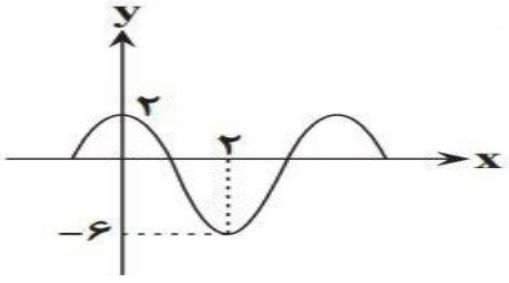
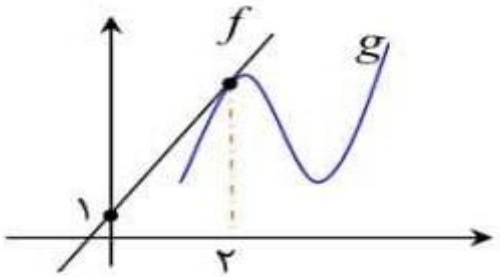
آزمون درس: حسابان ۲ **پایه: دوازدهم** **رشته: ریاضی** **نام و نام خانوادگی: ----------** **نام آموزشگاه: ----------**	**به نام آنکه جان را فکرت آموخت** **اداره کل آموزش‌وپرورش استان کهگیلویه و بویراحمد** **معاونت آموزش متوسطه** **سؤالات شبه نهایی / منطقه ----------** **اردیبهشت ماه ۱۴۰۲**	**تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱** **مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه** **ساعت شروع: ۱۰ صبح** **تعداد سؤالات : ۱۶ سؤال** **طراح سؤال: قاسمیان**

((الا بذکر الله تطمئن القلوب))- همانا با یاد خداوند دلها آرام می گیرد. | **تعداد صفحات : ۲**

ردیف	سؤالات — صفحه: ۱	بارم
۱	درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید: الف) تابع $f(x)=-2x^2+4x$ روی بازه‌ی $(1,+\infty)$ اکیدا نزولی است. ب) اگر تابع $y=f(x)$ در $x=a$ پیوسته نباشد آنگاه $y=f(x)$ در $x=a$ مشتق‌پذیر نیست. ج) حد راست تابع $f(x)=\frac{\lvert x\rvert}{[x]}$ در $x=0$ برابر $+\infty$ است. د) $x=1$ نقطه می نیمم نسبی تابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ می باشد.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید: الف) در نامعادله $\log_{\frac{1}{2}}2x-1>0$ حدود x برابر با .....است. ب) مجانب قائم و نقطه عطف تابع $y=tanx$ در بازه $(\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ به ترتیب برابر..... و .....است.	۰.۷۵
۳	الف) نمودار $f(x)=-x^2+1$ در بازه $[-1,1]$ رسم کنید ب) به کمک نمودار $f(x)$ نمودار $g(x)=f(2x-1)+1$ را رسم و دامنه و برد آن را بدست آورید.	۱.۲۵
۴	در چند جمله ای $p(x)=x^3+ax^2+x+b$، a و b را بیابید به طوری که بر $x+2$ بخشپذیر و باقیمانده تقسیم آن بر $x-1$ مساوی ۴ باشد.	۱.۲۵
۵	خط $y=1$ نمودار تابع با ضابطه $y=cosx+sinx$ را در بازه $[0,2\pi]$ در چه نقاطی قطع می کند؟	۱.۲۵
۶	اگر نمودار زیر مربوط به تابع $y=\mathrm{a}\sin\pi\left(\frac{1}{2}-bx\right)+c$ باشد، مقادیر a ، b و c را بیابید. 	۱.۵
۷	حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x\to 2^-}\frac{[x^2]-[x]^2}{x^2-4}$ ب) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}}{2x-1}$	۱.۲۵
۸	مجانبهای قائم و افقی تابع $f(x)=\frac{2x-3}{\lvert x\rvert-1}$ را بدست آورید.	۱.۵

۹	در شکل مقابل تابع خطی f در نقطه $x=2$ بر نمودار تابع g مماس شده است. اگر $\lim_{x\to 2}\frac{g(x)-g(2)}{x-2}=4$ باشد مقدار $(fg)'(2)+f'(1)$را محاسبه کنید.  	۱.۲۵
۱۰	فرض کنید $f(x)=\frac{\sqrt{2x^2-3x}}{x+1}$ حاصل حد زیر را بیابید. $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$	۱
۱۱	پیوستگی و مشتق پذیری تابع $f(x)=[x]sinx$ را در $x=0$ ، بررسی کنید.	۱.۵
۱۲	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف)$f(x)=sin^2(tan\frac{1}{x})$ ب) $g(x)=\sqrt{\frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt[3]{x}+x}}$	۱.۵
۱۳	۱- در تابع با ضابطه $g(x)=\sqrt{x}-\frac{2}{x}$ آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=1$ و آهنگ تغییر متوسط در بازه‌ی $[1,\ 4]$ را به دست آورید.	۱
۱۴	۲-اگر $g(x)=\frac{x^2+1}{x}$ و $(fog)'(1)=3$ باشد. $f'(2)$ را بیابید.	۱
۱۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x$ را رسم کنید.	۲
۱۶	تابع $f(x)=ax^3+bx^2$ مفروض است ضرایب a و b تعیین کنید به طوری که $A(1,2)$ نقطه‌ی عطف تابع باشد.	۱
پیروز و سربلند باشید.		

محمدرضا الیزدی / کرمان

سوال

الف) $f'(x_0) = -4x_0 + 4$ ← درست

ب) صحیح

ج) زیرا تعریف نشده است ← غلط

د) غلط زیرا حدود این نقطه بی نهایت است

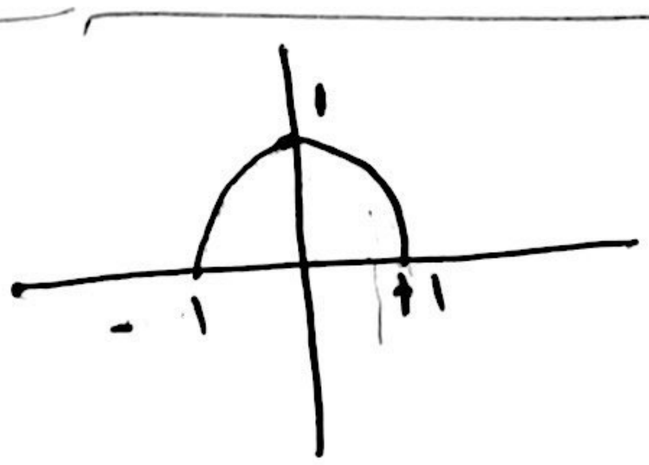
توجه: اگر وقت کم دارید سوالات ☆ را حل کنید که هم سوال خیلی هم سخت است و باقی سوالات آسان است

<< سطح امتحان: متوسط رو به آسان >>

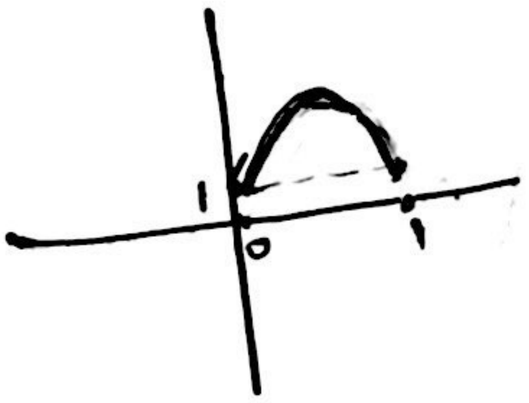
سوال ۲: الف $x_0 = \frac{1}{4}$

ب) $\frac{\pi}{2}$ - ۰

سوال ۳: الف)



ب)



سوال ۴: ☆

$x_0 = -2 \longrightarrow -8 + 4a - 2 + b = 0$

$x_0 = 1 \longrightarrow 1 + a + 1 + b = 4$

$a = \frac{7}{3}$

$b = -\frac{2}{3}$

سوال ۵: ☆

$x_0 = 0,2\pi$

Scanned with CamScanner

سوال ۶:

$$\left.\begin{array}{l} a = 4 \\ b = \pi \\ c = -2 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x=0 \rightarrow 2 = a\sin\frac{\pi}{2} + c \rightarrow 2 = a + c \\ x=2 \rightarrow -4 = a\sin\pi\left(\frac{1}{2} - 2b\right) + c \end{array}$$

سوال ۷

الف) $\frac{3-1}{0} = \infty$

ب) $= \frac{|x|}{2x} \rightarrow \frac{-x}{2x} = -\frac{1}{2}$ ☆

سوال ۸ مجانب افقی

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{2x}{|x|} \begin{cases} \nearrow +2 \\ \searrow -2 \end{cases}$$

مجانب قائم $\Rightarrow x = \pm 1$

سوال ۹ ☆

$$\begin{cases} f'(2) = \frac{3}{2} \\ g(2) = 4 \\ g'(2) = \frac{3}{2} \\ f(2) = 4 \end{cases}$$

$$f'(x)g(x) + g'(x)f(x) + f'(1)$$

$$= \frac{3}{2}\times 4 + \frac{3}{2}\times 4 + \frac{3}{2} = 7/5$$

سوال ۱۰ همان $\lim_{x\to 1} f(x)$ ← نقطه دیوسته است

$\lim_{x\to 1} f(x) \frac{\sqrt{-2}}{2}$ = تعریف نشده است

سوال ۱۱ ☆

الف) $= \frac{1}{2\sqrt{\frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt[3]{x}+x}}} \times \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 2\right)\left(\sqrt[3]{x}+x\right) - \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}+1\right)\left(\sqrt{x}-2x\right)}{\left(\sqrt[3]{x}+x\right)^2}$

ب) $= 2\sin\left(\tan\frac{1}{x}\right)\cos\left(\tan\frac{1}{x}\right)\times\left(1+\tan^2\frac{1}{x}\right)\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

Scanned with CamScanner

سوال ۱۳: کنکوری $\rightarrow y'(1) \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2} = 2/5 \rightarrow$

$\frac{-1 + 2/5}{3} = \frac{1}{6} \rightarrow$ جواب

سوال ۱۴: $f'(y(x)) + y'(x) \xrightarrow{x=1} f'(2) + \frac{2x^2 - (x^2+1)}{x^2}$

$\rightarrow f'(2) + 0 = 3 \longrightarrow f'(2) = 3$

سوال ۱۵

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 3a+2b=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{matrix} a=-2 \\ b=4 \end{matrix}$$

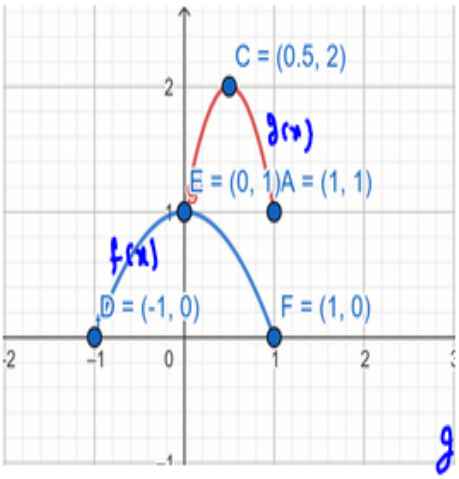
☆

Scanned with CamScanner

کلید آزمون درس: حسابان ۲ پایه: دوازدهم رشته: ریاضی نام و نام خانوادگی: ---------- نام آموزشگاه: ----------	به نام آنکه جان را فکرت آموخت اداره کل آموزش‌وپرورش استان کهگیلویه و بویراحمد معاونت آموزش متوسطه کلید سؤالات شبه نهایی / منطقه ---------- اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱ مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: ۱۰ صبح تعداد سؤالات: ۱۶ سؤال طراح سؤال: قاسمیان

((الا بذکر الله تطمئن القلوب)) – همانا با یاد خداوند دلها آرام می گیرد.

تعداد صفحات: ۴

ردیف	راهنمای تصحیح حسابان ۲ صفحه: ۱	بارم
۱	الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست	۱
۲	الف) $(-\infty, 1)$ ب) $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = 0$	۰.۷۵
۳	 x | -1 | 0 | 1 $f(x)=-x^2+1$ | 0 | 1 | 0 $\frac{x+1}{2}$ x | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 $g(x)=f(2x-1)+1$ | 1 | 2 | 1 $f(x)+1$ $D_g=[0,1]$, $R_g=[1,2]$ به هر روشی که رسم شده باشد درست در نظر گرفته شود	۱.۲۵
۴	$x+2=0 \Rightarrow x=-2$, $R=P(-2)=0 \Rightarrow -8+4a-2+b=0$ $\Rightarrow 4a+b=10$ $x-1=0 \Rightarrow x=1$ $R=P(1)=4$ $1+a+1+b=4 \Rightarrow a+b=2$ $\begin{cases} -a-b=-2 \\ 4a+b=10 \end{cases} \Rightarrow$ $3a=8 \Rightarrow a=\frac{8}{3}$, $\frac{8}{3}+b=2 \Rightarrow b=-\frac{2}{3}$	۱.۲۵

۵ — ۱.۲۵

$\sin x+\cos x=۱$

$\sin x=۱-\cos x$

$\sin^۲ x=(۱-\cos x)^۲$

$\sin^۲ x=۱-۲\cos x+\cos^۲ x$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.

$\sin^۲=۱-\cos^۲ x$ استفاده از رابطه

$۱-\cos^۲ x=۱-۲\cos x+\cos^۲ x$

$۲\cos^۲ x-۲\cos x=۰$

$۲\cos x(\cos x-۱)=۰ \Rightarrow ۲\cos x=۰$ یا $\cos x-۱=۰$

$۲\cos x=۰ \Rightarrow \cos x=۰ \Rightarrow x=\frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}$

$\cos x-۱=۰ \Rightarrow \cos x=۱ \Rightarrow x=۰, ۲\pi$

۶ — ۱.۵

$$y=a\sin\pi(\frac{۱}{۲}-bx)+c \longrightarrow y=a\sin(\frac{\pi}{۲}-b\pi x)+c \longrightarrow y=a\cos(b\pi x)+c$$

I) $$\frac{۱}{۲}T=۲ \longrightarrow T=۴ \longrightarrow T=\frac{۲\pi}{|b|} \longrightarrow ۴=\frac{۲\pi}{|b\pi|} \longrightarrow |b|=\frac{۱}{۲} \longrightarrow b=\frac{۱}{۲}$$

II) $$\max-\min=۲|a| \longrightarrow ۲-(-۶)=۲|a| \longrightarrow |a|=۴ \longrightarrow \boxed{a=۴}$$

III) $$\max=|a|+c \longrightarrow ۲=۴+c \longrightarrow \boxed{c=-۲}$$

۷ — ۱.۲۵

الف) $\lim_{x\to ۲^-}\frac{[x^۲]-[x]^۲}{x^۲-۴}=\frac{۲}{۰^-}=+\infty$

$\lim_{x\to ۲^-}[x^۲]-[x]^۲=۳-۱=۲$

$\lim_{x\to ۲^-}x^۲-۴=۰^-$ نمره ۱/۷۵

ب) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^۲+x}}{۲x-۱}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|}{۲x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{۲x}=-\frac{۱}{۲}$

نمره ۱/۵

۸ — ۱.۵

$|x|=۱ \Rightarrow x=\pm ۱$

$\lim_{x\to ۱^+}\frac{۲x-۳}{|x|-۱}=\frac{-۱}{۰^+}=-\infty$

$\lim_{x\to ۱^-}\frac{۲x-۳}{-|x|-۱}=\lim\frac{-۱}{۰^-}=+\infty$

$\Rightarrow \begin{cases} x=-۱ \\ x=۱ \end{cases}$ مجانب‌های قائم

$\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x-۳}{|x|-۱}=۲$ ، $\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x-۳}{|x|-۱}=\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x-۳}{-x-۱}=-۲$

مجانب افقی $\begin{cases} y=۲ \\ y=-۲ \end{cases}$

۹ (۱.۲۵)

$$\text{شیب خط مماس} = m = g'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} = 4$$

معادله خط مماس

$$y-1 = f(x-0) \Rightarrow y = 4x+1$$

$$f(x) = 4x+1 \Rightarrow$$

$$g(2) = f(2) = 9$$

$$f'(2) = g'(2) = 4 \;,\; f'(1) = 4$$

$$(fg)'(2) + f'(1) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) + f'(1) = 4\times 9 + 9\times 4 + 4 = 76$$

۱۰ (۱)

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = f'(1)$$

$$f'(x) = \frac{\frac{4x-3}{2\sqrt{2x^2-3x}}(x+1) - \sqrt{2x^2-3x}}{(x+1)^2}$$

$f'(1)$ وجود ندارد

زیر رادیکال به ازای $x=1$ منفی می‌شود

به روش‌های دیگرشان داده شود وجود ندارد درست در نظر گرفته شود

۱۱ (۱.۵)

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} [x]\sin x = 0\times 0 = 0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} [x]\sin x = -1\times 0 = 0$$

$$f(0) = 0$$

تابع در $x=0$ پیوسته است

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{[x]\sin x - 0}{x} = \lim_{x\to 0^+} [x]\times 1 = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{[x]\sin x - 0}{x} = \lim_{x\to 0^-} [x]\times 1 = -1$$

تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر نیست

۱۲ (۱.۵)

الف) $f'(x) = -\frac{2}{x^2}\left(1+\tan^2\frac{1}{x}\right)\cos\left(\tan\frac{1}{x}\right)\sin\left(\tan\frac{1}{x}\right)$ ۰٫۷۵ نمره

$$g'(x) = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-2\right)\left(\sqrt[3]{x}+x\right) - \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}+1\right)\left(\sqrt{x}-2x\right)}{\left(\sqrt[3]{x}+x\right)^2}$$

$$2\sqrt{\frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt[3]{x}+x}}$$

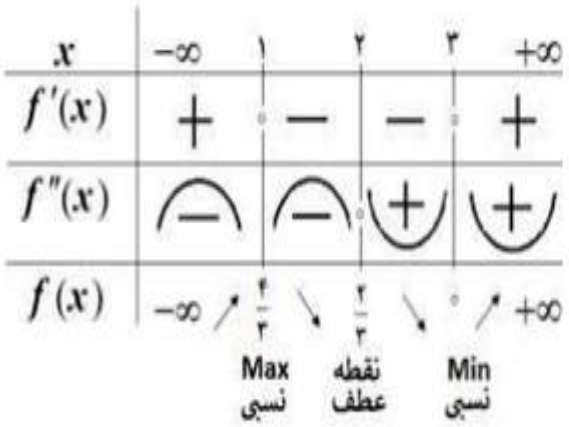
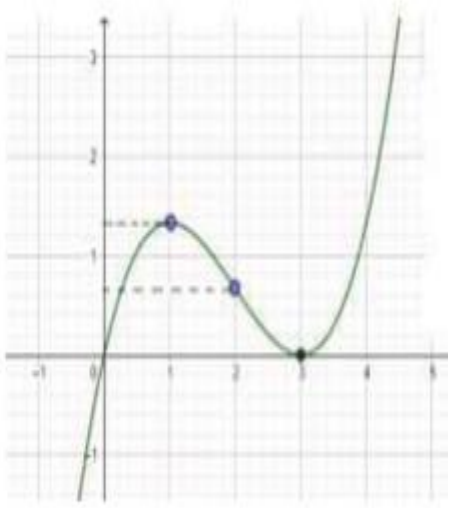
۰٫۷۵ نمره

۱۳ (۱)

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2}$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=1$ $= g'(1) = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$

آهنگ تغییر متوسط $= \frac{g(4)-g(1)}{4-1} = \frac{\left(\sqrt{4}-\frac{2}{4}\right)-\left(\sqrt{1}-\frac{2}{1}\right)}{3} = \frac{\frac{3}{2}+1}{3} = \frac{5}{6}$

۱	$(f\circ g)'(1)=g'(1)f'(g(1))=۳ \Rightarrow$ ۰ $f'(۲)=۳ \Rightarrow$ غیرممکن $f'(۲)$ به‌دست نمی‌آید و تعریف نمی‌شود $g(1)=\frac{1^۲+1}{1}=۲$ $g'(x)=\frac{۲x(x)-(x^۲+1)}{x^۲} \Rightarrow g'(1)=۰$	۱۴
۲	$f'(x)=x^۲-۴x+۳$ (۰/۲۵) $f''(x)=۲x-۴$  	۱۵
۱	$f'(x)=۳ax^۲+۲bx$ $f''(x)=۶ax+۲b$ $f''(1)=۰ \Rightarrow ۶a+۲b=۰$ $f(1)=۲ \Rightarrow a+b=۲$ $\Rightarrow \begin{cases} b=-۳a \Rightarrow b=۳ \\ a-۳a=۲ \Rightarrow a=-۱ \end{cases}$	۱۶

پیروز و سربلند باشید.