

محل مهر مدرسه	شماره داوطلب : ساعت شروع : ۱۰:۳۰ وقت آزمون : ۹۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی : نام پدر : نام درس : ریاضی ۳	مدرسه : دبیرستان فرزنانگان پایه : دوازدهم تجربی تاریخ : ۱۴۰۱/۱۱/۱۳
نام و نام خانوادگی دبیر : رفعت سادات موسوی نمره با عدد : نمره با حروف :			
بارم	دانش آموزان عزیز : با خودکار آبی و خوش خط به سوالات پاسخ دهید		ردیف
۱/۵	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید .</p> <p>الف) اگر f تابع یک به یک باشد آنگاه f^{-1} نیز یک به یک است .</p> <p>ب) اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 < 2\}$ آنگاه A یک همسایگی -1 است .</p> <p>ج) تابع $y = \cos(x)$ در بازه $(0, \pi)$ غیر یکنوا است .</p>		۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید .</p> <p>الف) نمودار تابع $y = (x + 1)^3$ فقط از ناحیه نمیگذرد.</p> <p>ب) در تابع $y = -3 \cos x + 1$ مقدار می نیمم تابع برابر است با</p> <p>ج) $f'(a)$ بیانگر بر منحنی در نقطه $x=a$ است .</p> <p>د) مجموعه y (۲ و ۵) یک همسایگی چپ عدد است .</p>		۲
۱	نمودار تابع $y = (x + 2)^2 - 2$ را رسم کرده و دامنه و برد را مشخص کنید .		۳
۱/۵	اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید .		۴

۵ نشان دهید که تابع f و g وارون یکدیگرند

$$\text{الف) } f(x) = \frac{-7}{2}x - 3$$
$$\text{ب) } g(x) = -\frac{2x+6}{7}$$

۶ با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ یک تابع یک به یک بدست آورده و دامنه و برد f و وارون آنها را بنویسید.

۷ ضابطه تابع با مشخصات زیر را بنویسید.

$$T = \pi \quad \max = 3 \quad \min = -3$$

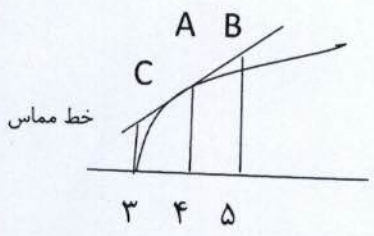
$$T = 2 \quad \max = 5 \quad \min = 2$$

۸ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos 4x = \cos \frac{\pi}{3}$$

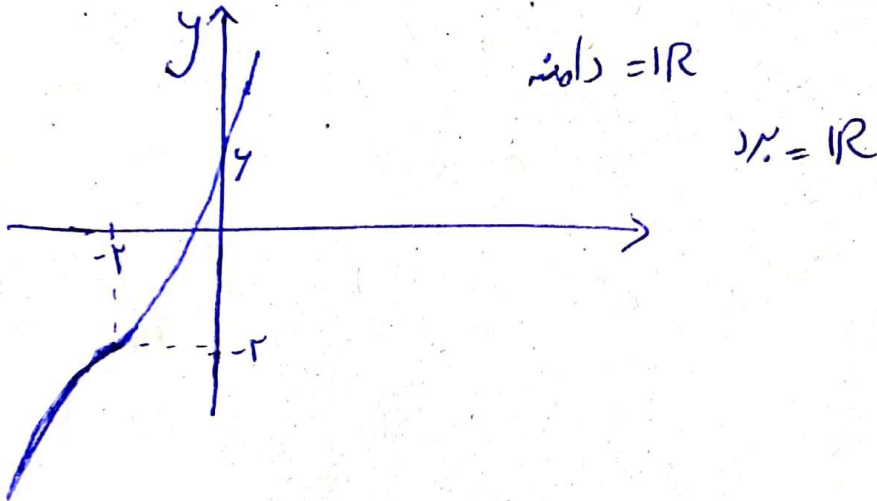
۹ نسبت های مثلثاتی برای زاویه 15° درجه بنویسید.

۰/۵	نشان دهید چند جمله ای $f(x) = 2x^2 + x^2 + 1$ به دو جمله ای $x+1$ بخش پذیر است.	۱۰
۱/۵	حدود زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - 6x^3 - x}{x^2 - 5x + 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{1 - \cos x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$	۱۱
۱	اگر $f(x) = -x^2 + 10x$ و $f'(2)$ را با استفاده از تعریف مشتق بدست آورید.	۱۲
۱	برای تابع f در شکل روبرو داریم $f(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به شکل مختصات نقاط A, B, C را بیابید. 	۱۳
۰/۷۵	بازه $(3, 27) \cup (3x+1, 5)$ همسایگی محذوف عدد ۴ باشد حاصل $x \cdot y$ را بدست آورید.	۱۴
۱/۲۵	در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد انگاه حد تابع در نقطه ۳ را بیابید.	۱۵
۲۰		

سوال (۱) الف درست (ب) درست (ج) نادرست

سوال (۲) الف ۴، ۶، ۸ (ب) ۲ (ج) شیب قطعات (د) ۵

سوال (۳)



سوال (۴)

$$f(g(x)) = 3x^2 - 4x + 14 \quad f(x) = 3x - 4$$

$$\rightarrow 3g(x) - 4 = 3x^2 - 4x + 14 \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$$

سوال (۵) (a)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(-\frac{2x+6}{\sqrt{x}}\right) = -\frac{\sqrt{x}}{2}\left(-\frac{2x+6}{\sqrt{x}}\right) - 3 = x$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(-\frac{\sqrt{x}}{2} - 3\right) = \frac{-2\left(-\frac{\sqrt{x}}{2} - 3\right) - 6}{\sqrt{x}} = x$$

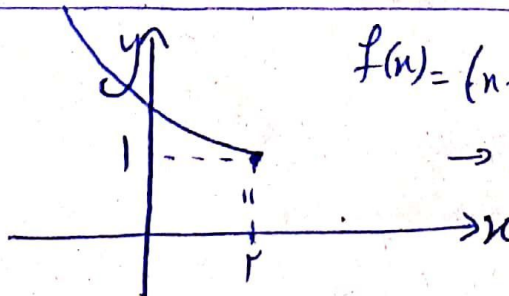
$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) = x \rightarrow \text{فکریاً متساوی}$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 2$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{int}_2 = (-\infty, 1]$$

$$D_f = [1, +\infty)$$



سوال (۶)

$$f(x) = (x-2)^2 + 1$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1} + 2$$

$$D_{f^{-1}} = [1, +\infty)$$

$$R_{f^{-1}} = (-\infty, 2]$$

$$y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} \text{min: } -|a| + c = -r \\ \text{max: } |a| + c = r \end{cases} \quad (\vee) \text{ الجواب}$$

$$T = \frac{r\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = r \rightarrow b = \pm r$$

$$rc = 0 \rightarrow c = 0 \rightarrow |a| = r \rightarrow a = \pm r$$

$$\rightarrow y = r \sin rx$$

$$T = r, \text{ min} = r, \text{ max} = 0$$

$$y = a \cos bx + c \rightarrow \begin{cases} \text{min: } -|a| + c = r \\ \text{max: } |a| + c = 0 \end{cases}$$

$$T = \frac{r\pi}{|b|} = r \rightarrow |b| = \pi \rightarrow b = \pm \pi$$

$$rc = r \Rightarrow c = \frac{r}{r} \quad (+) \quad |a| = \frac{r}{r} \rightarrow a = \pm \frac{r}{r}$$

$$y = \frac{r}{r} \cos(\pi x) + \frac{r}{r}$$

$$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{r}}{r} \rightarrow \frac{1}{r} \sin 2x = \frac{\sqrt{r}}{r} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

(10) الجواب

$$\rightarrow rx = 2k\pi + \frac{\pi}{r} \rightarrow n = 2k + \frac{\pi}{r}$$

$$rx = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{r} \rightarrow n = 2k + \frac{\pi}{r}$$

$$\cos rx = \cos \frac{\pi}{r} \rightarrow rx = 2k\pi \pm \frac{\pi}{r} \rightarrow n = \frac{2k\pi}{r} \pm \frac{\pi}{r}$$

$$1 - \cos 10^\circ = r \sin 10^\circ \Rightarrow 1 - \frac{\sqrt{r}}{r} = r \sin 10^\circ \rightarrow \frac{r - \sqrt{r}}{r} = \sin 10^\circ \quad (9) \text{ الجواب}$$

$$\rightarrow \sin 10^\circ = \frac{\sqrt{r - \sqrt{r}}}{r}$$

$$1 + \cos 10^\circ = r \cos 10^\circ \rightarrow 1 + \frac{\sqrt{r}}{r} = r \cos 10^\circ \Rightarrow \frac{r + \sqrt{r}}{r} = \cos 10^\circ \rightarrow \cos 10^\circ = \frac{\sqrt{r + \sqrt{r}}}{r}$$

$$\rightarrow \tan 10^\circ = \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{r - \sqrt{r}}}{r}}{\frac{\sqrt{r + \sqrt{r}}}{r}} = \sqrt{\frac{r - \sqrt{r}}{r + \sqrt{r}}} = r - \sqrt{r} \quad \text{و } \cot 10^\circ = \frac{1}{r - \sqrt{r}} = r + \sqrt{r}$$

$$f(x) = 2x^2 + x + 1$$

$$\frac{x+1}{2x^2 - x + 1}$$

$$\frac{-x^2 + 1}{x^2 + x}$$

$$\frac{x+1}{-x-1}$$

سؤال 10

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^0 - 2x^2 - x}{x^2 - 0x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^0}{x^2} = -\infty$

(11) سؤال

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{1 - \cos x} = \begin{cases} 1) x \rightarrow 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \\ 2) x \rightarrow 0^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{0^+} = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{1 - \cos x} = +\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-2)}{x-2} = -1$

$f(x) = -x^2 + 10x$ $f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 + 10x - 12}{x - 2}$ (12) سؤال

$= \frac{0}{0}$ $\xrightarrow{\text{قسمة}}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x^2 - 10x + 12)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)(x-6)}{x-2} = 6$

$f'(x) = 1,0 \rightarrow \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 1,0 \rightarrow \frac{y_0 - 2,0}{0 - 2} = 1,0 \rightarrow y_0 = 2,0$ (13) سؤال

$\rightarrow B | \frac{0}{2,0}$ $A | \frac{2,0}{0}$

$f'(x) = f'(x) = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{2,0 - y_C}{2 - 2} = 1,0 \rightarrow y_C = 2,0$ $\rightarrow C | \frac{2,0}{2,0}$

$xy = 2x + 1 = 2 \rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \rightarrow x = 1 \end{cases} \rightarrow xy = 2x + 1 = 2$ (14) سؤال

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^h + 10}{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 + 10x}} = -1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^h}{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 + 10x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^h}{\frac{0}{0}} = \frac{10}{10} \text{ (L'Hôpital)}$$

$$\begin{cases} h=1 \\ a=-d \end{cases} \rightarrow \lim_{x \rightarrow r} \frac{-dx + 10}{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 + 10x}} = \frac{0}{0} \text{ (L'Hôpital)}$$

$$\lim_{x \rightarrow r} \frac{-d(x-r)}{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 + 10x}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x^2 + 10x}}{\sqrt{x} + \sqrt{x^2 + 10x}} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{-d(x-r)(\sqrt{x} + \sqrt{x^2 + 10x})}{x^2 - x^2 - 10x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow r} \frac{-d(x-r)(\sqrt{x} + \sqrt{x^2 + 10x})}{-10(x-r)} = \frac{-(9+9)}{-10} = \frac{-18}{-10} = \frac{9}{5}$$