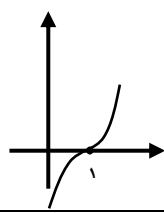


سؤالات امتحان شبه نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : تجربی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	<a href="https://www.teo.medu.ir">https://www.teo.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) هر تابع اکیداً یکنوا، یک به یک است.</p> <p>ب) نمودار تابع <math>y = (-x + 2)^3</math> را می توان با ۲ واحد انتقال <math>y = -x^3</math> به سمت چپ رسم کرد.</p> <p>ج) اگر صفحه <math>P</math> در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس عبور نکند، شکل حاصل هذلولی است.</p> <p>د) مقدار مینیمم مطلق تابع <math>y = \tan x</math> در بازه <math>[0, \frac{\pi}{4}]</math> برابر صفر می باشد.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) تابع <math>y = x^2 x </math> در بازه <math>(-\infty, a]</math> نزولی است. حداکثر مقدار <math>a</math> عبارت است از .....</p> <p>ب) اگر <math>f(x) = x^3 - 1</math> در این صورت <math>f^{-1}(y)</math> برابر است با .....</p> <p>ج) خروج از مرکز بیضی با فاصله کانونی ۸ و طول قطر بزرگ ۱۰ برابر است با .....</p> <p>د) شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن ..... می باشد.</p>	۱
۳	<p>در هر قسمت گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) تابع <math>f(x) = x^2 + 4x + 5</math> در کدام یک از بازه های زیر وارون پذیر است؟  (۱) <math>(-\infty, 2)</math> (۲) <math>(-\infty, 0]</math> (۳) <math>[2, +\infty)</math> (۴) <math>[-3, +\infty)</math></p> <p>ب) اگر <math>\frac{3\pi}{4} &lt; \alpha &lt; 2\pi</math>، در این صورت کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟  (۱) <math>\sin \alpha &gt; \tan \alpha</math> (۲) <math>\sin \alpha &lt; \tan \alpha</math> (۳) <math>\sin \alpha = \tan \alpha</math> (۴) <math>\sin \alpha = -\tan \alpha</math></p> <p>ج) اگر نمودار تابع <math>f(x)</math> به صورت مقابل باشد، <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{f(x)}</math> کدام است؟  (۱) <math>+\infty</math> (۲) <math>-\infty</math> (۳) <math>0</math> (۴) <math>2</math></p> 	۰/۷۵
۴	<p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x-1}</math> و <math>g(x) = 2x^2 - 1</math>، در این صورت:</p> <p>الف) دامنه تابع <math>f \circ g</math> را با تعریف به دست آورید.</p> <p>ب) ضابطه تابع <math>f \circ g</math> را بنویسید.</p>	۱/۵

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : تجربی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
تعداد صفحه : ۳	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران	<a href="https://www.teo.medu.ir">https://www.teo.medu.ir</a>	

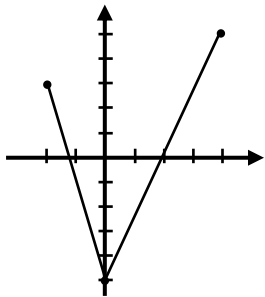
۱		<p>شکل رو به رو نمودار تابع <math>y = f(x)</math> می‌باشد.</p> <p>نمودار تابع <math>y = 3 - 2f\left(\frac{x}{2}\right)</math> را رسم کنید.</p>	۵
۱		مقادیر $Max$ و $Min$ و دوره تناوب تابع $y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 1$ را به دست آورید.	۶
۱/۵		معادله $2 \cos 3x - \sqrt{2} = 0$ را در بازه $[0, \pi]$ حل کنید.	۷
۱/۷۵		الف) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 - 2x}{1 - 4x^2} = 2$ در این صورت مقدار $a$ را به دست آورید.	۸
		ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$ را به دست آورید.	
۱		با توجه به نمودار مقابل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - f(x)}{x - 1}$ را به دست آورید.	۹
۱/۵		آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x - \frac{4}{x}$ در بازه $[1, 4]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای در کدام نقطه از این بازه برابر است؟	۱۰
۱/۵		اگر $m_1$ شیب نیم‌مماس چپ و $m_2$ شیب نیم‌مماس راست تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 0 \\ -x^2 - 2x & x < 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ باشند، مقدار $m_1 - m_2$ را به دست آورید.	۱۱

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : تجربی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	<a href="https://www.teo.medu.ir">https://www.teo.medu.ir</a>	

۱۲	الف ( مشتق تابع $f(x) = (\sqrt[3]{x} + x^2)^5$ را به دست آورید. ( ساده کردن الزامی نیست. ) ب ( اگر $f(x) = x^2 x - 2 $ مقدار $f''(1)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	اگر طول نقطه مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax$ برابر ۳ باشد، مقدار ماکزیمم نسبی تابع را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	از بین مستطیل هایی به قطر ۶ سانتی متر، بیشترین مساحت چقدر است؟	۱
۱۵	نقاط $F \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ و $F' \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}$ کانون های یک بیضی هستند و $P(2,3)$ روی این بیضی است. طول قطر کوچک بیضی را به دست آورید.	۱
۱۶	وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$ و $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$ نسبت به هم چگونه است؟	۱/۵

**موفق باشید**

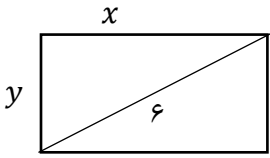
پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	<a href="https://www.teo.medu.ir">https://www.teo.medu.ir</a>	

ردیف	پاسخ	بارم																	
۱	الف) درست (الف) درست (ب) نادرست (ب) نادرست (ج) نادرست (ج) نادرست (د) درست (د) درست	۱																	
۲	الف) صفر (الف) صفر (ب) ۲ (ب) ۲ (ج) $\frac{4}{5}$ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) نیم کره (د) نیم کره	۱																	
۳	الف) گزینه ۳ (الف) گزینه ۳ (ب) گزینه ۱ (ب) گزینه ۱ (ج) گزینه ۱ (ج) گزینه ۱ (د) گزینه ۱ (د) گزینه ۱	۰/۷۵																	
۴	الف) $D_f: [1, +\infty)$ , $D_g: \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g   g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R}   2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x \in \mathbb{R}   x^2 \geq 1\}$ $= (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ ب) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{(2x^2 - 1) - 1} = \sqrt{2x^2 - 2}$	۱/۵																	
۵	<table border="0" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-۱</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> <td rowspan="2" style="padding: 0 10px;">⇒</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x'</math></td> <td style="padding: 5px;">-۲</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۴</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۴</td> <td style="padding: 5px;">-۱</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 5px;">۳</td> <td style="padding: 5px;">-۵</td> <td style="padding: 5px;">۵</td> </tr> </table> 	$x$	-۱	۰	۲	⇒	$x'$	-۲	۰	۴	$y$	۰	۴	-۱	$y'$	۳	-۵	۵	۱
$x$	-۱	۰	۲	⇒	$x'$		-۲	۰	۴										
$y$	۰	۴	-۱		$y'$	۳	-۵	۵											
۶	$y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 1 = 3 \cos 2x + 1$ $Max =  a  + c = 4$ , $min = - a  + c = -2$ , $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$	۱																	
۷	$2 \cos 2x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ $\Rightarrow x = \frac{2k\pi \pm \pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{7\pi}{4} \\ x = \frac{9\pi}{4} \end{cases}$	۱/۵																	

پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان‌های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران	<a href="https://www.teo.medu.ir">https://www.teo.medu.ir</a>	

۱/۲۵	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 - 2x}{1 - 4x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{-4x^2} = \frac{a}{-4} = 2 \Rightarrow a = -8$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2} \times \frac{(x + \sqrt{x})}{(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x^2 + x - 2)(x + \sqrt{x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$	۸
۱	$f(1) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - f(x)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} -\frac{(f(x) - f(1))}{x - 1} = -f'(1) = -1$ $\text{شیب خط مماس} = \frac{3 - 0}{1 - (-2)} = \frac{3}{3} = 1 = f'(1)$	۹
۱/۵	$f'(x) = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} \Rightarrow 1 + \frac{4}{x^2} = \frac{3 - (-3)}{3}$ $1 + \frac{4}{x^2} = 2 \Rightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$	۱۰
۱/۵	$m_1 = f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x^2 - 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x(-x - 2)}{x} = -2$ $m_2 = f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^2 + x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x(x + 1)}{x} = 1$ $\Rightarrow m_1 - m_2 = -2 - 1 = -3$	۱۱
۱/۵	$\text{الف) } f'(x) = \frac{4}{3\sqrt{x^3}} \times \frac{4}{(4\sqrt{x} + x^2)^4} \times \left( \frac{4}{3\sqrt{x^3}} + 2x \right)$ $\text{ب) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x^2 & x \geq 2 \\ -x^2 + 2x^2 & x < 2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x^2 - 4x & x > 2 \\ -2x^2 + 4x & x < 2 \end{cases} \Rightarrow$ $\text{مشتق دوم در ضابطه اول} \rightarrow f''(x) = 4x - 4 \quad f''(1) = 0$	۱۲

پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان‌های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

۱/۵	$\overbrace{f'(3) = 0}^{./۲۵}, \overbrace{f'(x) = 3x^2 - 6x + a}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{27 - 18 + a = 0}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{a = -9}^{./۲۵}$ $\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 \Rightarrow 3(x^2 - 2x - 3) = 0$ $\Rightarrow \overbrace{3(x-3)(x+1) = 0}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{x = -1, x = 3}^{./۲۵}$ <table border="1" style="display: inline-table; margin: 10px;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f'</math></td> <td style="padding: 5px;">+ 0 - 0 +</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">↘ ↗</td> </tr> </table> $\Rightarrow \overbrace{f(-1) = 5}^{./۲۵}$	$x$	-1	3	$f'$	+ 0 - 0 +			↗	↘ ↗	۱۳
$x$	-1	3									
$f'$	+ 0 - 0 +										
	↗	↘ ↗									
۱	 $\overbrace{S = x \times y = x\sqrt{36 - x^2}}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{S'(x) = 0}^{./۲۵}$ $\overbrace{1 \times \sqrt{36 - x^2} + x \times \frac{-2x}{2\sqrt{36 - x^2}} = 0}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{36 - x^2 = x^2}^{./۲۵}$ $\Rightarrow \overbrace{2x^2 = 36}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{x = 3\sqrt{2}}^{./۲۵}$ $\overbrace{S_{max} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{36 - 18} = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 18}^{./۲۵}$	۱۴									
۱	$\overbrace{FF' = 2c = 4}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{c = 2}^{./۲۵}$ $\overbrace{PF + PF' = 2a}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{\sqrt{(2-2)^2 + (3-0)^2} + \sqrt{(2+2)^2 + (3-0)^2} = 2a}^{./۲۵}$ $\overbrace{3 + 5 = 2a}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{2a = 8}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{a = 4}^{./۲۵}$ $\overbrace{b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 4 = 12}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{b = 2\sqrt{3} \rightarrow 2b = 4\sqrt{3}}^{./۲۵}$	۱۵									
۱/۵	$\overbrace{x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{O \left ^{-1}\right.}^{./۲۵}, \overbrace{r = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 32} = 3}^{./۲۵}$ $\overbrace{(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{O' \left ^{-2}\right.}_{-1}^{./۲۵}, \overbrace{r' = 3}^{./۲۵}$ $\overbrace{OO' = d = \sqrt{(-1-2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{10}}^{./۲۵}$ $\overbrace{ r - r'  < d < r + r'}^{./۲۵} \Rightarrow \text{دو دایره در دو نقطه متقاطعند.}$	۱۶									

در نهایت نظر همکار محترم صائب است.