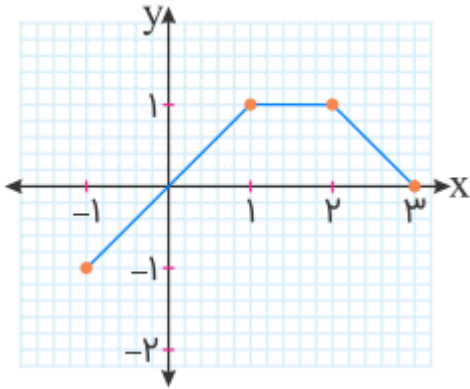
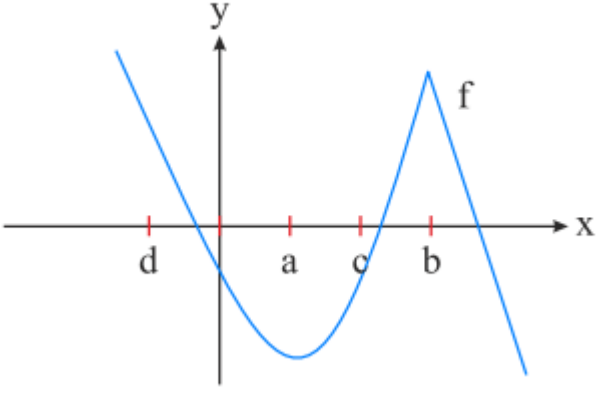


نام و نام خانوادگی		باسمه تعالی		تاریخ امتحان: / / 1401
.....		اداره کل آموزش و پرورش استان گیلان		تعداد صفحات: 2 صفحه
نام آموزشگاه:		سوالات امتحان پنجره ارتقاء درس حسابان 2		مدت امتحان: 100 دقیقه
رشته: ریاضی و فیزیک		دانش آموزان / داوطلبان آزاد دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم		ساعت شروع:
ردیف	سوالات			نمره
1	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) مینیمم تابع <math>f(x) = 3 \sin(x) + 4</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) تابع <math>f(x) = x^2 - 2x</math> دارای نقطه بحرانی ..... است.</p> <p>ج) دامنه تابع <math>h(x) = \tan(2x)</math> برابر ..... است.</p> <p>د) حاصل نامعادله <math>x^2 \geq x^3</math> بازه ..... است.</p>			1
2	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع <math>f(x) = -(x+2)^3</math> روی دامنه خود اکیدا نزولی است.</p> <p>ب) تابع <math>g(x) = 2 x^2 - 4 </math> در دو نقطه مشتق پذیر نیست.</p> <p>ج) تابع <math>h(x) = \frac{1}{x+1}</math> مجانب قائم ندارد.</p> <p>د) اگر تابع <math>k(x)</math> در نقطه <math>x = a</math> پیوسته باشد، آنگاه <math>k(x)</math> در <math>x = a</math> مشتق پذیر است.</p>			1
3	<p>ابتدا نمودار تابع زیر را رسم کنید سپس بازه‌هایی را که در آن تابع، صعودی اکید، نزولی اکید یا ثابت است را مشخص کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x < -2 \\ 1 & -2 \leq x \leq 1 \\ -2x & x > 1 \end{cases}$			1
4	<p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>y = f(2x - 1)</math> را رسم کنید</p> 			1
5	<p>معادله مثلثاتی <math>2 \sin^2 x - \sin x = 0</math> را حل کنید و جواب‌هایی که در بازه <math>[0, 2\pi]</math> هستند را تعیین کنید.</p>			1.5
6	<p>حدود زیر را محاسبه کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 1}{3x^2 + \sqrt{x^4 - 1}}$ <p>ادامه در صفحه 2</p>			1.25

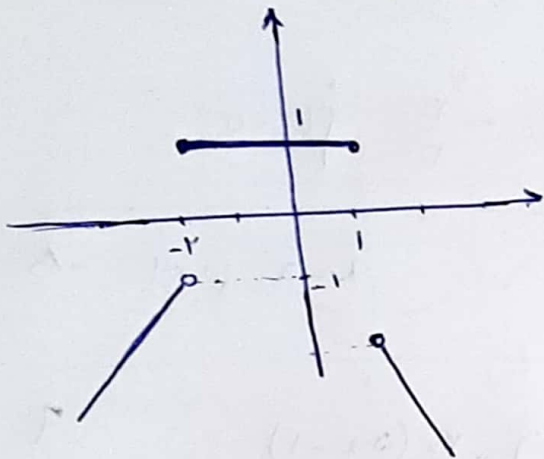
1	صفحه 2 در تابع $f(x) = \frac{(m+1)x+6}{2x-k}$ ، مقادیر $m, k$ را چنان بیابید که $y = 2$ مجانب افقی تابع $f$ بوده و منحنی تابع محور $y$ ها را در نقطه ای به عرض 2 قطع کند. مجانب قائم تابع $f$ را معین کنید.	7
0.5	نمودار تابع $f$ به صورت زیر رسم شده است. 	8
3	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = (5x - 1)(7 - x^2)$ $h(x) = \cos^3 x + \sqrt{x^3 + 1}$ $g(x) = \frac{2x+3}{x^2-7x+5}$	9
1.75	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ را در $x = 1$ در صورت وجود به دست آورید و سپس معادله خط مماس بر منحنی این تابع را در نقطه $x = 1$ بنویسید.	10
1	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = -2t^2 + 10t$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ داده شده است. سرعت لحظه ای را در لحظه $t = 2$ به دست آورید.	11
2	مقدار ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+2}$ را در بازه $[-1, 3]$ بیابید.	12
2	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x$ را رسم کنید.	13

2	اگر نقطه $M(1,2)$ ، نقطه عطف منحنی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ باشد، آنگاه مقادیر $a, b$ را به دست آورید. نقطه عطف و جهت تقعر منحنی تابع $f$ را تعیین کنید.	14
---	---	----

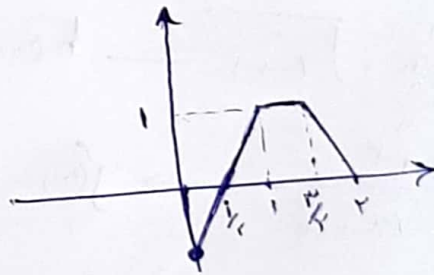
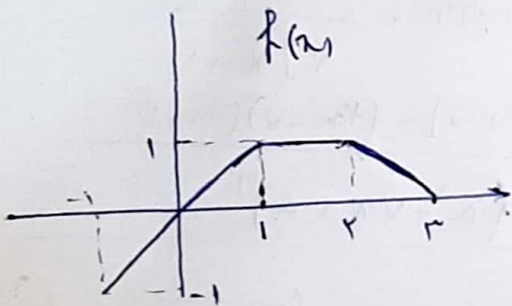
**موفق باشید**

۱۔ الف)  $\perp$   $\alpha = 1$   $\alpha \neq \frac{k\pi}{r} + \frac{\pi}{r}$   $\alpha \in (-\infty, 1]$

۲۔ الف) درست (ب) درست (ج) غلط (د) غلط



۳۔  $(-\infty, -2)$ : صعودی اکبر  
 $[-2, +1]$ : ثابت  
 $(1, +\infty)$ : نزولی اکبر



۵۔  $r \sin^r \alpha - \sin \alpha = 0 \rightarrow \sin \alpha (r \sin^{r-1} \alpha - 1) = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \sin \alpha = 0 \\ \sin \alpha = k_r \end{array} \right\}$$

$\sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha = k\pi$

$\sin \alpha = k_r \rightarrow \alpha \in \left\{ \begin{array}{l} 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{array} \right.$   $\xrightarrow{[0, 2\pi]}$   $\alpha = \left\{ 0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$

۶۔  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}} \frac{1}{\cos x}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^-} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{array} \right. \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}} \frac{1}{\cos x} = \text{وصف نامعلوم}$$

۷۔  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\omega x^r + 1}{\sqrt{x^r + \sqrt{x^r - 1}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\omega x^r}{\sqrt{x^r + \sqrt{x^r}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\omega x^r}{\sqrt{x^r}} = \frac{\omega}{r}$

$$f(x) = \frac{(m+1)x + y}{rx - k}$$

$$y = r \text{ سبب } \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{m+1}{r} = r \Rightarrow \underline{m = r^2}$$

$$f(0, r) \rightarrow r = \frac{(r^2+1)x_0 + y}{rx_0 - k} \Rightarrow -rk = y \Rightarrow \underline{k = -r^2}$$

$$\text{سبب } = \text{سبب } \quad rx - (-r^2) = 0 \Rightarrow x = -\frac{r}{r} \text{ سبب}$$

$$x = d \text{ ( )} \quad x = a \text{ ( ) } -1$$

$$f(x) = (\sin x - 1)(v - x^r) \rightarrow f'(x) = \sin x (v - x^r) - rx (\sin x - 1)$$

$$h(x) = \cos^r x + \sqrt{x^r + 1} \rightarrow h'(x) = -r \sin x \cos^{r-1} x + \frac{rx^r}{2\sqrt{x^r + 1}}$$

$$g(x) = \frac{rx + r}{x^r - vx + a} \rightarrow g'(x) = \frac{r(x^r - vx + a) - (rx + r)(r x^{r-1} - v)}{(x^r - vx + a)^2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} - 0}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-1}}$$

$$f'(1) = \text{سبب } \rightarrow \text{سبب } x=1$$

$$f(t) = -rt^r + 1 \cdot t \rightarrow v(t) = f'(t) = -rt^{r-1} + 1 \quad v(r) = -r + 1 = r$$

$$f(x) = x + 1 + \frac{r}{x+r}$$

ماتریک و سبب در تقاطع است

$$f'(x) = 1 - \frac{r}{(x+r)^2} = 0$$

$$(x+r)^2 = r \rightarrow \begin{cases} x = 0 \checkmark \\ x = -r \times \end{cases}$$

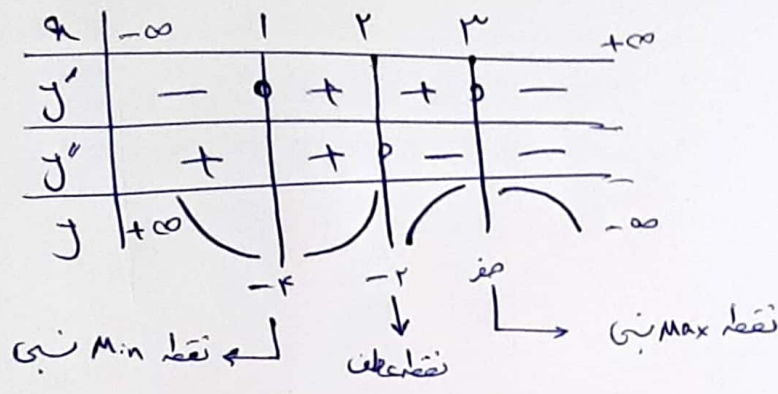
در حالت اول سبب  
Min  
Max

$$f(-1) = r \quad f(0) = r \quad f(r) = \frac{r^2}{2}$$

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 9x$$

$$f'(x) = -3x^2 + 8x - 9 = -3(x-2)(x-1) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array} \right. \quad \text{نقاط بحرانی}$$

$$f''(x) = -6x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{3} \quad \text{نقطه عطف}$$



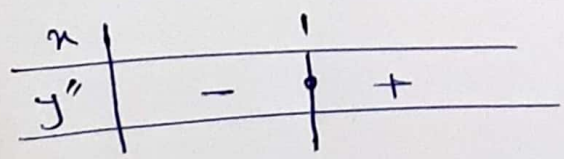
$$f(x) = ax^3 + ax^2 + bx + c$$

$$M(1,2) \quad \left\{ \begin{array}{l} f(1) = 2 \\ f''(1) = 0 \end{array} \right. \quad -15$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 6ax + 2a \rightarrow f''(1) = 0 \quad 6a + 2a = 0 \quad \boxed{a = -\frac{1}{2}}$$

$$f(1) = 2 \rightarrow 1 - \frac{1}{2} + 1 + b = 2 \quad \boxed{b = \frac{1}{2}}$$



جهت تغییر در بازه  $(-\infty, 1)$

جهت تغییر در بازه  $(1, +\infty)$

سوار