{396} \\ 4 \end{array}$ $33+1=34$	۱۷
۲۰	صفحه ۳ موفق و سربلند باشید.	جمع