



تاریخ امتحان: ۱۴۰۲ / ۱۰ / ۲
 زمان پاسخگویی: ۱۱۰ دقیقه
 نام دبیر: استاد بهرامی
 تعداد سوال: ۱۶
 تعداد صفحه: ۴

باسمه تعالی
 اداره کل آموزش و پرورش استان قم
 مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴
دبیرستان غیر دولتی ارمغان دانش
 سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

سوالات امتحانی درس : آمار و احتمال
 پایه : یازدهم
 رشته : ریاضی
 نام و نام خانوادگی :

امضای دبیر

باجروف:

نمره با عدد:

تاریخ تصحیح:

نمره	<p>۱- جدول‌های ارزش گزاره‌ی زیر را تشکیل داده و نشان دهید این گزاره همواره درست است. $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv T$</p>
۱/۵	<p>۲- ارزش‌های گزاره‌ای سوری زیر را تعیین کنید و نقیض هر یک را بنویسید. الف) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \geq (x - 1)(x + 1)$ ب) $\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{4 - x^2}{2 + x} = 2 - x$</p>
۱	<p>۳- حاصل گزاره $[(q \wedge r) \vee (p \wedge r)] \vee [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$ را بیابید .</p>
۱	<p>۴- اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود، مجموعه‌ی A چند زیرمجموعه دارد؟</p>

۱/۵
۵- اگر $(n \in \mathbb{N})$ و $A_n = \left(-\frac{1}{n}, \frac{2n-1}{n}\right)$ مطلوبست: A_1, A_2, A_3 سپس اجتماع و اشتراک A_1, A_2, A_3 را مشخص کنید.

۱
۶- مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ را به چند طریق می‌توان به ۳ مجموعه افراز کرد؟

۱
۷- برای مجموعه‌های $A = \{a-2, 6, -1\}$ و $B = \{\sqrt{d}, 5, -1\}$ فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد مقدار a, d را بیابید.

۱
۸- با توجه به مجموعه‌های داده شده، نمودار هر یک از حاصل ضرب‌های $A \times B$ را رسم کنید.
ب) $A = \{3, 4\}, B = (1, 5]$

پ) $A = [2, 6], B = [3, 8]$

۹- درستی تساوی روبه‌رو را بررسی کنید.

$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] = B$$

۱

۱۰- هرگاه A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت با عضوگیری ثابت کنید:
 $B - A = B$

۱

۱۱- عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:
الف) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد، ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد.
ب) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳.

۲

۱۲- در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده‌ی هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال این‌که عدد مشاهده شده، کم‌تر از ۴ باشد را تعیین کنید.

۱/۵

۱۳- یک فضای نمونه‌ای متشکل از ۵ برآمد a, b, c, d, e است. اگر $P(a) = \frac{1}{4}$ و $P(\{a, b, c\}) = \frac{2}{3}$ باشد، احتمال $P(\{b, c\} | \{a, b, c\})$ را بیابید.

۱/۵

۱۴- امیر و بهروز هر کدام به ترتیب با احتمال $0/6$ و $0/3$ در یک مسابقه‌ی علمی شرکت می‌کنند. احتمال شرکت امیر به شرط شرکت بهروز برابر $0/5$ است. احتمال شرکت امیر به شرط شرکت نکردن بهروز را بیابید.

۱/۵

۱۵- ثابت کنید هرگاه n عدد صحیح و n^2 مضرب ۵ باشد، آن‌گاه n نیز مضرب ۵ است.

۱

۱۶- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس ۸ آمده باشد، با کدام احتمال هر دو تاس عدد اول آمده‌اند؟

۱/۵

سعی کنید موفق باشید

جمع

بارم

۲۰۰

نمره



تاریخ امتحان: ۱۴۰۲ / ۱۰ /
 زمان پاسخگویی: دقیقه
 نام دبیر: استاد بهرامی
 تعداد سوال:
 تعداد صفحه:

باسمه تعالی
 اداره کل آموزش و پرورش استان قم
 مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴
دبیرستان غیر دولتی ارمان دانش
 سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

کلید امتحانی درس: آمار و احتمال
 پایه: یازدهم
 رشته: ریاضی
 نام و نام خانوادگی:

تاریخ تصحیح: نمره با عدد: باحروف: امضای دبیر

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \vee p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د

هرستون ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

-۱

-۲ الف (درست است، ۰/۲۵

$$\sim (\exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \geq (x-1)(x+1))$$

$$\equiv \forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 < (x-1)(x+1) \quad ۰/۲۵$$

پ (نادرست است ۰/۲۵

$$\sim (\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} = 2-x) \equiv \exists x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} \neq 2-x \quad ۰/۲۵$$

-۳

$$[\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee [(q \wedge r) \vee (p \wedge r)] = [\sim(p \vee q) \wedge r] \vee [(p \vee q) \wedge r]$$

$$\equiv [\sim(p \vee q) \vee (p \vee q)] \wedge r = T \wedge r = r \quad ۰/۲۵$$

$$2^x - 384 = 2^{x-2} \Rightarrow 2^x - 384 = 2^x \div 2^2 \Rightarrow 2^x - 284 = 2^x \div 4 \quad ۰/۲۵$$

$$2^x - \frac{2^x}{4} = 384 \Rightarrow 2^x \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 384 \Rightarrow 2^x = 384 \times \frac{4}{3} = 512 = 2^9 \Rightarrow x = 9 \quad ۰/۲۵$$

-۴

$$A_1 = (-1, 1), A_2 = \left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}\right), A_3 = \left(\frac{-1}{3}, \frac{5}{3}\right) \Rightarrow A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \left(-1, \frac{5}{3}\right) \quad ۰/۵$$

$$, A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \left(\frac{-1}{3}, 1\right) \quad ۰/۵$$

-۵

۶- مجموعه‌ی ۵ عضوی باید به ۳ مجموعه با تعداد اعضای ۳-۱-۱ یا ۲-۲-۱ افراز شود.

$$\text{تعداد افرازها} = \frac{\binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{2!} + \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1}}{2!} = 10 + 15 = 25 \quad ۰/۲۵$$

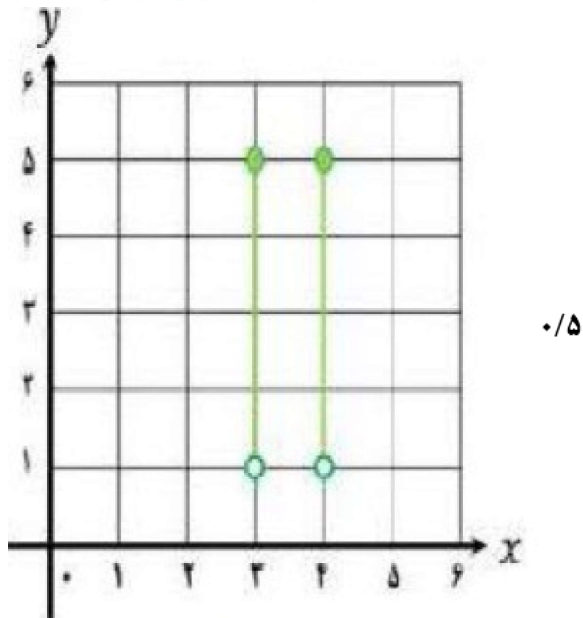
-۷

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B \Rightarrow \sqrt{d} = 6 \Rightarrow d = 36 \quad ۰/۲۵$$

$$\begin{cases} A = \{a-2, 6, -1\} \\ B = \{6, 5, -1\} \end{cases} \quad ۰/۲۵$$

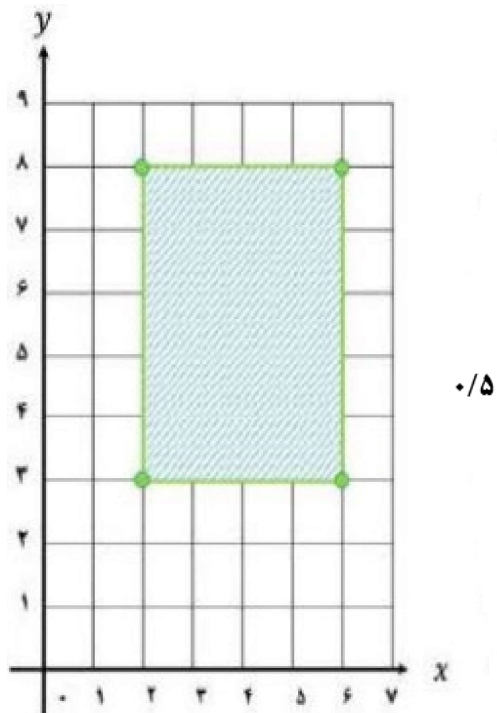
$$a-2=5 \Rightarrow a=7 \quad ۰/۲۵$$

ب) $A = \{۳, ۴\}, B = (۱, ۵]$



$A \times B$

پ) $A = [۲, ۶], B = [۳, ۸]$



$A \times B$

$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] = (A' \cap B) \cup [(B \cap A) \cap B] = (A' \cap B) \cup (A \cap B)$ -۹

$= B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$

الف) $\forall x; x \in (B - A) \Rightarrow x \in B \wedge x \notin A \Rightarrow x \in B \Rightarrow B - A \subseteq B$ -۱۰

$\forall x; x \in B \xrightarrow{A \cap B = \emptyset} x \in B \wedge x \notin A \Rightarrow x \in B - A \Rightarrow B \subseteq B - A$ (۲) -۱۰

$B - A = B$ از ۱ و ۲ داریم: -۱۰

$n(S) = ۱۰۰$ -۱۱

$$\text{ب) } n(2 \cap 3) = n(2 - 3) = n(2) - n(2 \cap 3) = \left[\frac{100}{2} \right] - \left[\frac{100}{6} \right] = 34 \Rightarrow p = \frac{34}{100} \cdot 0.25$$

$$\text{ج) } n(2 \cap 3) = n((2 \cup 3)') = n(S) - n(2 \cup 3) = 100 - 67 = 33 \Rightarrow p = \frac{33}{100} \cdot 0.25$$

$$p(1) + \dots + p(6) = 1 \quad 0.25$$

$$p(1) = 1 \times k, \quad p(2) = 2 \times k, \quad \dots, \quad p(6) = 6 \times k \quad 0.5$$

$$\Rightarrow k + 2k + \dots + 6k = 1 \Rightarrow 21k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{21} \cdot 0.25$$

$$\text{کمتر از 4: } p(1) + p(2) + p(3) = 6k = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \cdot 0.5$$

-۱۲

۱۳- ابتدا $p(\{b, c\})$ را پیدا می‌کنیم:

$$P(\{b, c\}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \quad 0.5$$

حال از فرمول رابطه‌ی شرطی یعنی $P(E | F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$ استفاده کرده و جواب را می‌یابیم:

$$\frac{P(\{b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8} \cdot 0.5$$

۱۴- احتمال شرکت کردن امیر در مسابقه را با A و احتمال شرکت کردن بهروز در مسابقه را با B نشان می‌دهیم. داریم:

$$P(A) = 0.6, \quad P(B) = 0.3, \quad P(A|B) = 0.5 \quad 0.5$$

$$\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.5 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.3} = 0.5 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.15 \quad 0.25$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.6 - 0.15}{0.7} = \frac{0.45}{0.7} = \frac{9}{14} \cdot 0.25$$

۱۵- به جای اثبات حکم، عکس نقیض آن را ثابت می‌کنیم. 0.25

$$(n^2 \text{ مضرب } 5 \text{ نیست}) \Rightarrow (n \text{ مضرب } 5 \text{ نیست}) \equiv (n \text{ مضرب } 5 \text{ است}) \Rightarrow (n^2 \text{ مضرب } 5 \text{ است}) \quad 0.25$$

در این قسمت دو روش برای اثبات داریم:

روش اول: اگر n مضرب ۵ نباشد، یعنی $n \neq 5k$ و خواهیم داشت:

$$n^2 \neq (5k)^2 \neq 25k^2 \neq 5(5k^2) \neq 5k' \quad 0.25$$

$$k' \in Z$$

در نتیجه n^2 مضرب ۵ نیست.

روش دوم: اگر n مضرب ۵ نباشد، پس به صورت زیر است:

$$n = 5k + r \quad (1 \leq r \leq 4) \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}} n^2 = (5k + r)^2 = 25k^2 + 10kr + r^2$$

$$5(5k^2 + 2kr) + r^2 = 5k' + r^2$$

$$k' \in Z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r=1 \Rightarrow n^2 = 5k' + 1 \text{ (مضرب 5 نیست)} \\ r=2 \Rightarrow n^2 = 5k' + 4 \text{ (مضرب 5 نیست)} \\ r=3 \Rightarrow n^2 = 5k' + 9 \text{ (مضرب 5 نیست)} \\ r=4 \Rightarrow n^2 = 5k' + 16 \text{ (مضرب 5 نیست)} \end{cases}$$

در نتیجه در هر 4 حالت، n^2 مضرب 5 نیست.

۱۶- اگر مجموع دو تاس ۸ آمده باشد حالت‌های زیر را خواهیم داشت:

$$S = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\} \quad \text{فضای نمونه ای کاهش یافته} \quad 0/25$$

$$A = \{(5, 3), (3, 5)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{5} \cdot 0/5$$

موفق باشید

جمع بارم ۲۰ نمره