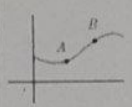
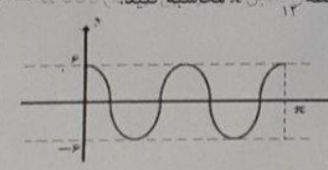


تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱/۲۶	بسمه تعالی	سؤالات شبیه نهایی درس: حسابان ۲
زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه	آموزش و پرورش استان کرمانشاه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه رشته ریاضی فیزیک
تعداد صفحات: ۲ صفحه	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	نام و نام خانوادگی:
تعداد سؤالات: ۱۷	آموزشی	دانش آموزان سراسر استان در فروردین ۱۴۰۲
	(نوبت صبح)	

ردیف	متن سؤالات صفحه ی اول
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = x^2 - 6x$ روی بازه ی $[-3, 0]$ اکیدا صعودی است.</p> <p>ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ در دامنه تابع تناوبت قرار ندارند.</p> <p>پ) در شکل روبرو شیب خط مماس در نقطه A بیشتر از نقطه B است.</p>  <p>ت) اگر $x = c$ طول اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ باشد و $f'(c)$ موجود باشد آنگاه $f'(c) = 0$ است.</p>
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر $f'(1) = 2$ و $g'(1) = -3$ باشد، حاصل $(3f + g)'(1)$ برابر با ... است.</p> <p>ب) در یک تابع مشتق پذیر، هر نقطه ای که در آن جهت تقعر تابع عوض شود آن نقطه ... تابع است.</p>
۳	<p>با کمک رسم نمودار تابع $y = \sqrt{x}$، نمودار تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ را رسم کنید.</p>
۴	<p>چند جمله ای $x^6 - 1$ را به عامل $x - 1$ تجزیه کنید.</p>
۵	<p>صعودی یا نزولی بودن تابع $f(x) = -2(x-1)^2 - 1$ را بررسی کنید.</p>
۶	<p>شکل مقابل نمودار تابع $y = a \cos(bx)$ است. مقدار تابع را در نقطه $x = \frac{7\pi}{12}$ محاسبه کنید.</p> 
۷	<p>معادله مثلثاتی $\sin^2 x = \cos^2 x + 1$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.</p>
۸	<p>حدود زیر را محاسبه کنید.</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{x^2 - 4}$</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ 9 - x^2 }{x - 2}$</p>

ردیف	متن سؤالات صفحه ی دوم	بارم
۹	اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد. نمودار تابع $g(x) = \sqrt{\frac{3x+1}{f(-x)}}$ در اطراف نقطه ی $x = -1$ به چه صورت است؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	مجاذب های افقی تابع $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+x}$ را در صورت وجود بیابید.	۰/۵
۱۱	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^2 + 3$ در نقطه ای به طول ۲- را بنویسید.	۱
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 + x $ را در نقطه ای به طول $x = -1$ بررسی کنید.	۱/۵
۱۳	مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن لازم نیست)	۲/۲۵
	ب) $\tan^2(2x) - 2\sin\sqrt{x}$ الف) $\frac{(3x^2-4)(2x-5)^2}{1-x}$	
۱۴	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $g(t) = t^2 + 3t$ است. نسبت آهنگ متوسط تغییر جرم باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 1.2$ به آهنگ لحظه ای تغییر جرم در $t = 1$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 2 \\ 4-x & x \geq 2 \end{cases}$ را در صورت وجود بیابید.	۱/۵
۱۶	اگر قاعده ی مثلث مقابل ۲۶ و ارتفاع آن ۱۲ باشد، بیشترین مساحت مستطیل رنگی چقدر است؟	۱/۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{-x}{x+3}$ را رسم کنید.	۲/۲۵
سربلندی شما آرزوی ماست. جمع بارم ۲۰نمره		

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱/۲۶	بسمه تعالی	راهنمای تصحیح درس حسابان ۲
زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه	آموزش و پرورش استان کرمانشاه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
تعداد صفحات: صفحه	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	
تعداد سوالات: ۱۷	(نوبت صبح)	دانش آموزان سراسر استان در فروردین ۱۴۰۲

- ① (الف) نادرست (۲۵٪) (ب) درست (۲۵٪)
- (ب) نادرست (۲۵٪) (ت) درست (۲۵٪)

- ① (الف) ۳ (۲۵٪)
- (ب) نقطه عطف (۲۵٪)

①/۷۵

۳- تعیین راسه ← (۲۵٪) $\Rightarrow \sqrt{x} \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$

$$f(x) = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \neq 0$$

$$f(x) = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \times \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = \frac{(1-x)(1+\sqrt{x})}{(1-x)} = 1+\sqrt{x} \quad (۲۵٪)$$



①/۷۵

$$x^7 - 1 = (x-1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \quad -۴$$

(۲۵٪) (۲۵٪)

①/۷۵

۵- $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - 1 < x_2 - 1 \Rightarrow$

$$(x_1 - 1)^r < (x_2 - 1)^r \quad (۲۵٪) \Rightarrow -r(x_2 - 1)^r < -r(x_1 - 1)^r \quad (۲۵٪)$$

$$-r(x_2 - 1)^r - 1 < -r(x_1 - 1)^r - 1$$

$$f(x_2) < f(x_1) \quad (۲۵٪)$$

ابتدا نزولی

①

$$T = \frac{\pi}{f} = \frac{r\pi}{|b|}$$

(1/5)

$$(r = \pi |b| \Rightarrow |b| = r \quad (1/5) \quad -4$$

$$y_{\max} = |a| + c \Rightarrow y = |a| \Rightarrow a = y \quad (1/5)$$

$$f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{r}\right) = 4 \cos\left(r \times \frac{\sqrt{\pi}}{r}\right) = 4 \cos\left(\frac{\sqrt{\pi}}{r}\right) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \quad (1/5)$$

(1/5)

$$\sin^2 x = \cos^2 x + 1 \Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = 1 \quad -1$$

$$-\cos^2 x = +1 \quad (1/5)$$

$$\cos^2 x = -1 = \cos \pi \quad (1/5) \Rightarrow rx = 2k\pi + \pi$$

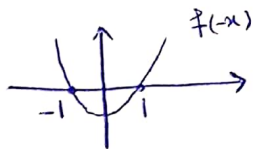
$$x = k\pi \quad (1/5)$$

①

$$\text{انت) } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|9-x^2|}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-(9-x^2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = 6 \quad (1/5) \quad -1$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{rx}{x^2-9} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{rx}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{r}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{rx}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{r}{0^-} = -\infty \end{cases} \quad (1/5) \quad \text{موجود نیست}$$

①



(1/5) $f(-x)$ رسم بنظر

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 0^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt{\frac{-2}{0^-}} = +\infty \quad (1/5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \sqrt{\frac{-2}{0^+}} \quad \text{تعریف نیست} \quad (1/5)$$

باتوجه به تحلیل نمودار $x = -1$ مجانب قائم تابع g (سمت راست -1) است پس گزینش "ب" صحیح است. (1/5)

(10)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 \left(\frac{1}{x^2} + 1 \right)}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \quad (10) \quad -10$$

(10) $y = -1$ بجانب انتی تابع $f(x)$ است .

1

$$x = -r \rightarrow f(-r) = v \Rightarrow (-r, v) \in f \quad (10) \quad -11$$

$$m = f'(-r) = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=-r} = -r \quad (10)$$

$$y = mx + b \Rightarrow y = -r(x + b) \xrightarrow{(-r, v)} v = -r(-r) - r + b \quad (10)$$

$$\Rightarrow v = r + b \Rightarrow \underline{b = -1} \Rightarrow y = -rx - 1 \quad \text{معادله خط است}$$

(10)

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad (10) \quad -12$$

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2 + x| - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2 + x|}{x + 1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1 & (10) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1 & (10) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f'_+(-1) &= 1 \\ f'_-(-1) &= -1 \end{aligned} \Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1) \quad \text{در } x = -1 \text{ مشتق یکتا نیست.} \quad (10)$$

(10)

$$\begin{aligned} \text{الف) } & \frac{\left((rx^2 - r)(rx - a)^r \right)' x(1-x) - (1-x)' \left((rx^2 - r)(rx - a)^r \right)}{(1-x)^2} \quad (10) \quad -13 \\ & = \frac{r x (rx - a)^r + r (rx - a)^r (r) x (rx^2 - r) x(1-x) + 1 (rx^2 - r)(rx - a)^r}{(1-x)^2} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\rightarrow) \underbrace{2 \tan^2 x \times (1 + \tan^2 x) \times 2}_{(15)} - \underbrace{\frac{2}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}}_{(15)}$$

(110) $\frac{\Delta g}{\Delta t} = \frac{g(1,2) - g(1)}{1,2 - 1} = \frac{2 \cdot 1,2 - 2}{1} = \frac{1,0 \cdot 2}{1} = 2,1$ $1 \leq t \leq 1,2$ -14

$$g'(1) = 2t + 2 \Big|_{t=1} = 4 \quad (15)$$

$$\rightarrow \frac{\Delta g / \Delta t}{g'(1)} = \frac{2,1}{4} = 1,0 \cdot 2 \quad (15)$$

(110) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 2 \\ 2-x & x \geq 2 \end{cases}$ -15 راه حل اول:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & 0 < x < 2 \\ -1 & x > 2 \end{cases} \quad (15)$$

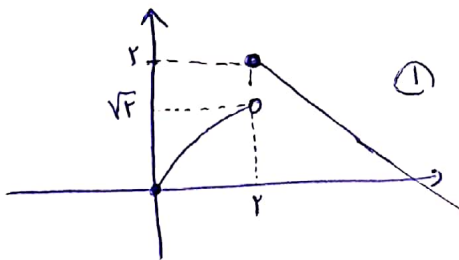
x	0	2	
y	∞	$+$	∞
y	0	\nearrow	2

(15)

(∞ : تعریف نشود)

(15) با توجه به جدول تعیین علامت نقطه‌های (2,2) ماکزیم نسبت و ماکزیم مطلق نسبت

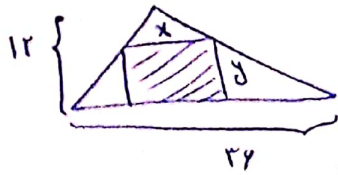
راه حل دوم : بارسم نمودار



با توجه به نمودار نیز مشخص است که نقطه‌های (2,2)

ماکزیم نسبت مطلق است. (15)

(110)



باب کارگیری قضیه آبل : $\frac{12-y}{12} = \frac{x}{24}$ (1/25) -14

$\Rightarrow 3(12-y) = x \cdot x$

(1/20) $34 - 3y = x$ *

مسئله $S = xy = (34 - 3y)y = 34y - 3y^2$ (1/20)

$S' = 0 \rightarrow 34 - 6y = 0 \Rightarrow 34 = 6y \Rightarrow y = 7$ (1/20)

* $\rightarrow x = 34 - 3 \times 7 = 34 - 21 = 13$ (1/20)

$\rightarrow S = xy = 13 \times 7 = 91$ بیشترین مساحت (1/20)

(115)

$D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$

$f(x) = \frac{-x}{x+3}$ -17

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ جانب افقی (1/25)

$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -\infty \end{array} \right. \rightarrow x = -3$ جانب عمودی (1/25)

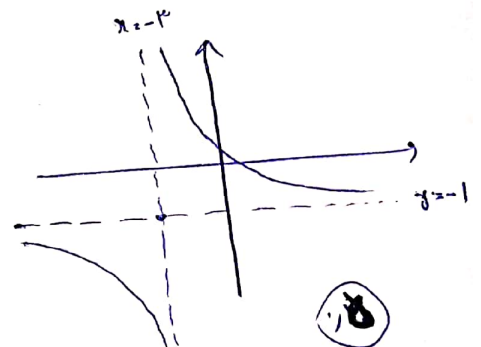
$\left\{ \begin{array}{l} x=0 \rightarrow y=0 \\ \text{عمل بر محور با محورها} \end{array} \right.$ (1/25)

$f'(x) = \frac{-3}{(x+3)^2} < 0$

$f''(x) = \frac{6}{(x+3)^3}$

\Rightarrow

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
f'	-	-	-	-
f''	(-)	(+)	(+)	
y	\searrow	$-\infty$	$+\infty$	\searrow



همکار برای حسین نباشد

(1/25)

(1/25)