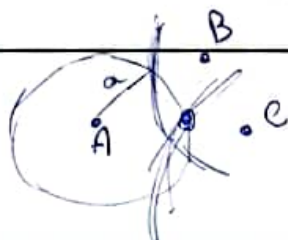


نام و نام خانوادگی:	امتحان شبه‌نهایی هندسه دوازدهم ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح
نام مدرسه:	نوبت دوم	سوالات پاسخ‌برگ دارد.	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
شهرستان:	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد.		تاریخ: ۱۴۰۲/۰۱/۲۲

۱	درستی یا نادرستی هر کدام از گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) اگر $A$ یک ماتریس مربعی و $r$ یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه $ rA  = r A $ <input checked="" type="checkbox"/> ب) جمع دو ماتریس، وقتی ممکن است که آن دو ماتریس هم مرتبه باشند. <input checked="" type="checkbox"/> پ) مکان هندسی، مجموعه برخی نقاط صفحه است که یک ویژگی خاص داشته باشند. <input checked="" type="checkbox"/> ت) بیضی، مجموعه نقاطی از صفحه است که مجموع فواصلشان از دو نقطه ثابت، مقدار ثابتی باشد. <input checked="" type="checkbox"/>	۱
۱/۵	گزینه درست را انتخاب نمایید. الف) در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 2x \end{bmatrix}$ مقدار $ x $ کدام است؟ ۲ (۴) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ (۳) <input checked="" type="checkbox"/> ۲ (۲) <input type="checkbox"/> ۵ (۱) <input type="checkbox"/> ب) معادله سهمی با کانون $F(2,1)$ و خط هادی $x=4$ کدام است؟ $(x-1)^2 = -4(y-2)$ (۴) <input type="checkbox"/> $(x-2)^2 = -4(y-1)$ (۳) <input type="checkbox"/> $(y-1)^2 = -4(x-2)$ (۲) <input checked="" type="checkbox"/> $(y-2)^2 = -4(x-1)$ (۱) <input type="checkbox"/> پ) بردارهای $(m-1, m+n)$ و $(-2, -4)$ موازیند. $m-n$ کدام است؟ ۲ (۲) <input type="checkbox"/> ۱ (۳) <input type="checkbox"/> ۲ (۲) <input checked="" type="checkbox"/> -۲ (۱) <input checked="" type="checkbox"/>	۲
۰/۱۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$ آن‌گاه $A^{-1}$ برابر است با $\begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$ <input checked="" type="checkbox"/> ب) اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x+my=4 \\ x+y-m=0 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، مقدار $m$ برابر است با $\dots$ <input checked="" type="checkbox"/> پ) اگر صفحه‌ای هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور مخروط نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه و مخروط، یک $\dots$ است. <input checked="" type="checkbox"/> ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت و یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط $\dots$ باشند. <input checked="" type="checkbox"/> ث) اگر $\vec{a} = (1, 2, 4)$ و $\vec{b} = (-1, 2, -2)$ باشند، $\vec{a} + 2\vec{b} = (\dots, \dots, \dots)$ <input checked="" type="checkbox"/>	۳
۱	اگر $A^T = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 15 & 13 \end{bmatrix}$ ، $B^T = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$ و $(A-B) = \begin{bmatrix} 3 & \dots \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ باشند، $AB+BA$ را بیابید.	۴
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $A^T$ را بدست آورید.	۵
۱/۲۵	دستگاه $\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x+y=9 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۶
۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(-2,1)$ و بر خط به معادله $4x+2y-5=0$ مماس باشد.	۷
۲	نقاط $A, B, D$ در صفحه داده شده‌اند. نقطه‌هایی را در این صفحه بیابید که از $A$ به فاصله $a$ و از $B$ و $D$ به یک فاصله باشد (در مورد تعداد جواب‌ها بحث کنید).	۸



$$\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 27 & 20 \end{bmatrix} - 2AB$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 14 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 27 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -24 & -14 \end{bmatrix} = -2AB$$

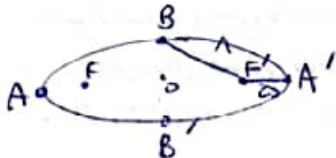
۱/۵	وضعیت دو دایره زیر را نسبت به هم تعیین کنید. $x^2+y^2-8x-2y+16=0$ و $x^2+y^2-8x+4y+11=0$	۹
۱/۵	در یک بیضی با کانون‌های $(F, F')$ قطر بزرگ $AA'$ و قطر کوچک $BB'$ داریم $BF=8$ و $A'F'=5$ خروج از مرکز و طول قطر کوچک بیضی را بیابید.	۱۰
۲	سه‌می به معادله $x^2-2x-8y=15$ مفروض است. ابتدا مختصات رأس، مختصات کانون و معادله خط هادی آن را بیابید، سپس سه‌می را رسم کنید.	۱۱
۱/۲۵	فاصله نقطه $A=(2,3,\sqrt{3})$ از مبدا مختصات دو برابر فاصله نقطه $A \cup B=(1,2,a+\sqrt{3})$ می‌باشد. مقادیر $a$ را بدست آورید.	۱۲
۰/۷۵	نقطه $A(2,1,-4)$ و نقطه $B$ به عرض ۳ روی محور $yz$ داده شده‌اند. مختصات نقطه میانی $AB$ را بیابید.	۱۳
۲	وجه‌های مکعب مستطیلی روی صفحات $x=-1, x=2, y=1, y=5, z=-2, z=4$ قرار دارد. (الف) مختصات رأسی از این مکعب مستطیل که طول ۲ دارند را بنویسید. (ب) معادلات مربوط به دو یال موازی را بنویسید. (پ) حدود طول، عرض و ارتفاع نقاط روی وجه بالایی این مکعب مستطیل را مشخص کنید.	۱۴

موفق باشید

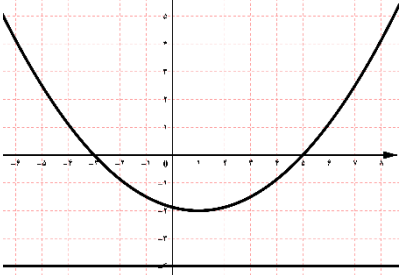
$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}, \frac{z_A+z_B}{2}\right) = M(0, 2, 0)$$

~~$$x^2 - 2ax = 4x^2 - 4ax + 4a^2$$~~

$$x^2 - 2ax = 4y + 15$$



ردیف	همکار گرامی، خواهشمندیم به راه حل های دیگر، نمره به تناسب داده شود.	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) گزینه ۳ (۰/۵) ب) گزینه ۲ (۰/۵) پ) گزینه ۴ (۰/۵)	۲
۱/۲۵	الف) $A^{10} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ب) $m = 2$ (۰/۵) پ) هذلولی (۰/۲۵) ت) به یک فاصله (۰/۲۵) ث) $\vec{a} + 2\vec{b} = (-1, 8, 0)$ (۰/۲۵)	۳
۱	$(A - B)^T = (A - B)(A - B) = A^T - AB - BA + B^T$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 15 & 13 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix} - (AB + BA)$ (۰/۵) $\Rightarrow$ $(AB + BA) = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 26 & 16 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵)	۴
۱/۵	روش اول $= \begin{bmatrix} 11 & 0 & -2 \\ 1 & 11 & 3 \\ -8 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) $\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ $ A^T  = 289$ (۰/۷۵)	۵
	روش دوم $ A  = 17 \Rightarrow  A^T  =  A ^T = 289$	
۱/۲۵	$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۵) $\Rightarrow$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 4, y = 1$ (۰/۲۵)	۶
۱	$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ (۰/۵) $r = \frac{ 4 \times (-2) + 3 \times 1 - 5 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$ (۰/۵)	۷
۲	۱- مکان هندسی نقاطی که از $A$ به فاصله $a$ هستند، دایره‌ای است به مرکز $A$ و شعاع $a$ (۰/۵) ۲- مکان هندسی نقاطی که از $B, D$ به یک فاصله هستند، عمودمنصف پاره خط $DB$ است (۰/۵) جواب مسئله $C \cap l$ است. (۰/۲۵) خط و دایره نسبت به هم سه حالت دارند: الف) همدیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵) ب) خط بر دایره مماس است، بنابراین مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵) پ) خط، دایره را قطع می‌کند، که دو جواب وجود خواهد داشت. (۰/۲۵)	۸
۱/۵	$O_1(4, 1), r_1 = 1$ (۰/۵) و $O_2(4, -2), r_2 = 3$ (۰/۵) $\Rightarrow$ $O_1 O_2 = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r_2 - r_1 < O_1 O_2 < r_2 + r_1$ (۰/۲۵) بنابراین متقاطع هستند.	۹
۱/۵	$BF = BF', BF + BF' = 2a \Rightarrow a = 8$ (۰/۵)	۱۰

نمره	همکار گرامی، خواهشمندیم به راه حل های دیگر، نمره به تناسب داده شود.	ردیف
	$A'F' = a - c \Rightarrow c = ۳ \quad (۰/۲۵)$ $b^۲ = a^۲ - c^۲ \Rightarrow b = \sqrt{۵۵} \quad (۰/۲۵)$ $۲b = ۲\sqrt{۵۵} \quad , \quad \frac{c}{a} = \frac{۳}{۸} \quad (۰/۵)$	
۲	$x^۲ - ۲x + ۱ = ۸y + ۱۶ \Rightarrow$ $(x - ۱)^۲ = ۴ \times ۲(y + ۲) \quad (۰/۵) \quad C \Rightarrow$ $O(۱, -۲) , F(۱, ۲ - ۲) , y = -۲ - ۲ = -۴ \quad (۰/۷۵)$ 	۱۱
۱/۲۵	$AO = \sqrt{۲^۲ + ۳^۲ + \sqrt{۳}^۲} = ۴ \quad (۰/۲۵) \quad \text{و}$ $AB = \sqrt{(۲ - ۱)^۲ + (۳ - ۲)^۲ + a^۲} = \sqrt{۲ + a^۲} \quad (۰/۲۵)$ $AO = ۲AB \Rightarrow ۴ = \sqrt{۲ + a^۲} \Rightarrow a = \pm ۲ \quad (۰/۵) \quad (۰/۲۵)$	۱۲
۰/۷۵	$B(۰, ۳, ۰) \quad (۰/۲۵) \rightarrow M(۱, ۲, -۲) \quad (۰/۵)$	۱۳
۲	الف) هر کدام از نقطه های $(۲, ۱, ۴) , (۲, ۱, -۲) , (۲, ۵, ۴) , (۲, ۵, -۲)$ نوشته باشد درست است. $(۰/۲۵)$ ب) $\begin{cases} x = -۱ \\ y = ۱ \end{cases} \quad (۰/۵) , \quad \begin{cases} x = -۱ \\ y = ۵ \end{cases} \quad (۰/۵)$ یا هر دو یال موازی دیگر پ) $\begin{cases} -۱ \leq x \leq ۲ & (۰/۲۵) \\ ۱ \leq y \leq ۵ & (۰/۲۵) \\ z = ۴ & (۰/۲۵) \end{cases}$	۱۴
۲۰	موفق باشید.	