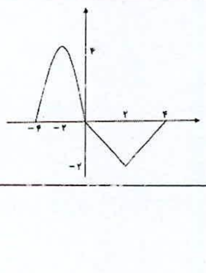
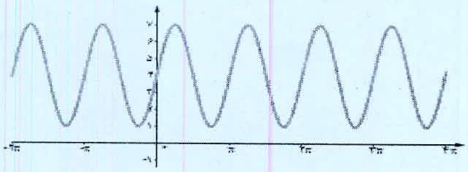
اداره آموزش و پرورش رفسنجان	باسمه تعالی	دبیرستان نمونه دولتی علی ابن ابیطالب

نام و نام خانوادگی:	امتحان نوبت اول(دیماه ۱۴۰۱)		تاریخ:	ساعت :
آزمون درس : ریاضی۳	شماره کلاس :	شماره صندلی :	پایه : دوازدهم	مدت آزمون ۱۱۰ دقیقه

	سئوالات	بارم
۱	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید: الف)تابع $y=-x^3-x$ تابعی نزولی است. ب)اگر برای هر دو نقطه x_2, x_1 از دامنه تابع f که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) < f(x_2)$ آنگاه تابع f اکیداً صعودی است. ج)اگر $k > 0$ نمودار $y=f(kx)$ با انبساط و انقباض نمودار $y=f(x)$ در امتداد محور x ها بدست می آید. د) $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$	۱
۲	جاهای خالی را با عبارتی مناسب پر کنید. الف)باقیمانده تقسیم چند جمله ای $f(x)=2x^3+5x^2-3x-10$ بر $x+2$ برابر .... است. ب)مجموعه $(-\frac{5}{2},4)-\{1\}$ یک همسایگی محذوف ...... است. ج)حاصل $\lim_{x\to-\infty}(2x^3-4x^5-5x-9)$ برابر .... است. د)ترکیب دو تابع $f(x)=5x-1$,$g(x)=\frac{x+1}{5}$ تابعی .... است.	۱
۳	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی که در آنها تابع صعودی ،نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x)=\begin{cases} -2x-3 & x<-4 \\ x^2-3 & -4\le x<2 \\ 3 & x\ge 2 \end{cases}$	۱/۵
۴	اگر $f(x)=\sqrt{3-x}$,$g(x)=2x^2-1$ دامنه و ضابطه تابع fog را بیابید. (دامنه از راه تعریف)	۱/۵
۵	با توجه به نمودار f نمودار توابع $y=f(2x)$, $y=1-f(x)$ را رسم کنید. 	۱

ردیف	سؤال	بارم
۶	ضابطه تابع وارون تابع $f(x)=۲-\sqrt{x-۳}$ را بیابید.دامنه و برد تابع f و تابع $f^{-۱}$ را بنویسید.نمودار f و $f^{-۱}$ را روی یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.	۱/۵
۷	اگر $f(x)=x^۳+۳x$ و بدانیم تابع f یک به یک است.حاصل $f^{-۱}(۰)+(f^{-۱})'(۴)$ را بیابید.	۰/۵
۸	اگر نمودار زیر،نمودار تابع $y=a\sin bx+c$ باشد.مقادیر a , b , c را بیابید. 	۱/۵
۹	مقدار $\cos\frac{\pi}{۱۲}$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۰	معادله مثلثاتی $\cos x(۲\cos x-۹)=۵$ را حل کنید.	۱,۵
۱۱	حدود زیر را محاسبه کنید. ۱) $\lim_{x\to ۵}\frac{۲-\sqrt{x-۱}}{x-۵}$ ۲) $\lim_{x\to \frac{۱}{۲}}\frac{[-x]-۳}{\lvert ۲x-۱\rvert}$ ۳) $\lim_{x\to -\infty}\frac{۳x-\sqrt{۴x^۲+۱}}{۲x+\sqrt{۹x^۲+۸}}$ ۴) $\lim_{x\to +\infty}\frac{(x^۲\sqrt{x}+۳)^۲}{(x^۲-۱)(۳x-۲)(۲x^۲-۳)}$	۴
۱۲	حاصل $\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+}\frac{۵}{۳+۲^{\tan x}}$ را بیابید.	۱
۱۳	اگر f یک تابع مشتق پذیر باشد و $\lim_{x\to -۱}\frac{f(-۱+h)+۳}{h}=۲$ حاصل $\lim_{x\to -۱}\frac{f^۲(x)-f^۲(-۱)}{x^۲-۱}$ بیابید(بدون استفاده ازروش هوپیتال)	۱
۱۴	اگر $f(x)=\sqrt[۳]{۳x+۲}$ باشد . الف) $f'(۲)$ را به کمک تعریف مشتق بدست آورید . ب) معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید .	۱,۵

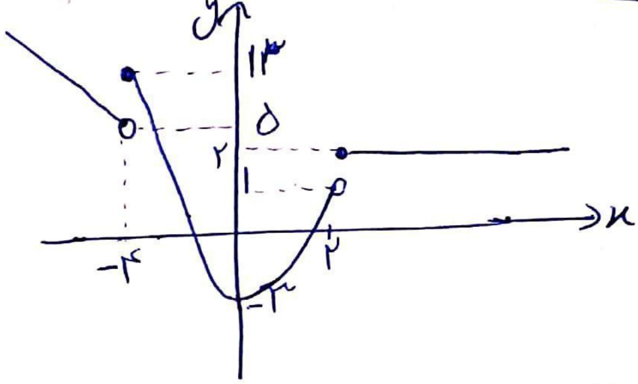
پاسخ تشریحی ریاضی ۳ (تجربی) - نمونه - رفسنجان   احسان عمی زاده

سؤال ۱) الف) درست   ب) درست   ج) درست   د) نادرست

سؤال ۲) الف) صفر   ب) یک   ج) $+\infty$ د) همانی

سؤال ۳)

$$f(x)=\begin{cases} -2x-3 & x<-4 \\ x^2-3 & -4\le x<2 \\ 3 & x\ge 2 \end{cases}$$



در بازه‌ی $(-\infty,0]$، نمودار نزولی است، در بازه‌ی صفر تا مثبت بی نهایت صعودی و در بازه‌ی $[2,+\infty)$ نمودار ثابت است.

سؤال ۴)

$f(x)=\sqrt{3-x}$ ، $g(x)=2x^2-1$ $\longrightarrow \begin{cases} D_f = x\le 3 \\ D_g=\mathbb{R} \end{cases}$

$$D_{f\circ g}=\{x \mid x\in D_g ,\ g(x)\in D_f\}$$

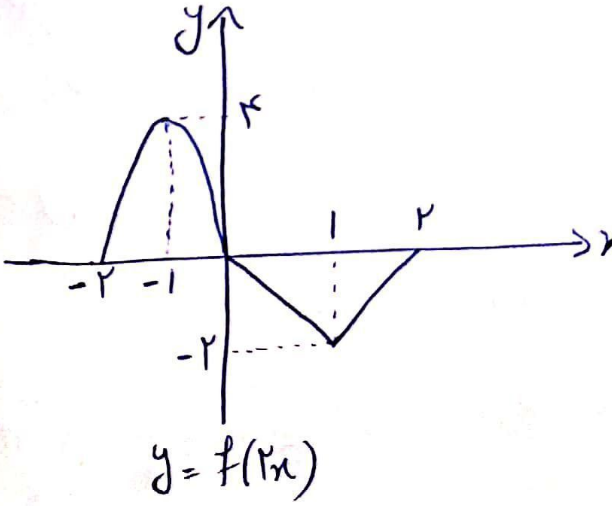
$$\Rightarrow D_{f\circ g}=\{x \mid \underbrace{x\in \mathbb{R}}_{②},\ \underbrace{2x^2-1\le 3}_{①}\} \rightarrow ① = 2x^2\le 4 \rightarrow x^2\le 2$$

$$① = -\sqrt{2}\le x\le \sqrt{2}$$

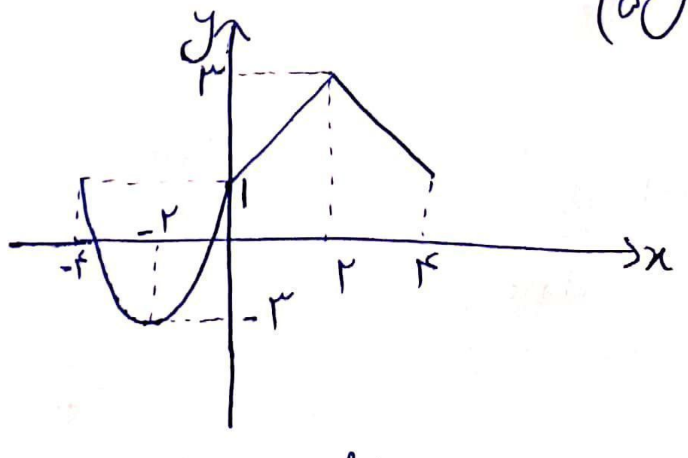
$$\Rightarrow ① \cap ② = [-\sqrt{2},\sqrt{2}]$$

$$y=(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(2x^2-1)=\sqrt{3-(2x^2-1)}=\sqrt{-2x^2+4}$$

سؤال ۵)



$y=f(2x)$



$y=-f(x)+1$

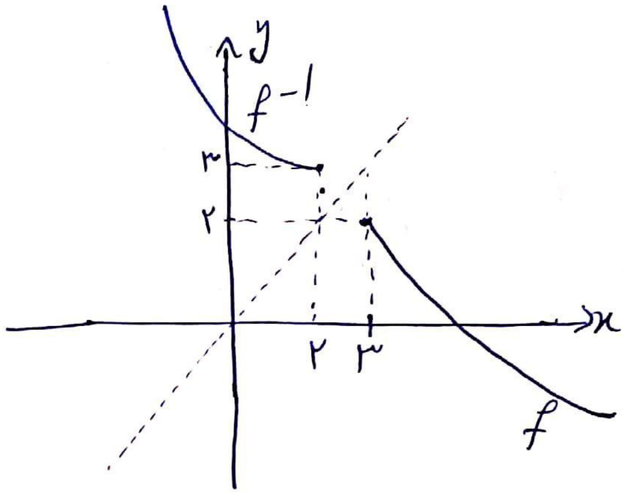
سوال ۶)

$$f(x)=2-\sqrt{x-3} \longrightarrow y-2=-\sqrt{x-3} \longrightarrow 2-y=\sqrt{x-3} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}}$$

$$(2-y)^2=x-3 \longrightarrow x=(2-y)^2+3 \Rightarrow f^{-1}(x)=(2-x)^2+3$$

$$D_f = x\geq 3 \longrightarrow D_{f^{-1}}=R_f = x\leq 2$$

$$R_f=(-\infty,2] \qquad R_{f^{-1}}=D_f= x\geq 3$$



سوال ۷)

$$f(x)=x^3+3x \qquad f^{-1}(4)=a \longrightarrow f(a)=4$$

$$a^3+3a=4 \longrightarrow a^3+3a-4=0 \longrightarrow (a-1)\underbrace{(a^2+a+4)}_{\Delta<0}=0 \Rightarrow a=1$$

$$\Rightarrow \boxed{f^{-1}(4)=1}$$

$$f^{-1}(0)=b \Rightarrow f(b)=0 \Rightarrow b^3+3b=0 \longrightarrow b(b^2+3)=0 \Rightarrow \boxed{b=0} \Rightarrow f^{-1}(0)=0$$

$$\Rightarrow f^{-1}(4)+f^{-1}(0)=0+1=1$$

سوال ۸)

$$\begin{cases} \min=1 \longrightarrow -|a|+c=1 \xrightarrow{c=4} -|a|+4=1 \\ \max=7 \longrightarrow |a|+c=7 \end{cases}$$

$$\oplus \quad 2c=8 \Rightarrow \boxed{c=4}$$

$$\Rightarrow -|a|=-3 \Rightarrow |a|=3 \Rightarrow a=\pm 3$$

$$\text{دوره‌ی تناوب} = T=\frac{2\pi}{|b|}=\pi \Rightarrow \boxed{|b|=2}$$

$$y=3\sin 2x+4$$

با توجه به نمودار علامت های a و b باید یکی باشند پس داریم:

سوال ۹)

$$\cos\frac{\pi}{12}=\cos 15^\circ$$

$$\Rightarrow 1+\cos 2\times 15^\circ=2\cos^2 15^\circ \Rightarrow 1+\cos 30^\circ=2\cos^2 15^\circ \Rightarrow 1+\frac{\sqrt{3}}{2}=2\cos^2 15^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{2+\sqrt{3}}{2}=2\cos^2 15^\circ \Rightarrow \cos^2\frac{\pi}{12}=\frac{2+\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

سوال ۱۰)

$$\cos x(2\cos x-9)=5 \Rightarrow 2\cos^2 x-9\cos x-5=0 \xrightarrow{\cos x=t}$$

$$2t^2-9t-5=0 \Rightarrow \Delta=(-9)^2-4(2)(-5)=81+40=121$$

$$\Rightarrow t=\frac{9\pm\sqrt{121}}{4} \begin{cases} t=\frac{9+11}{4}=\frac{20}{4}=5 & \text{غ ق ق} \\ t=\frac{9-11}{4}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos x=-\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}}$$

سوال ۱۱)

$$1)\ \lim_{x\to 5}\frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5}=\frac{0}{0}\ \text{مبهم} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x\to 5}\frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5}\times\frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{4-(x-1)}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})}=\lim_{x\to 5}\frac{-\cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)}(2+\sqrt{x-1})}=\lim_{x\to 5}\frac{-1}{2+\sqrt{x-1}}=\frac{-1}{4}$$

$$2)\ \lim_{x\to \frac{1}{2}}\frac{[-x]-3}{|2x-1|}=\frac{-4}{\underset{\text{حدی}}{0^+}}=-\infty$$

$$3)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{3x-\sqrt{4x^2+1}}{2x+\sqrt{9x^2+8}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-2|x|}{2x+3|x|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+2x}{2x-3x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{5x}{-x}=-5$$

$$4)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2\sqrt{x}+3)^2}{(x^2-1)(3x-2)(2x^2-3)} \xrightarrow[\text{صورت و مخرج}]{\text{جملات پرتوان}} \lim_{x\to+\infty}\frac{x^5}{6x^5}=\frac{1}{6}$$

سوال ۱۲)

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{5}{3+2^{\tan x}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{5}{3+2^{-\infty}}=\frac{5}{3+0}=\frac{5}{3}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\tan x=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\sin\frac{\pi}{2}^+}{\cos\frac{\pi}{2}^+}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

سوال ۱۳)

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h-1)+3}{h}=2 \qquad \lim_{x\to-1}\frac{f^2(x)-f^2(-1)}{x^2-1}=\lim_{x\to-1}\frac{(f(x)-f(-1))(f(x)+f(-1))}{(x-1)(x+1)}$$

$$=\lim_{x\to-1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}\times\frac{f(x)+f(-1)}{x-1}=\frac{f(-1)+f(-1)}{-2}=\frac{2f(-1)}{-2}\times f'(-1)=-f(-1)\times f'(-1)$$

$$f'(-1) \Rightarrow \begin{cases} f'(-1)=2 \\ f(-1)=-3 \end{cases} \Rightarrow -f(-1)\times f'(-1)=-(-3)\times(2)=-6$$

سوال ۱۴)

$$f(x)=\sqrt[3]{3x+2} \rightarrow f(2)=\sqrt[3]{8}=2$$

الف) $$f'(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2}\times\frac{\sqrt[3]{(3x+2)^2}+2\sqrt[3]{3x+2}+4}{\sqrt[3]{(3x+2)^2}+2\sqrt[3]{3x+2}+4}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{3x+2-8}{(x-2)\left(\sqrt[3]{(3x+2)^2}+2\sqrt[3]{3x+2}+4\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{3(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt[3]{(3x+2)^2}+2\sqrt[3]{3x+2}+4\right)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{3}{\sqrt[3]{(3x+2)^2}+2\sqrt[3]{3x+2}+4}=\frac{3}{4+4+4}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f'(2)=\frac{1}{4}\ ,\ f(2)=2$$

$$\rightarrow y=\frac{1}{4}x+b\ \xrightarrow{A(2,2)}\ 2=\frac{1}{4}\times 2+b\Rightarrow b=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

معادله خط مماس در $x=2$ $\Rightarrow$ $$y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$$

Scanned with CamScanner