شماره صندلی

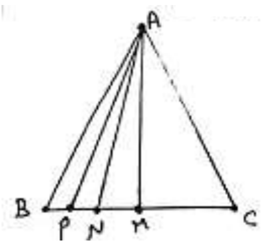
سؤال

اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری
دبیرستان غیردولتی دخترانه دکترحسابی(دوره دوم)
(سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲)

مهر آموزشگاه در تمام صفحات زده شود

نام و نام خانوادگی: | کلاس/ پایه: دهم | رشته: ریاضی | نام دبیر: خانم یوسفی | نام درس: هندسه (۱)

تاریخ امتحان: ۴ / ۱۰ /۱۴۰۲ | نوبت صبح/عصر : صبح | تعداد صفحه ۲ | صفحه ۱ | زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه

<table>
<tr><th>ردیف</th><th>سؤال</th><th>بارم</th></tr>
<tr><td>۱</td><td>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.
الف) اگر نقطه ای به فاصله یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد، آن نقطه .... قرار دارد.
ب) برای اینکه یک خط به طور کامل مشخص باشد، حداقل .... از آن را باید داشته باشیم.
پ) در هر مثلث نسبت اندازه های هر ضلع، باعکس نسبت .... وارد بر آن ها برابر است.
ت) نسبت مساحت های دو مثلث متشابه ۱۶ است. نسبت ارتفاع های نظیر آن ها .... خواهد بود.</td><td>۲</td></tr>
<tr><td>۲</td><td>اصطلاحات زیر را تعریف کنید.
الف) گزاره
ب) استدلال استقرایی
پ) برهان خلف</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۳</td><td>هریک از جملات ستون سمت راست را به گزینه صحیح از ستون سمت چپ وصل کنید. (یک پاسخ اضافی است.) (با راه حل)
<table>
<tr><th>ستون سمت راست</th><th>ستون سمت چپ</th></tr>
<tr><td>۱- طول اضلاع مثلث ABC برابر ۶، ۷ و ۱۰ است. این مثلث با مثلثی متشابه است که محیط آن برابر ۴۶ می باشد. کوچکترین ضلع مثلث دوم برابر است با :
۲- $\frac{a}{b}=\frac{۲}{۳}$، حاصل $\frac{۳a+۲b}{-a+۲b}$ برابر است با:
۳- در مثلث قائم الزاویه ABC اگر $AB=۶$ و $AC=۸$ باشد، به کمک روابط طولی اندازه CH برابر است با:
۴- طول پاره خطی که واسطه هندسی بین دو پاره خط به طول های ۲۰ و ۵ سانتی متر باشد برابر:</td><td>الف) ۳
ب) ۶/۴
پ) ۴/۸
ت) ۱۲
ث) ۱۰</td></tr>
</table></td><td>۲</td></tr>
<tr><td>۴</td><td>روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه غیر واقع بر آن را کامل توضیح دهید. (با رسم شکل)</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۵</td><td>اثبات کنید: «اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشد، زاویه روبرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه روبرو به ضلع کوچکتر.»</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۶</td><td>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید در صورت نادرستی مثال نقض بیاورید و در صورت درستی اثبات کنید.
الف) هر زاویه خارجی یک چند ضلعی از زاویه داخلی آن بزرگتر است.
ب) اگر دو ضلع از یک مثلث باهم برابر باشند، آنگاه ارتفاع های وارد بر آن دو ضلع نیز باهم برابرند.
پ) هر چهارضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۷</td><td>عکس قضیه زیر را نوشته و آن را به صورت یک قضیه دو شرطی بیان کنید.
«اگر مثلث ABC قائمه باشد در رأس A آنگاه $a^۲=b^۲+c^۲$ »</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۸</td><td>در شکل مقابل M وسط BC و N وسط BM و p وسط BN می باشد مطلوب است محاسبه:
الف) نسبت مساحت های دو مثلث $\overset{\Delta}{ANP}$ و $\overset{\Delta}{ABC}$
ب) محاسبه مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ANC}$ در صورتی که مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABP}$ برابر ۱۵ باشد.

</td><td>۱/۵</td></tr>
</table>

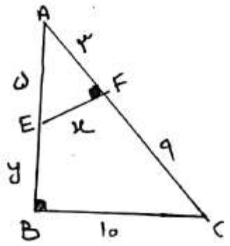
شماره صندلی	**اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران** **مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری** **دبیرستان غیردولتی دخترانه دکترحسابی(دوره دوم)** **(سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲)**	مهر آموزشگاه در تمام صفحات زده شود
سؤال		

نام و نام خانوادگی: **کلاس/ پایه: دهم** **رشته: ریاضی** **نام دبیر: خانم یوسفی** **نام درس: هندسه (۱)**

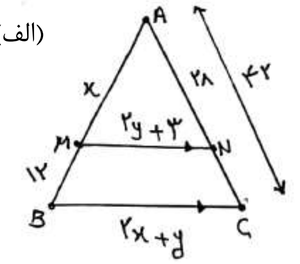
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/ ۱۰ / ۴ **نوبت صبح/عصر : صبح** **تعداد صفحه ۲** **صفحه ۲** **زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه**

<table>
<tr><th>ردیف</th><th>سؤال</th><th>بارم</th></tr>
<tr><td>۹</td><td>
در هر یک از شکل های زیر مقادیر مجهول را بیابید.

(ب)

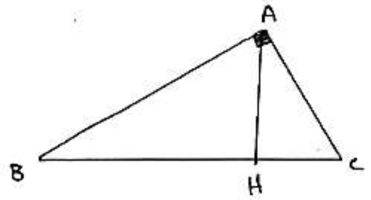


(الف)



</td><td>۲</td></tr>
<tr><td>۱۰</td><td>
ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث قائم الزاویه تفکیک کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه اند و در آن ها داریم:

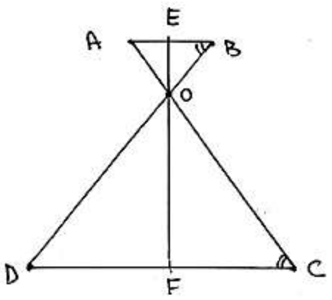
$$AC^{۲} = CH \times BC$$



</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۱</td><td>
در شکل روبرو $EF = ۱۵cm$ نیمساز دو زاویه متقابل به رأس O است و $B = C$

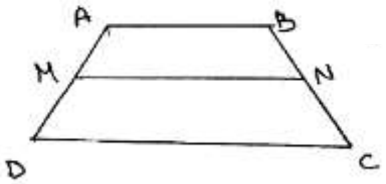
الف) اگر $\frac{OB}{OC} = \frac{۲}{۳}$ ، نسبت $\frac{OE}{OF}$ چقدر است؟

ب) طول های OE و OF را به دست آورید.



</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۲</td><td>با استدلال استنتاجی ثابت کنید سه عمود منصف اضلاع هر مثلث در یک نقطه هم رأسند.</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۳</td><td>
در شکل مقابل پاره خط MN موازی قاعده ها می باشد، ثابت کنید.

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$



</td><td>۱/۵</td></tr>
</table>

«موفق باشید»

بارم	پاسخنامه	

۱) الف) بیشه‌ساز   ب) یک نقطه   پ) ارتفاع   ت) ۴۱

۲) گزاره: یک جمله خبری است که یا درست است یا نادرست است یا نادرست بودن آن برای ما معلوم نمی‌باشد که آدمی تواند تشخیص خبر را به هم بسازند که به آن گزاره ساده گفته می‌شود و می‌تواند چند خبر یا چند گزاره ساده را به هم بسازند که به آن گزاره مرکب می‌گویند

استدلال استقرایی: نوعی از استدلال است که بر اساس مشاهدات و بررسی‌های ما راجب یک موضوع از چند حالت به یک نتیجه کلی می‌رسیم یا به اصطلاح از جزء به کل می‌رسیم که در این نوع استدلال نمی‌توانیم به درستی نتیجه به دست آمده مطمئن باشیم

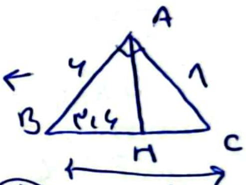
برهان خلف: نوعی از استدلال است که در مسائل ریاضی و هندسی کاربرد دارد که به آن برهان غیرمستقیم یا برهان خلف می‌گویند به این معنی که از فرض شروع به اثبات کنیم و به حکم برسی فرض می‌کنیم که حکم غلط است (یا به عبارتی فرض می‌کنیم نقیض حکم درست است) و آن را اثبات می‌کنیم و به یک عبارت غیرممکن می‌رسیم یا به نقیض فرض می‌رسیم که در این حالت متوجه می‌شویم که فرض غلط بودن حکم نادرست و فرض خلف باطل است و حکم اثبات می‌شود.

۳) ۱- ج) $K = \frac{1}{2} = \frac{۲۳}{۴۶} = \frac{\text{محیط مثلث ۱}}{\text{محیط مثلث ۲}}$ ← نسبت اضلاع = نسبت محیط = K ← $\frac{\boxed{۶}}{x} = \boxed{\frac{1}{2}} = \frac{\text{کوچکترین ضلع مثلث ۱}}{\text{کوچکترین ضلع مثلث ۲}}$ (بزرگترین ضلع) ← K ← $\boxed{x = ۱۲}$

۲- الف) $a = ۲$ ، $b = ۳$ ، $\frac{a}{b} = \frac{۲}{۳}$

$$\frac{۳(۲)^۲ + ۲(۳)^۲}{-۲ + ۲(۳)} \Rightarrow \frac{۶ + ۶}{۴} \Rightarrow \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

۳- ب)



← $BC^۲ = ۶^۲ + ۸^۲$ ، $BC^۲ = ۳۶ + ۶۴$ ، $BC = ۱۰$ ← $AB^۲ = BH \times BC$ ، $۳٫۶ = BH \times ۱۰$ ، $۳٫۶ = BH$

$$\boxed{CH = ۱۰ - ۳٫۶ = ۶٫۴}$$

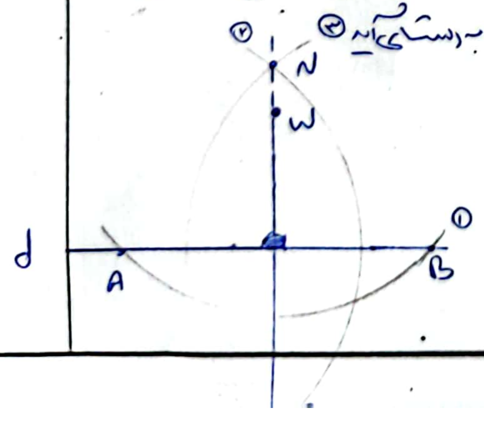
۴- فاصله دو نقطه همساز = ت) $\Leftarrow b^۲ = ac$

$b^۲ = ۵ \times ۲۰$

$b^۲ = ۱۰۰$

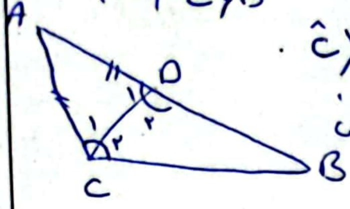
$\boxed{b = ۱۰}$

۴) ابتدا دهانه پرگار به اندازه دلخواه باز می‌کنیم و سوزن را روی نقطه مورد نظر (W) می‌گذاریم و خط d را در دو نقطه A و B قطع می‌کنیم و پاره خط AB به دست می‌آید سپس دهانه پرگار بیش از نصف طول پاره خط باز کرده و روی یکی از رئوس به دلخواه می‌گذاریم برای مثال رأس A و یک کمان می‌زنیم سپس سوزن پرگار را بعد سوزن پرگار روی رأس A می‌گذاریم و بدون اینکه تغییر در طول دهانه پرگار دهیم (دو باره بیش از نصف طول پاره خط) یک کمان می‌زنیم کمان‌ها یکدیگر را در دو نقطه P و N قطع می‌کنند دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم عمود بر خط d و عمود منصف پاره خط AB به دست می‌آید



۵) برای اثبات ابتدا به اندازه ضلع AC روی ضلع AB جدا می‌کنیم و آن را AD می‌نامیم

فرض	$AB > AC$
حکم	$\hat{C} > \hat{B}$



$$\underbrace{\hat{C} > \hat{C}_1 = \hat{D}_1}_{} \longrightarrow \underbrace{\hat{D}_1 = \hat{C}_2 + \hat{B}}_{} \longrightarrow \hat{D}_1 > \hat{B} \longrightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

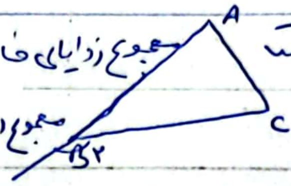
مثلث ACD متساوی الساقین است و به نام قوانین مثلث $C_1 = D_1$

به نام قوانین مثلث مجموع دو زاویه غیرمجاور داخلی برابر است با زاویه خارجی

$$\hat{C} > \hat{C}_1 = \hat{D}_1 > \hat{B}$$

$$\hat{C} > \hat{B}$$

۶) الف) درست است مجموع زوایای خارجی همیشه ۳۶۰ است مجموع ضلع های داخلی می‌تواند از ۳۶۰ بیشتر باشد.

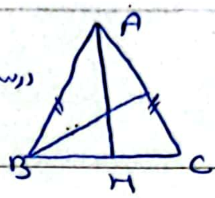


مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور برابر است با زاویه خارجی

$A + C = B_2$

$\boxed{B_2 > C \quad B_2 > A}$

ب) درست در مثلث ~~قائم~~ متساوی الاضلاع و متساوی الساقین این رابطه برقرار است پس درست است



پ) نادرست است زیرا لوزی چهار ضلع برابر دارد اما مربع نیست

۷) عکس قضیه: اگر در مثلثی رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ برقرار باشد، آنگاه مثلث ABC در راس A قائمه است

قضیه دوشرطی: در مثلث $\hat{ABC}$ قائمه است در راس A اگر و تنها اگر $a^2 = b^2 + c^2$ در آن مثلث برقرار باشد

۸) نسبت مساحت های دو مثلث با ارتفاع برابر برابر است با نسبت قاعده های آن ها می‌باشد

$$\frac{S_{A\hat{B}C}}{S_{A\hat{N}P}} = \frac{8}{1} = 8$$

$$\frac{S_{A\hat{N}P}}{S_{A\hat{B}C}} = \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

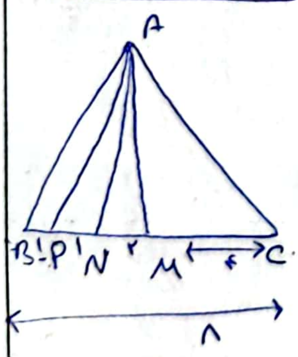
محاسبه مساحت مثلث $A\hat{N}C$ در صورتی که مساحت مثلث $A\hat{B}P$ برابر ۱۵ باشد

$\boxed{\text{نسبت مساحت ها} = K^2}$

$$\frac{S_{A\hat{N}C}}{S_{A\hat{B}P}} = \frac{6}{1} \qquad S_{A\hat{N}C} = 6 \times 15 = 90$$

۱۵

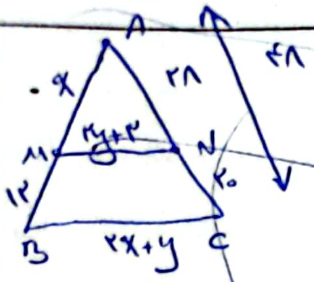
برای حل سوال فرضی می‌کنیم طول BC ۸ است و با توجه به آن نسبت ها را می‌نویسیم



بارم

پاسخنامه

۱۴۰ / ۱۴۸ ، ۱۴ / ۱۰



$NC = ۴۸ - ۲۸ = ۲۰$

تالس $\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{۱۲} = \frac{۲۸}{۲۰} \Rightarrow ۱۰x = ۱۶۸$

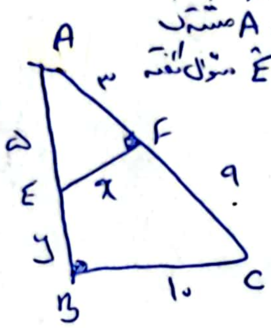
$\boxed{x = ۱۶,۸}$

جزء کل $= \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow \frac{۲y+۳}{۲x+y} = \frac{۲۸}{۴۸} \Rightarrow \frac{۲y+۳}{۳۳,۶+y} =$

$۲۴(۲y+۳) = ۱۴(۳۳,۶+y)$

$۴۸y + ۷۲ = ۱۴y + ۴۷۰,۴ \Rightarrow$

پشت صفحه



$\left.\begin{array}{l}\hat{A} = \hat{A} \text{ مشترک} \\ \hat{E} = \hat{B} \text{ متوازی‌الاضلاع}\end{array}\right\}$ تشابه دو زاویه $A\hat{E}F \sim A\hat{B}C$

$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} \Rightarrow \frac{x}{۱۰} = \frac{۵}{۱۲} = \frac{۳}{۵+y}$

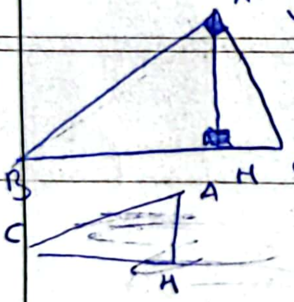
$۱۲x = ۵۰$ ، $۲۵ + ۵y = ۳۶$

$x = \frac{۵۰}{۱۲} = ۴,۱۶$ ، $۵y = ۳۶ - ۲۵$

$۵y = ۱۱$

$y = \frac{۱۱}{۵} = ۲,۲$

۱۰) $AC^2 = CH \times BC$



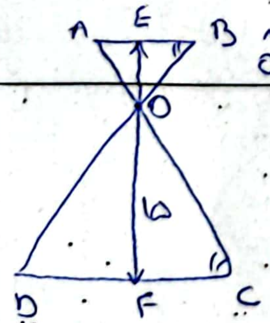
$\left.\begin{array}{l}\hat{C} = \hat{C} \text{ مشترک} \\ = ۹۰\end{array}\right\}$ تشابه دو زاویه $A\hat{H}C \sim A\hat{B}C$

$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{CH}{AC} = \frac{AC}{BC}$

نسبت اضلاع

$\boxed{AC^2 = CH \times BC}$

۱۱) الف



$\left.\begin{array}{l}\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ \hat{B} = \hat{C}\end{array}\right\}$ تشابه دو زاویه $O\hat{A}B \sim O\hat{D}C$

$\frac{AB}{DC} = \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} \Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{۲}{۳} = K$ نسبت اضلاع ... نسبت اضلاع = نسبت نیمسازها

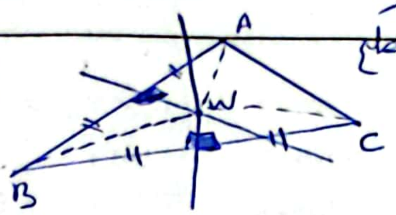
$\boxed{\frac{OE}{OF} = \frac{۲}{۳}} = K$

ب) $\frac{OE}{OF} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{OE}{OF+OE} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow ۵OE = ۳۰$

$EF = ۱۵$ ، $\boxed{OE = \frac{۳۰}{۵} = ۶}$ ، $\boxed{OF = ۱۵ - ۶ = ۹}$

شماره	پاسخنامه	بارم

(۱۲) برای اثبات این‌که می‌دانیم که اگر عمودمنصف دو ضلع مثلث را رسم کنیم در نقطه‌ای مشترک یکدیگر را قطع می‌کنند، از طرفی هم می‌دانیم که هر نقطه روی عمودمنصف هر ضلع تا دو سر آن ضلع فاصله یکسانی دارد.



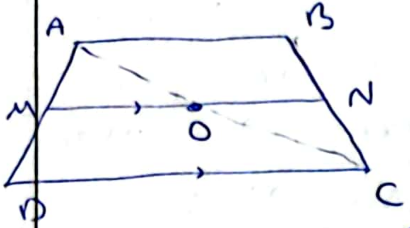
نقطه روی عمودمنصف ضلع AB است $\Rightarrow W_A = WB$

نقطه W روی عمودمنصف ضلع BC $\Rightarrow WB = WC$

$\Rightarrow WA = WC \Rightarrow$ نقطه W روی عمودمنصف AC نیز قرار دارد $\Rightarrow$ عمودمنصف‌ها هم‌رأس‌اند

---

(۱۳) ابتدا برای اثبات برای ذوزنقه یک قطر رسم می‌کنیم برای اینکه دو مثلث به وجود بیاید و بتوانیم از قضیه تالس استفاده کنیم



$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

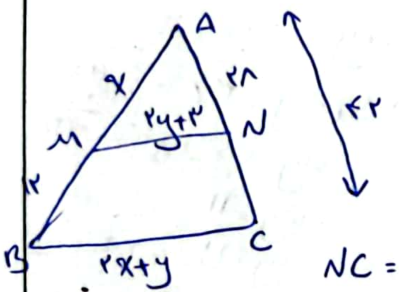
جزء به جزء $OM \parallel DC \xrightarrow[\text{جزء به جزء}]{\text{در مثلث } ADC} \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC}$

$AB \parallel ON \xrightarrow[\text{جزء به جزء}]{\text{در مثلث } ACB} \frac{CN}{NB} = \frac{CO}{OA} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{NB}{CN} = \frac{OA}{OC}$

$\Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{NB}{NC}$

---

(۹)



جزء به جزء $\Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{28}{14}$

$14x = 336 \quad x = \frac{336}{14} = 24$

$NC = 42 - 28 = 14$

جزء به کل $\Rightarrow \frac{2y+3}{2x+y} = \frac{x}{x+12} \to \frac{2y+3}{48+y} = \frac{24}{36} \to \frac{12}{18} \to \frac{2}{3}$

$$\frac{2y+3}{48+y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 6y + 9 = 96 + 2y$$

$$6y - 2y = 96 - 9$$

$$4y = 87$$

$$y = \frac{87}{4} = 21{,}7$$