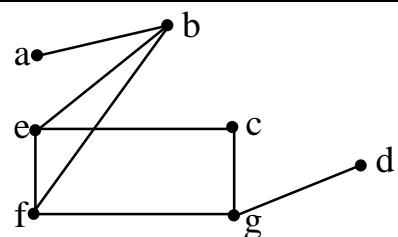
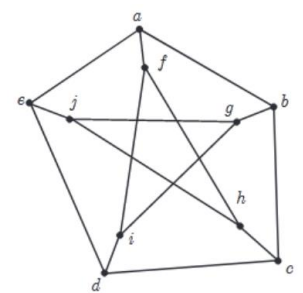


## باسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت: صبح	پایه: دوازدهم	سوالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱ /	تعداد صفحه: ۲ صفحه	نام و نام خانوادگی:
طراح سوال: فاطمه جلال کمالی - دبیر ریاضی متوسطه دوم ناحیه یک زاهدان			<b>پاسخ سوالات را در پاسخنامه وارد کنید</b>

نمره	سوالات	ردیف
۱	ثابت کنید اگر $k$ حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.	۱
۱	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. (الف) گرافی را که تنها از یک ..... تشکیل شده باشد با $P_n$ نمایش می‌دهیم. (ب) گراف ۳-منتظم مرتبه ۶ دارای ..... یال است. (پ) اگر $\Delta = \delta$ باشد، گراف ..... نامیده می‌شود. (ت) حداقل ..... تا عدد طبیعی باید داشته باشیم تا مطمئن باشیم، جمع دو تا از آنها حتما زوج می‌شود.	۲
۱/۲۵	اگر باقیمانده تقسیم عدد $a$ بر ۷ برابر ۶ باشد، در این صورت باقیمانده تقسیم $2a + 3$ بر ۱۴ را بیابید.	۳
۱/۲۵	اگر در یک سال ۶ مرداد ماه پنجشنبه باشد، ۱۹ بهمن ماه همان سال چه روزی است.	۴
۱/۵	به چند طریق می‌توان یک کیسه ۹۲ کیلویی را با وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد.	۵
۱/۵	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>در گراف زیر موارد خواسته شده را بنویسید.                              (الف) <math>N_G[C]</math>.                              (ب) یک دور به طول ۵ بنویسید.                              (پ) اندازه گراف <math>\bar{G}</math> را تعیین کنید.</p> </div> </div>	۶
۱/۵	(الف) گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گری آن $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ نباشد. (ب) گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گری آن $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ باشد.	۷
۱/۵	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>با توجه به گراف زیر،                              (الف) با نوشتن راه حل عدد احاطه‌گری گراف را بیابید.                              (ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال معرفی کنید که احاطه‌گر مینیموم نباشد.</p> </div> </div>	۸
۱/۵	با اضافه کردن ۳۰ یال به گراف ۶-منتظم، گراف کامل درست می‌شود، مرتبه این گراف را بدست آورید.	۹
۱	می‌خواهیم ۵ کلاس یازدهمی و ۷ کلاس دوازدهمی، کنار هم قرار دهیم بطوریکه کلاس یازدهمی‌ها کنار هم باشند. به چند روش انجام این کار امکان‌پذیر است.	۱۰
۱	چند جایگشت با ارقام ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ داریم که ارقام زوج و فرد، یکی در میان باشند.	۱۱
۱	با حروف کلمه «انتخابات» چند کلمه ۸ حرفی می‌توان ساخت.	۱۲
۱/۲۵	معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 13$ که در آن $x_5 = 4$ ، $x_3 > 3$ چند جواب صحیح نامنفی دارد.	۱۳

۱/۲۵	<p>تاثیر ۳ کودِ نوع اول (باشماره‌های ۱ تا ۳) و ۳ کودِ نوع دوم (باشماره‌های ۱ تا ۳) قرار است در سه ماه مختلف روی محصول سه زمین مختلف بررسی شود. برنامه‌ای برای استفاده کودها ارائه دهید تا ترکیب هر دو نوع کود دقیقاً یکبار مورد آزمایش قرار گیرد بعلاوه آنکه هر نوع کود در هر زمین و در هر ماه دقیقاً یکبار استفاده شود.</p>	۱۴
۱/۲۵	<p>چند عدد طبیعی مانند <math>n</math> که <math>۱ \leq n \leq ۴۰۰</math> وجود دارد، بطوریکه بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۳ و ۵ بخش پذیر نباشد.</p>	۱۵
۱/۲۵	<p>درون یک مربع به ضلع واحد، ۱۰ نقطه انتخاب می‌کنیم. ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این ۱۰ نقطه کمتر از <math>\frac{\sqrt{۲}}{۳}</math> است.</p>	۱۶
۲۰	<p>پیروز و سربلند باشید جمع نمره</p>	

۱- مربع کامل است  $k = a(a+1) = a^2 + a$   $f(a^2+a)+1 = ka^2 + fa + 1 = (2a+1)^2$

۳(۵)

(۵)

۲- الف) مسیر نرایی

ب)  $\frac{2 \times 4}{2} = 4$

۳(۵)

ج) منظم

۳-

$a = 7q + 9 \rightarrow 2a = 14q + 18 \rightarrow 2a + 3 = 14q + 21 = 14q + 1$

بقی صافه کن بر ۱۴ برابر کن

۴- ۲۵ روز از مرداد ۳۱ روز شهریور ۳۰ روز مهر ۳۰ روز آبان ۳۰ روز آذر و ۳۰ روز دی و ۱۹ روز بهمن حاصله این دو تاریخ است

$25 + 31 + 30 + 30 + 30 + 30 + 19 \stackrel{V}{=} 94$

۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

عدد ۲ متناظرا با ۳۱ است.

۵- اگر تعداد روزهای ۳ و ۵ میلادی را به ترتیب  $x$  و  $y$  در نظر بگیریم تعداد جواب‌های ناممکن  $3x + 5y = 92$  جواب مسئله

۳x + 5y = 92  $5y \leq 92$   $2y \leq 2$   $y \leq 1 \rightarrow y = 2k + 1$

$3x + 5(2k+1) = 92 \rightarrow x = -5k + 29$

$k=0 \begin{cases} y=1 \\ x=29 \end{cases}$

$k=1 \begin{cases} y=3 \\ x=24 \end{cases}$

$k=2 \begin{cases} y=5 \\ x=19 \end{cases}$

$k=3 \begin{cases} y=7 \\ x=14 \end{cases}$

$k=4 \begin{cases} y=9 \\ x=9 \end{cases}$

$k=5 \begin{cases} y=11 \\ x=4 \end{cases}$

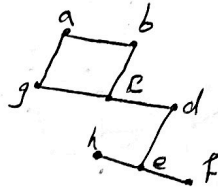
بازی ( ۵ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ ) برای موزون جواب‌ها ناممکن هستند.

۶- این مسئله را در این صورت که در این شکل  $G = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  است

(ب)  $\{c, d, e, f, g\}$  یا  $\{c, e, g\}$

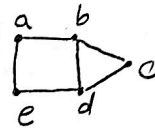
(ب) تعداد یال‌های گراف  $G$  است ۸ است. تعداد یال‌های گراف کامل  $V$  را می‌توانیم برابر  $\frac{7 \times 6}{2} = 21$  است بنابراین اندازه گراف  $G$  برابر  $21 - 8 = 13$  است

در این گراف  $\left[ \frac{n}{\Delta+1} \right]$  برابر  $\left[ \frac{7}{2} \right] = 3$  است اما برای احاطه این گراف حداقل ۳ رأس لازم است.



(۷- این)

در این گراف  $\left[ \frac{n}{\Delta+1} \right]$  برابر  $\left[ \frac{5}{2} \right] = 2$  است و با دو رأس  $\{c, e\}$  گراف احاطه می‌شود بنابراین عدد احاطه گراف این گراف ۲ است.



(ب)

۱- این گراف در این گراف  $n=10$  و  $\left[ \frac{10}{2} \right] = 5$  است بنابراین ۵ است و عدد احاطه گراف ۳ یا بزرگ‌تر از آن است و چون مجموعه‌ای مانند  $\{c, e, g\}$  وجود دارد به علاوه گراف را احاطه می‌کنند و ۳ عنصری است عدد احاطه گراف این گراف ۳ است.

(ب)  $\{c, e, g\}$  هر مجموعه احاطه گراف که تعداد عنصرهایش بیش از ۳ باشد و با حذف هر یک از اعضایش دیگر احاطه نمی‌شود جواب است

- ۴

تعداد یال‌های گراف  $6$  متشکل  $\frac{9P}{2} = 3P$

تعداد یال‌های گراف کامل  $\frac{P(P-1)}{2} = 3P + 6$

$P^2 - P = 9P + 6$

$P^2 - 10P - 6 = 0$

مجموعه این گراف  $12 \rightarrow$   
 $P \rightarrow 15$

- ۱۰

دا یا زدهی

$11 \times 5!$

تعداد کل حالت‌های جا به جایی  $11!$  است که برای  $11$  یا زدهی این حالت وجود دارد بنابراین  $11 \times 5!$

ف ز ف ز ف ز ف

ع! x ۳!  
 ↓  
 حالات جابه جایی اعداد فرد ← حالات جابه جایی اعداد زوج

- ۱۱

۱۲ - حروف تکراری ← ۳ حرف ت (۲!) ، ۳ حرف الف (۳!)

۱! ← حالات

$$\frac{1!}{2! \times 3!}$$

- ۱۳

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 = 13 \quad n_5 = 4 \quad n_3 = n'_3 + 4$$

$$n_1 + n_2 + n'_3 + 4 + n_4 + 4 + n_6 = 13$$

$$n_1 + n_2 + n'_3 + n_4 + n_6 = 5$$

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \times 5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4 \times 3 \times 2 \times 5!} = 126$$

۱۴ - دو مربع لاتین متعامد ۳x۳ جواب است

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

⇓

۱۲	۳۱	۲۳
۲۳	۳۲	۱۱
۳۱	۱۳	۲۲

۱۵ -  $|\overline{A \cup B \cup C}| = |S| - |A \cup B \cup C| = |S| - |A + B + C - AB - AC - BC + ABC|$

A → اعداد زوج بیشترند

B → اعداد بیشتن بزرگترند

C → اعداد بیشتن بزرگترند

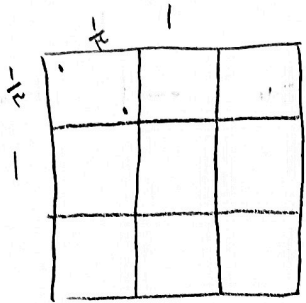
$$|S| = 200 \quad |A| = \left[ \frac{200}{2} \right] = 100 \quad |B| = \left[ \frac{200}{3} \right] = 133$$

$$|C| = \left[ \frac{200}{5} \right] = 40 \quad |A \cap B| = \left[ \frac{200}{6} \right] = 33 \quad |A \cap C| = \left[ \frac{200}{10} \right] = 20$$

$$|B \cap C| = \left[ \frac{200}{15} \right] = 13 \quad |A \cap B \cap C| = \left[ \frac{200}{30} \right] = 6$$

$$|\overline{A \cup B \cup C}| = 200 - (100 + 133 + 40 - 33 - 20 - 13 + 6) = 109$$

۱۶- اگر مربع را به ۹ مربع کوچک تقسیم کنیم حد اقل ۲ نقطه در یک مربع قرار می‌گیرد فاصله این دو نقطه از نقطه مربع کم‌تر است چون اضلاع مربع‌های کوچک  $\frac{1}{3}$  است پس فاصله آنها  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  خواهد بود بنابراین ۲ نقطه وجود دارد که فاصله آنها کم‌تر از  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  است.



سولماز