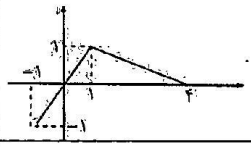
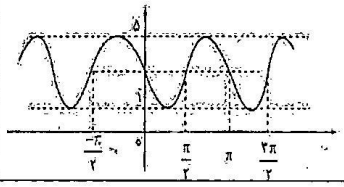
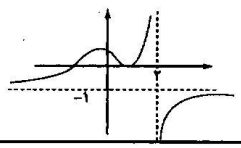
باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش استان گلستان

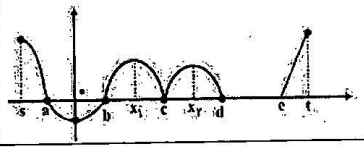
سوالات آزمون شبه نهایی	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		ساعت شروع : ۹ صبح
نام و نام خانوادگی :	سؤالات امتحان درس: حسابان		مدت آزمون : دقیقه
رشته:	شماره صندلی:	تعداد صفحه:۳	تاریخ آزمون : ۰۹ /۰۲/ ۱۴۰۲

ردیف	سـؤالات	بارم
۱	کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است ؟ الف) درجه تابع $f(x) = -x^{۲} \cdot (x - x^{۲})^{۲} + x^{۳}$ برابر ۶ است . ب) دامنه تابع $f(x) = \tan ۲x$ برابر $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲}\}$ و $k \in \mathbb{Z}$ است . پ) اگر علامت f' در بازه ای منفی باشد , آن گاه تابع f بر آن بازه اکیدا نزولی است . ت) در نقطه عطف علامت f'' تغییر می کند .	۱
۲	نمودارتابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است . نمودار $y = ۲f(۱ - x) - ۱$ را رسم کنید. (مراحل ترسیم بیان شود) 	۱/۵
۳	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ به صورت $[-۳, ۲]$ باشد. دامنه تابع $y = ۲f(۱ - ۲x) + ۱$ کدام است؟	۰/۵
۴	باقی مانده تقسیم کوچکترین چند جمله ای بر دو جمله ای های $x - ۲$, $x + ۲$ و $x + ۱$ برابر ۵ می باشد . اگر این چند جمله ای بر x بخش پذیر باشد , ضریب جمله با بیشترین درجه را تعیین کنید.	۱
۵	نمودار زیر مربوط به تابع مثلثاتی است . با دقت در شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع , ضابطه آن را مشخص کنید. 	۱
۶	جواب کلی معادله $\tan x + \cot x = \frac{۲}{\cos ۲x}$ را تعیین کنید.	۱
۷	نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است . حاصل حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \to ۲^{-}} f(x)$ پ) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ت) $\lim_{x \to ۲^{+}} f(x)$ 	۱

باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش استان گلستان

سوالات آزمون شبه نهایی	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		ساعت شروع : ۹ صبح
نام و نام خانوادگی :	سؤالات امتحان درس: حسابان		مدت آزمون : دقیقه
رشته:	شماره صندلی:	تعداد صفحه:۳	تاریخ آزمون : ۰۹ /۰۲/ ۱۴۰۲

۸	حاصل حدود زیر را به دست آورید .	۱
	الف) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(3x+1)^3+x^2}{-2x^3+4x^2+1}$	
	ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-\frac{3}{x}}{2x-\sqrt{x^2+x}}$	
۹	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x)=\sqrt{(x+2)\sin^2 x}$ را در نقطه $x_0=0$ بررسی کنید.	۱
۱۰	به ازای کدام مقدار b تابع f با ضابطه $f(x)=\begin{cases}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)+b & -2<x<1\\ a\lvert x\rvert-1 & 1\le x<2\end{cases}$ در نقطه $x=1$ مشتق پذیر است؟	۲
۱۱	حجم مخروطی به ارتفاع ثابت ۵ سانتی متر تابعی از شعاع قاعده آن است . آهنگ تغییر حجم مخروط را نسبت به شعاع قاعده آن وقتی $r=3$ سانتی متر باشد را حساب کنید.(راهنمایی : حجم مخروط یک سوم حجم استوانه است)	۱
۱۲	ارتفاع یک جسم از سطح زمین از معادله $h(t)=-5t^2+40t$ به دست می آید .	۱
	الف) سرعت جسم هنگام پرتاب و هنگام برخورد با زمین را به دست آورید.	
	ب) لحظاتی را معلوم کنید که سرعت جسم به $35\frac{m}{s}$ و $-35\frac{m}{s}$ است .	
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۲
	الف) $f(x)=(4x^3-7)(2x-1)^4$ ب) $f(x)=\frac{1-\sin x}{\cos x}$	
۱۴	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x)=3x^2-2x+5$ را در بازه $[1\ و\ -2]$ در صورت وجود بیابید و نقاط بحرانی این تابع را به دست آورید.	۲
۱۵	نمودار تابع f' در شکل زیر داده شده است .	۱
	الف) صعودی و نزولی بودن تابع f را در $[s,t]$ بررسی کنید.	
	ب) نقاط a,b,c,d و e کدام بحرانی و کدام ماکزیمم نسبی و کدام مینیمم نسبی است .	
		
۱۶	کدام یک از گزاره های زیر درست و کدام یک نادرست است ؟	۱
	الف) در نقطه عطف علامت f'' تغییر می کند.	
	ب) هر نقطه ای که در آن مقدار f'' برابر صفر شود یک نقطه عطف است.	
	ت) تابع می تواند بیش از یک نقطه عطف داشته باشد.	
	ث) تابع اکیدا صعودی نقطه عطف ندارد.	

باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش استان گلستان

سوالات آزمون شبه نهایی	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		ساعت شروع : ۹ صبح
نام و نام خانوادگی :	سؤالات امتحان درس: حسابان		مدت آزمون : دقیقه
رشته:	شماره صندلی:	تعداد صفحه:۳	تاریخ آزمون : ۰۹ /۰۲/ ۱۴۰۲

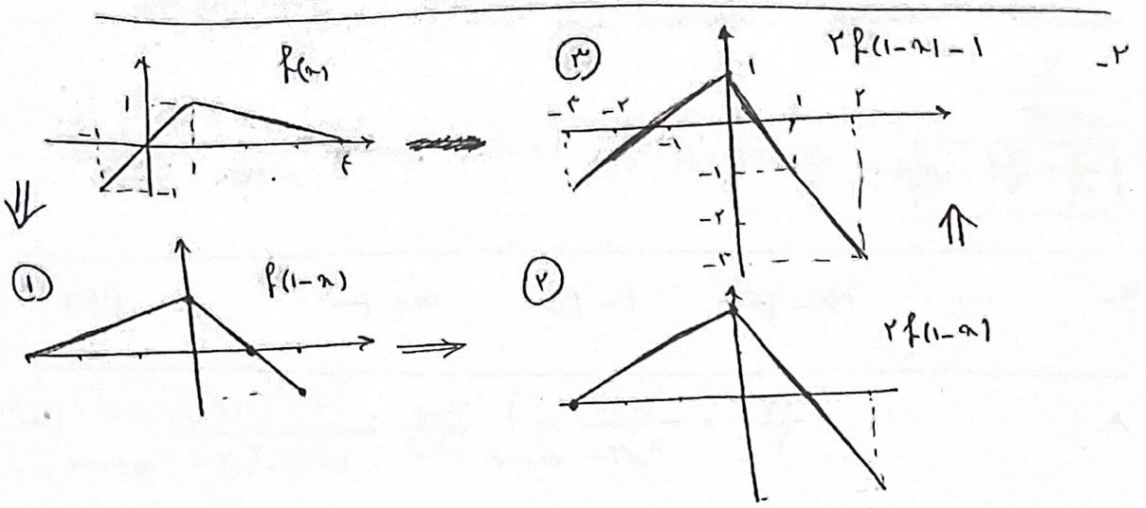
۱۷	فرض کنید $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$, محل تقاطع مجانب های آن نقطه (۱ و ۲) است . اگر این تابع از نقطه (۰ و ۱-) بگذردضابطه تابع را به دست آورید.	۱

حسابان ۲ - استان مستان

سعادتمند نژاد - رتبه ۸۶ کنکور سراسری

۱- الف) درست ب) نادرست ج) درست د) درست

۲-



۳-

$f(x) \longrightarrow D: [-۳, ۲]$

$y = ۲f(۱-۲x)+۱ \longrightarrow D: [-\frac{۱}{۲}, ۲]$

۴- با توجه به اطلاعات داده شده ۲ ضابطه‌ای می‌توان نوشت که از شرط‌های زیر عبور می‌کند

$f(x) = y = ax^۳+bx^۲+cx+d$ از مبدأ مختصات می‌گذرد $\Rightarrow d=۰$

$f(۲) = ۸a+۴b+۲c = ۵$ (۱) $\longrightarrow \boxed{b=\frac{۵}{۴}}$

$f(-۲) = -۸a+۴b-۲c = ۵$

$f(-۱) = -a+b-c = ۵ \longrightarrow a+c = b-۵ = \frac{-۱۵}{۴}$ (۱) $\xrightarrow{\text{جایگذاری}} a = (-\frac{۱۵}{۴}-c)$

$c = -۵$

$a = \frac{۵}{۴}$

۵- دوره تناوب تابع برابر با ۲π است

$T = ۲\pi = \frac{۲\pi}{|b|} \longrightarrow |b| = ۲ \longrightarrow b = ۲$

$Max = ۵$
$min = ۱$ $\longrightarrow$ ضریب بسط سینوسی $\frac{۵-۱}{۲} = ۲$

$\boxed{y = -۲\sin ۲x + ۳}$

۶-

$$\tan x+\cot x=\frac{۲}{\cos ۲x}$$

$$\tan x+\cot x=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{\sin^۲x+\cos^۲x}{\sin x\cos x}=\frac{۱}{\sin x\cos x}=\frac{۲}{۲\sin x\cos x}=\frac{۲}{\sin ۲x}$$

$$\frac{۲}{\sin ۲x}=\frac{۲}{\cos ۲x}\longrightarrow \tan ۲x=۱\longrightarrow ۲x=k\pi+\frac{\pi}{۴}\longrightarrow \boxed{x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۸}}$$

۷- الف) -۱ ب) $+\infty$ ج) -۱ د) $-\infty$

۸- الف) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(۳x+۱)^۳+x^۲}{-۲x^۳+۴x^۲+۱}$ هم‌ارز $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{۲۷x^۳}{-۲x^۳}=-\frac{۲۷}{۲}$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{۲x-\frac{۳}{x}}{۲x-\sqrt{x^۲+x}}$ هم‌ارز $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{۲x}{۲x-|x|}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{۲x}{۳x}=\frac{۲}{۳}$

۹-

$$f(x)=\sqrt{(x+۲)\sin^۲x}=\sqrt{x+۲}\,|\sin x|=\begin{cases}\sin x\cdot\sqrt{x+۲} & ۰\le x<\frac{\pi}{۲}\\ -\sin x\cdot\sqrt{x+۲} & -\frac{\pi}{۲}<x<۰\end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\cos x\cdot\sqrt{x+۲}+\frac{\sin x}{۲\sqrt{x+۲}} & x\ge۰\\ -\cos x\sqrt{x+۲}-\frac{\sin x}{۲\sqrt{x+۲}} & x<۰\end{cases}$$

$f'_+(۰)=۲\neq f'_-(۰)=-۲$ تابع در نقطه‌ی $x=۰$ مشتق‌پذیر نیست

۱۰-

$$f(x)=\begin{cases}\cos(\frac{\pi}{۲}x)+b & -۲<x<۱\\ ax-۱ & ۱\le x<۲\end{cases}\longrightarrow f(x)=\begin{cases}\cos(\frac{\pi}{۲}x)+b & -۲<x<۱\\ ax-۱ & ۱\le x<۲\end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}-\frac{\pi}{۲}\sin(\frac{\pi}{۲}x) & x<۱\\ a & x>۱\end{cases}$$

$f'_+(۱)=a$

$f'_-(۱)=-\frac{\pi}{۲}$ $\longrightarrow$ $\boxed{a=-\frac{\pi}{۲}}$

ادامه سوال ۱۰ -

شرط پیوستگی یعنی علاوه بر برابری مشتق چپ و راست مشتق کلی برای نقطه نیز برابر باشد

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \cos(\frac{\pi}{2}x) + b = b$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} ax - 1 = -\frac{\pi}{2} - 1$$

$$\longrightarrow \boxed{b = -\frac{\pi}{2} - 1}$$

---

۱۱ -

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \xrightarrow{h=5} V = \frac{5}{3}\pi r^2$$

$$V' = \frac{10}{3}\pi r \xrightarrow{r=3} \underline{V' = 10\pi}$$

---

۱۲ - الف)

$$h(t) = -5t^2 + 40t \longrightarrow V(t) = h'(t) = -10t + 40$$

- لحظه‌ی $t=0$ $\longrightarrow$ $V(0) = 40$

مربوط به ماشین زیان بالچرخ‌سین تا نقطه برگشتن یکسان است پس لحظه‌ی بالچرخ‌سین جسم (همان لحظه‌ی صفر شدن سرعت) را می‌یابیم و برای محاسبه‌ی سرعت لحظه‌ی حضور در پایین این زمان را برابر می‌گیریم

$$V(t) = -10t + 40 = 0 \quad t = 4s$$

سرعت برخورد با زمین

$$V(1) = -80 + 40 = -40$$

ب)

$$V(t) = -10t + 40 = 35 \longrightarrow \boxed{t = 0.5s}$$

$$V(t) = -10t + 40 = -35 \longrightarrow \boxed{t = 7.5s}$$

---

۱۳ -

الف) $f(x) = (4x^2 - 7)(2x - 1)^4$

$$f'(x) = 12x^2(2x-1)^4 + 4(2x-1)^3 \times 2 \times (4x^2 - 7)$$

ب) $f(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x} \longrightarrow f'(x) = \frac{-\cos^2 x + \sin x(1 - \sin x)}{\cos^2 x}$

۱۴-

$f(x) = 2x^3 - 3x + 5$

$f'(x) = 6x - 2 = 0 \quad x = \frac{1}{3}$ نقطه بحرانی

برای تعیین اکسترمم نسبی تابع مشتق را تعیین علامت می‌کنیم

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	↘	$\frac{14}{3}$	↗	$+\infty$

$\frac{1}{3}$ ← Min نسبی

برای محاسبه نقاط اکسترمم مطلق / نقاط ابتدا و انتهای بازه داده شده و نقطه بحرانی را با هم مقایسه می‌کنیم

عرض

$$\begin{cases} f(-2) = 21 \longrightarrow \text{Max مطلق} \\ f(\frac{1}{3}) = \frac{14}{3} \longrightarrow \text{Min مطلق} \\ f(1) = 4 \end{cases}$$

۱۵- الف) بازه‌های نزولی بودن $[s, \cdot] \cup [x_1, c] \cup [x_2, d]$

بازه‌های صعودی بودن $[\cdot, x_1] \cup [c, x_2] \cup [e, t]$

ب) نقاط بحرانی : a و صفرهای b و x_1, c, x_2, d, e

نقاط ماکزیمم نسبی : x_1, x_2

نقاط مینیمم نسبی : صفر و c

۱۶- الف) درست ← نادرست ← درست ← نادرست

۱۷-

$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ مجانب قائم $x = 2$ مجانب افقی $y = 1$

$cx + d = 0 \xrightarrow{x=2} 2c + d = 0 \longrightarrow d = -2c$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{a}{c} = 1 \longrightarrow a = c$

$f(-1) = 0 \longrightarrow f = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{cx+b}{cx-2c} \xrightarrow{x=-1} \frac{-c+b}{-c-2c} = 0 \longrightarrow b = c$

$f(x) = \frac{cx+c}{cx-2c} \xrightarrow{\div c} \frac{x+1}{x-2} = f(x)$