

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد  
 آزمون ترم اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: آمار و احتمال  
 نام دبیر: آقای عبدالهیان  
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۲  
 ساعت امتحان: ۱۱:۰۰ / صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۶۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
ردیف	سؤالات	نمره	ردیف
۱	<p>کدامیک از جملات زیر گزاره است و ارزش جملاتی که گزاره است را مشخص کنید؟</p> <p>الف) خیام ریاضی دان بزرگ ایرانی است.</p> <p>ب) شاید فردا باران ببارد.</p> <p>پ) چه هوای خوبی!</p> <p>ت) آیا ایران به جام جهانی فوتبال می رود؟</p>		۱
۱	<p>در گزاره نماهای زیر مجموعه جواب را مشخص کنید.</p> <p>الف) <math>x^2 - 3x + 2 = 0</math> <math>D = \mathbb{R}</math> <math>S = ?</math></p> <p>ب) <math>x = \sqrt{k}</math> <math>D = \mathbb{N}</math> <math>S = ?</math></p>		۲
۱/۵	<p>به کمک جدول ارزشی هم‌ارزی‌های زیر را ثابت کنید؟</p> <p>الف) <math>\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q</math></p> <p>ب) <math>p \vee (p \wedge q) \equiv p</math></p> <p>پ) <math>\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q</math></p>		۳
۱	<p>نقیض سورهای زیر را بنویسید؟</p> <p>الف) <math>\forall x \in \mathbb{R} ; x - 1 &gt; 2</math></p> <p>ب) <math>(\exists x \in \mathbb{Z} ; x^2 - 3x = 0) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{R}^+ ; x + \frac{1}{x} \geq 2)</math></p>		۴
۱	<p>هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید و یا با گزاره‌نما نشان دهید؟</p> <p>الف) <math>\{x \in \mathbb{Z} \mid 81 - 8x \geq 0\}</math></p> <p>ب) <math>\{-1, 3\}</math></p>		۵

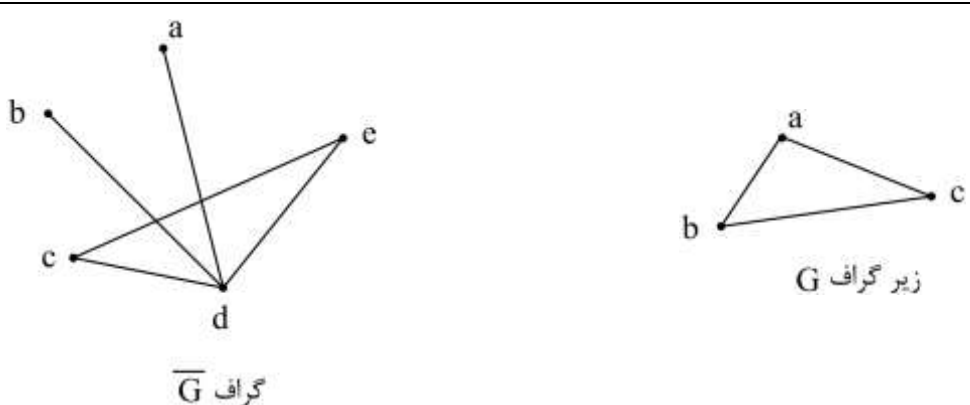
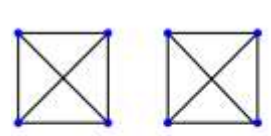
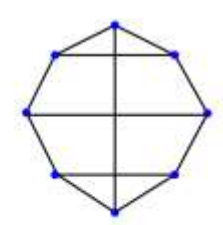
۶	اگر ۲ عضو از تعداد عضوهای مجموعه $A$ را حذف کنیم از تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۴۸ واحد کم می‌شود. مجموعه $A$ چند زیرمجموعه سیره دارد؟
۷	به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید؟ الف) $(A \cap B') \cup (A \cap B)' = B'$ ب) $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' = B - A$
۸	به روش عضوگیری ثابت کنید: $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$
۹	کلیه افزایش‌های مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را بنویسید.
۱۰	اگر مجموعه‌های $A = \{-1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{0, 1, 2\}$ مفروض باشند، مطلوبست احتمال $A \times B$ و $B \times A$ و $(A \times B) \cap (B \times A)$ .
۱۱	اگر $A = [2, 5]$ و $B = [1, 4]$ نمودار $A \times B$ و $B \times A$ و $A^2$ را رسم کنید؟
۱۲	تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده اول باشد چقدر است؟
۱۳	در یک مسابقه اسب‌دوانی سر اسب $A$ و $B$ و $C$ شرکت کرده‌اند. اگر احتمال بُرد اسب $A$ دو برابر اسب $B$ و احتمال بُرد اسب $B$ دو برابر بُرد اسب $C$ باشد احتمال برنده شدن اسب $B$ چقدر است؟
۱۴	تاسی را پرتاب می‌کنیم اگر بدانیم عدد رو شده بزرگتر مساوی ۳ است احتمال اینکه این عدد زوج باشد، چقدر است؟
۱۵	در جعبه‌ای ۱۲ لامپ وجود دارد که ۳ عدد آن معیوب هستند. ۳ لامپ یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری از جعبه خارج می‌کنیم احتمال اینکه هر سه لامپ معیوب باشد چقدر است؟
۱۶	سه ظرف همانند داریم در ظرف اول ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز و در ظرف دوم ۶ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف سوم ۳ مهره آبی و ۹ مهره قرمز وجود دارد یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب می‌کنیم و مهره‌ای از آن خارج می‌کنیم. مطلوبست احتمال اینکه: الف) مهره خارج شده آبی باشد؟ ب) اگر بدانیم مهره خارج شده آبی است احتمال اینکه ظرف دوم خارج شده باشد چقدر است؟
۲۰	صفحه ی ۲ از ۲



بارم	پاسخ سوالات	ردیف
۱	<p>الف) <math>x = \sqrt{2} \in Q^c, y = \sqrt{8} \in Q^c \Rightarrow x \times y = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4 \in Q</math></p> <p>ب)</p> <p><math>3 \nmid a \rightarrow a \neq 3k \rightarrow</math></p> $\begin{cases} a = 3k + 1 \rightarrow a^2 = 9k^2 + 6k + 1 \rightarrow a^2 = 3(\underbrace{3k^2 + 2k}_{k'}) + 1 \rightarrow a^2 = 3k' + 1 \\ a = 3k + 2 \rightarrow a^2 = 9k^2 + 12k + 4 \rightarrow a^2 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 \rightarrow a^2 = 3k'' + 1 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;"><math>3 + 1</math></p> <p>می دانیم که اگر عددی بر ۳ بخش پذیر نباشد پس باقیمانده آن بر ۳ برابر ۱ یا ۲ است یعنی به صورت <math>3k + 1</math> و <math>3k + 2</math> می توان آن را نوشت.</p>	۱
۱	$\frac{x+y}{4x-y} \geq \frac{y}{2x} \Leftrightarrow 2x(x+y) \geq y(4x-y) \Leftrightarrow 2x^2 + 2xy \geq 4xy - y^2$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 2xy - 4xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + (x^2 - 2xy + y^2) \geq 0$ <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;"><math>x^2 + x^2</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + (x-y)^2 \geq 0</math> همواره درست</p>	۲
۱/۵	$\left. \begin{array}{l} a \mid 11x + 2 \xrightarrow{\times 3} a \mid 33x + 6 \\ a \mid 3x - 1 \xrightarrow{\times 11} a \mid 33x - 11 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کم}} a \mid 17 \rightarrow a = 1 \text{ یا } a = 17$	۳
۱/۵	$\left. \begin{array}{l} a = 7q + 3 \xrightarrow{\times 8} 8a = 56q + 24 \\ a = 8q' + 5 \xrightarrow{\times 7} 7a = 56q' + 35 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کم}} a = 56(q - q') - 11 \rightarrow$ <p style="text-align: center;"><math>q'' \quad -56 + 45</math></p> <p><math>a = 56q'' - 56 + 45 \rightarrow a = 56(q'' - 1) + 45 \rightarrow a = 56k + \boxed{45} \rightarrow</math> باقیمانده</p> <p style="text-align: center;"><math>k</math></p>	۴

ادامه پاسخ سوالات

بارم	ردیف														
۱	۵														
$403 = 13 \times 13$ $\Rightarrow (403, 341) = 31 \rightarrow [31, 7 \times 11] = 7 \times 11 \times 31 = 2387$ $341 = 11 \times 31$															
۱/۵	۶														
$\left. \begin{array}{l} 3^3 = 27 \\ 2 \times 13 = 28 \end{array} \right\} \rightarrow 3^3 \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{3 \times 2} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{1 \cdot 1} \equiv 9 \xrightarrow{+12} 3^{1 \cdot 1} + 12 \equiv 21$ $\rightarrow 3^{1 \cdot 1} + 12 \equiv \boxed{8} \rightarrow \text{باقیمانده}$															
۱	۷														
<p>ابتدا جدولی درست می‌کنیم که در آن چهارشنبه را برابر صفر قرار می‌دهیم و یک هفته کامل را عدد گذاری می‌کنیم و سپس از روز داده شده تا روز خواسته شده تعداد روزها را محاسبه می‌کنیم به غیر از روز اول و عدد حاصل را بر ۷ تقسیم کرده و باقیمانده از جدول مشخص می‌کند که چند شنبه است.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>چهارشنبه</th> <th>پنجشنبه</th> <th>جمعه</th> <th>شنبه</th> <th>یکشنبه</th> <th>دوشنبه</th> <th>سه‌شنبه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </tbody> </table> <p>آبان مهر شهریور مرداد تیر خرداد اردیبهشت</p> <p>سه شنبه است <math>\rightarrow 30 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 30 + 15 = 230 \equiv 6 \pmod{7}</math></p> <p>فروردین</p>	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	
چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه									
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶									
۱/۵	۸														
<p>روش اول:</p> $5x \equiv 3 \xrightarrow{\times 2} 10x \equiv 6 \rightarrow \cancel{13x} + 2x \equiv \cancel{13} - 4 \rightarrow 2x \equiv -4 \xrightarrow{\div 2} x \equiv -2 \pmod{(2,13)=1}$ $x \equiv -2 \rightarrow \boxed{x = 13k - 2}$ <p>روش دوم:</p> $5x \equiv 3 \rightarrow 5x \equiv 4 \times 13 + 3 \rightarrow 5x \equiv 55 \xrightarrow{\div 5} x \equiv 11 \equiv -2 \pmod{(5,13)=1}$ <p><math>\boxed{x = 13k + 11}</math> یا <math>\boxed{x = 13k - 2}</math></p>															
۱/۵	۹														
$4x + 7y = 43 \rightarrow 4x \equiv 43 \equiv 1 \rightarrow 4x \equiv 1 \rightarrow 4x \equiv 8 \xrightarrow{\div 4} x \equiv 2 \pmod{(4,7)=1} \rightarrow \boxed{x = 7k + 2}$ $4(7k + 2) + 7y = 43 \rightarrow 28k + 8 + 7y = 43 \rightarrow 7y = 35 - 28k \xrightarrow{\div 7} \boxed{y = 5 - 4k}$ $x \geq 0 \rightarrow 7k + 2 \geq 0 \rightarrow k \geq -\frac{2}{7} \rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 1 \end{cases}$ <p>به دو طریق امکان پذیر است</p> $y \geq 0 \rightarrow 5 - 4k \geq 0 \rightarrow k \leq \frac{5}{4}$															

ردیف	ادامه پاسخ سوالات	بارم
۱۰	(الف) درجه راس (ب) زوج - زوج (ت) یک مسیر	۲
۱۱	(الف) $p = q$ (ب) $\deg_G^h = 3$ (پ) $abca$ : دور به طول ۳	۲/۵
	$q = 8$ $N_G(a) = \{b, c, g, h\}$ $N_G = [c] = \{c, d, a, b\}$ $dcbagh$ : مسیر به طول ۵	
۱۲		۱
۱۳	<p>۱ اگر گراف کامل بود <math>p = 10</math>  <math>q = 44 \rightarrow k_1 \rightarrow q = 45 \rightarrow</math> منتظم ۹-  یک یال این گراف کمتر از گراف <math>k_1</math> دارد پس باید از گراف <math>k_1</math> یک یال حذف کنیم می‌دانیم گراف کامل ۹- منتظم است پس با حذف یک یال درجه دو راس یک واحد کم می‌شود و بقیه رئوس تغییر نمی‌کنند.</p> <p>۲ راس با درجه ۸ <math>\delta = 8</math>  ۸ راس با درجه ۹ <math>\Delta = 9</math></p>	۱
۱۴	<p>۱ <math>r = 6 \rightarrow p \times r = 2q \rightarrow 6p = 2q \rightarrow q = 3p</math> *</p> <p><math>q = 4p - 9 \xrightarrow{*} 3p = 4p - 9 \rightarrow p = 9 \rightarrow q = 27</math></p> <p><math>p + q = 9 + 27 = 36</math></p>	۱
۱۵	<p>۱ <math>p = 8</math>      <math>r = 3</math></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>گراف ۳ - منتظم ناهمبند</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>گراف ۳ - منتظم همبند</p> </div> </div>	۱

