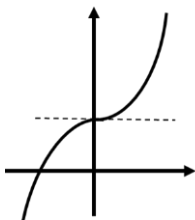
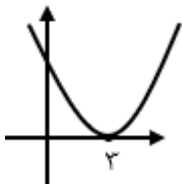
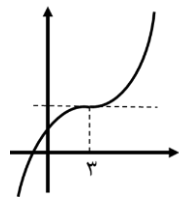


سؤالات امتحان شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	تعداد صفحه : ۳	
https://www.teo.medu.ir			

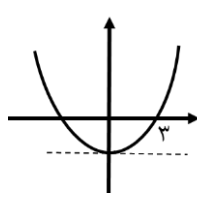
ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[1, 3]$ باشد، دامنه تابع $y = f(2x - 1)$ عبارت است از $[1, 2]$.</p> <p>ب) $y = \tan x$ در بازه $[0, \pi]$ اکیداً صعودی است.</p> <p>ج) تابع $y = [2x]$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر نیست.</p> <p>د) در نقاط اکسترمم نسبی، همواره مشتق موجود است.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) دوره تناوب تابع $y = \sin x$ عبارت است از</p> <p>ب) اگر در تابع $f(x) = \frac{x-a}{x^2+3x+2}$ فقط خط $x = -1$ مجانب قائم باشد، مقدار a برابر است با</p> <p>ج) عبارت ریاضی معادل با «می توانیم $f(x)$ را به میزان دلخواه از هر عدد مثبت بزرگتر کنیم به شرط این که x رابه اندازه کافی به a از راست نزدیک کرده باشیم.» عبارت است از</p> <p>د) مجموع طول نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - 3x$ عبارت است از</p>	۱
۳	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & x > 0 \\ 1 - x^2 & x \leq 0 \end{cases}$ کدام وضعیت را دارد؟</p> <p>(۱) ماکزیمم مطلق دارد ولی مینیمم مطلق ندارد. (۲) مینیمم مطلق دارد ولی ماکزیمم مطلق ندارد.</p> <p>(۳) هم ماکزیمم مطلق و هم مینیمم مطلق دارد. (۴) نه ماکزیمم مطلق و نه مینیمم مطلق دارد.</p> <p>ب- اگر شکل مقابل نمودار تابع f' باشد، کدام نمودار می تواند تابع f باشد؟</p>	۰/۵



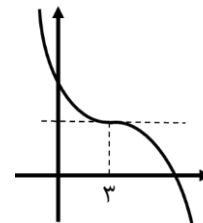
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

۴	<p>اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $y = 1 - 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.</p>
۵	<p>خارج قسمت تقسیم چندجمله ای $P(x) = x^5 + x - 1$ بر $x + 1$، چندجمله ای $Q(x)$ می باشد. مقدار $Q(2)$ را به دست آورید.</p>
۶	<p>نمودار مقابل مربوط به تابع $y = a \sin bx + c$ می باشد. مقدار a، b و c را به دست آورید.</p>
۷	<p>معادله مثلثاتی $\sin x (2 \sin x + 5) = 3$ را در بازه $[0, 2\pi]$ حل کنید.</p>
۸	<p>شکل مقابل از ۳ مربع به ضلع واحد تشکیل شده است. $\tan \alpha$ را به دست آورید.</p>
۹	<p>الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sin^2 x}{x^2}$ را به دست آورید. ب) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-1)x^3 + 2x^2}{1 - bx^2} = 1$ در این صورت a و b را به دست آورید. ج) مساحت شکل ایجاد شده توسط مجانب های تابع $y = \frac{2x}{ x -1}$ را به دست آورید.</p>
۱۰	<p>شکل مقابل نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ را در دستگاه مختصات نمایش می دهد. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1}$ را به دست آورید. ب) حاصل $\left(\frac{f}{g}\right)'(1)$ را به دست آورید.</p>

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

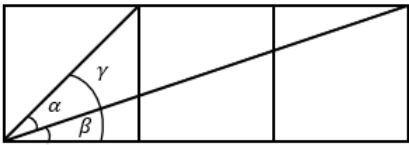
۱	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱۱
۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (x^3 + 1)\sqrt{3x + 2}$ ب) $g(x) = \tan^5 2x + \cos \frac{1}{x}$	۱۲
۱/۵	اگر $f(x) = 40 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2$ باشد، در این صورت : الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازه $[0, 100]$ را به دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه ای f در چه نقطه ای با آهنگ تغییر متوسط در بازه $[0, 100]$ برابر است؟	۱۳
۱/۵	در کره ای به شعاع ۳، یک استوانه محاط کرده ایم. شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را چنان تعیین کنید که حجم استوانه بیشترین مقدار ممکن باشد.	۱۴
۱/۵	جهت تقعر نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$ را بررسی کرده و نقطه عطف نمودار تابع را در صورت وجود به دست آورید.	۱۵

موفق باشید

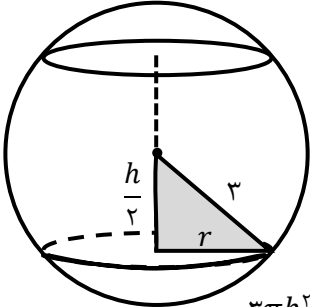
پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

ردیف	پاسخ	بارم																				
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) درست (۰/۲۵) د) نادرست (۰/۲۵)	۱																				
۲	الف) π (۰/۲۵) ب) $a = -2$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$ (۰/۲۵) د) 0 (۰/۲۵)	۱																				
۳	الف) گزینه ۱ (۰/۲۵) ب) گزینه ۳ (۰/۲۵)	۰/۵																				
۴	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>۲</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۰</td> </tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x'</td> <td>۰</td> <td>۲</td> <td>۶</td> <td>۸</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>-۳</td> <td>-۱</td> <td>-۳</td> <td>۱</td> </tr> </table> <p style="text-align: right; color: red;">۰/۵</p> <p style="text-align: right; color: red;">۰/۵</p>	x	۰	۱	۳	۴	f	۲	۱	۲	۰	x'	۰	۲	۶	۸	f'	-۳	-۱	-۳	۱	۱
x	۰	۱	۳	۴																		
f	۲	۱	۲	۰																		
x'	۰	۲	۶	۸																		
f'	-۳	-۱	-۳	۱																		
۵	$\overbrace{P(x) = Q(x)(x+1) + P(-1)}^{0/25} \Rightarrow \overbrace{x^5 + x - 1 = Q(x)(x+1) - 3}^{0/25}$ $\xrightarrow{x=2} \underbrace{32 + 2 - 1 = Q(2)(3) - 3}_{0/25} \Rightarrow 36 = 3Q(2) \Rightarrow \underbrace{Q(2) = 12}_{0/25}$	۱/۲۵																				
۶	$max = 7, min = 1, T = \pi$ $c = \frac{max + min}{2} = 4 \quad , \quad a = \frac{max - min}{2} = \frac{7-1}{2} = 3 \Rightarrow a = 3$ $b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \Rightarrow \underbrace{y = 3 \sin 2x + 4}_{0/25}$	۱																				
۷	$2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -3 & \text{غ ق ق} \\ \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$	۱/۵																				

پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

۱	 $\alpha = \gamma - \beta$ $\tan \alpha = \tan(\gamma - \beta) = \frac{\tan \gamma - \tan \beta}{1 + \tan \gamma \tan \beta}$ $= \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \left(1 \times \frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$	۸
۲/۷۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ $= +\infty + 1 = +\infty$</p> <p>ب) $a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{1 - bx^2} = -\frac{2}{b} = 1 \Rightarrow b = -2$</p> <p>ج) $x - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{ x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{ x } \begin{cases} x \rightarrow +\infty & y = 2 \\ x \rightarrow -\infty & y = -2 \end{cases} \quad s = 2 \times \varepsilon = 4$</p>	۹
۱/۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = g'(1) = f'(1) = \frac{2 - 0}{1 - (-3)} = \frac{1}{2}$</p> <p>ب) $\left(\frac{f}{rg}\right)'(1) = \frac{f'(1) \times rg(1) - f(1) \times rg'(1)}{(rg(1))^2} = \frac{\frac{1}{2} \times 2 \times 2 - 2 \times 2 \times \frac{1}{2}}{(2 \times 2)^2} = 0$</p>	۱۰
۱	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2}} = +\infty$ <p>مشق ناپذیر</p>	۱۱
۲	<p>الف) $f'(1) = 3x^2 \times \sqrt{3x+2} + (x^2+1) \times \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}$</p> <p>ب) $g'(x) = 5 \times \tan^2 2x \times 2 \times (1 + \tan^2 2x) + \left(-\frac{1}{x^2}\right) \times \left(-\sin \frac{1}{x}\right)$</p>	۱۲

پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

۱/۵	$\text{الف) } \frac{f(100) - f(0)}{100 - 0} = \frac{0 - 40}{100} = \frac{-40}{100} = \frac{-2}{5}$ $\text{ب) } f'(x) = 40 \times 2 \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) \times \frac{-1}{100} = \frac{-4}{5} \left(1 - \frac{x}{100}\right)$ $\frac{-4}{5} \left(1 - \frac{x}{100}\right) = \frac{-2}{5} \Rightarrow 4 - \frac{x}{25} = 2 \Rightarrow \frac{x}{25} = 2 \Rightarrow x = 50$	۱۳								
۱/۵	 $V = \pi r^2 h$ $\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 = 9 \Rightarrow r^2 = 9 - \frac{h^2}{4}$ $\Rightarrow V = \pi h \left(9 - \frac{h^2}{4}\right) = 9\pi h - \frac{\pi h^3}{4}$ $V'(h) = 9\pi - \frac{3\pi h^2}{4} = 0 \Rightarrow 3\pi h^2 = 36\pi \Rightarrow h = 2\sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{6}$	۱۴								
۱/۵	$f'(x) = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow f''(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f''</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"> $(-\infty, 0] \rightarrow$ <u>تقعر رو به پایین</u> , $[1, +\infty) \rightarrow$ <u>تقعر رو به بالا</u> , $x = 1 \rightarrow$ <u>نقطه عطف</u> </p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	f''	$-$	0	$+$	۱۵
x	$-\infty$	1	$+\infty$							
f''	$-$	0	$+$							

در نهایت نظر همکار محترم صائب است.