

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه دو تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

نام درس: هندسه (۳)
 نام دبیر: اسکندری
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۵
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ / صبح / عصر
 مدت امتحان: ۷۵ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	
نام	سؤالات		نمره
۱	اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و برای $i = j$ داشته باشیم و برای $a_{ij} = 7$ ، برای $i > j$ داشته باشیم $a_{ij} = 5$ و برای $i < j$ داشته باشیم $a_{ij} = -2$ مجموع درایه های ماتریس A چقدر است؟		۲
۲	اگر $A_{3 \times 2} = [ij - 2]$ و $A = [(i - j)^2 + 1]$ مقدار $a_{21} b_{12} - a_{32} b_{31}$ چند است؟		۲
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 2X - Y & 5 \\ Z & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2X + Y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ حاصل $X + Y + Z$ چند است؟		۲
۴	اگر $A^3 = I - 2A$ حاصل $(A^3 + I)^2$ چند است؟		۲
۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ درایه سطر اول و ستون دوم ماتریس $D = ABC$ چند است؟		۲
۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ترمینال ماتریس $A + A^{-1}$ چند است؟		۲
۷	اگر A ماتریس 2×2 باشد به طوری که $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های ستون اول ماتریس A چقدر است		۲

۲	وارون ماتریس ضرایب دستگاه معادلات $\begin{cases} AX + 2Y = 4 \\ CX - 5Y = 7 \end{cases}$ برابر با ۱۷ میباید آنگاه مقدار x چند است؟	۸
۲	تر مینال ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & m & 3 \end{bmatrix}$ با تر مینال وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -m & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$ برابر است . مجموع مقادیر m چند است؟	۹
۲	معادله دو خط به شکل $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$ و $\begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ y & 2a & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$ است . به ازای کدام مقدار a این دو خط بر هم عمودند	۱۰

صفحه ی ۲ از ۲

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه دو تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

نام درس: هندسه (۳)
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان: / / ۱۴۰۱
 ساعت امتحان: : : صبح / عصر
 مدت امتحان: دقیقه

نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:		محل مهر و امضاء مدیر
		نمره به عدد:	نمره به حروف:	
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	
نام:	نمره:	سؤالات		
	1	$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \alpha & -2 \\ \delta & \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$ <p>معبره برای A^{-1} $\alpha\gamma - 2\delta$ $\neq 0$</p>		
	2	$a_{21} = 2\alpha - 2\delta, \quad b_{12} = (1-2)^2 + 1 = 2, \quad b_{21} = (2-1)^2 + 1 = 2 \quad (2)$ $3a_{21}b_{12} - a_{22}b_{21} = 3\alpha\delta - 2\delta^2 - 2\delta$		
	3	$\begin{cases} 2x + y = \delta \\ 2x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \delta - 2 \end{cases}, \quad z = 2 \quad (3)$ $2x + y + z = 2 + \delta - 2 + 2 = \delta + 2$		
	4	$A^{-1} = A^{-1} - 2A^{-1} \quad (4)$ <p>دولت را در A^{-1} ضرب میکنیم</p> $(A^{-1} + I)^T, A^{-1} + 2A^{-1} + I \rightarrow (A^{-1} + I)^T, (A^{-1} + 2A^{-1}) + 2A^{-1} + I,$ $A^{-1} + I$		

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$ABC = (AB)C = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

در این دو سطح اول و دوم و سون درم ABC برابر است.

5

$$A^{-1} = \frac{1}{2-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|A \cdot A^{-1}| = 2 \cdot 2 = 4$$

6

(7) وارون ماتریس های $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ را به ترتیب از چپ و راست

در برابری داده شده مرتب می کنیم

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\left(\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \right) =$$

$$\frac{1}{14} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{14} & \frac{2}{14} \\ -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \end{bmatrix}$$

مجموع در این دو اولی سون
ماتریس A $\frac{2}{14} - \frac{1}{14} = \frac{1}{14}$

7

$$\begin{cases} ax + \varepsilon y = v \\ rx + by = \varepsilon \end{cases}$$

ماتریس
مقلوب

$$A \cdot \begin{bmatrix} a & \varepsilon \\ r & b \end{bmatrix}$$

(7)

$$A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} r & c \\ -r & r \end{bmatrix}$$

$$A \cdot \begin{bmatrix} a & \varepsilon \\ r & b \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} \cdot \frac{1}{ab-n} \begin{bmatrix} b & -\varepsilon \\ -r & a \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{ab-n} \begin{bmatrix} b & -\varepsilon \\ -r & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r & c \\ -r & r \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{-r}{ab-n} \varepsilon - r \rightarrow ab-n, 1 \rightarrow ab, a \\ \frac{-\varepsilon}{ab-n} \varepsilon + c \rightarrow c \varepsilon - \varepsilon \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1}B \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & -\varepsilon \\ -r & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \\ -r \end{bmatrix} \rightarrow x = \delta, y = -r$$

$$x + y + \varepsilon y = \delta - r - \varepsilon = -v$$

8

(9) درستی ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -m & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{m} \end{bmatrix}$ ماتریس m است پس درستی

وارونگی برابر $\frac{1}{m}$ است

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ r & m & +2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{m}} 2(-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ m & r \end{vmatrix} - 1(-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -r & m \end{vmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{m}}$$

9

$$2(3) - (m+2) \xrightarrow{\frac{1}{m}} \varepsilon - m \xrightarrow{\frac{1}{m}} \varepsilon m - m^2, 1 \rightarrow m^2 - \varepsilon m + 2$$

$$\delta = -\frac{b}{a}, r$$

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ y & 2a & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} s_0 \rightarrow x(-1)^2 \begin{vmatrix} 2a & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + y(-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 2a \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$y = -(2a+1)x - a$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} s_0 \rightarrow x(-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} + y(-1)^4 \begin{vmatrix} a & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^5 \begin{vmatrix} a & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

خط به خط بنویسید

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{a}{4} + \frac{1}{3}$$

بر هم میزنند
پس حاصل میزنند
=

$$-(2a+1)x - a = -\frac{1}{2}x + \frac{a}{4} + \frac{1}{3} \rightarrow a = -1$$

جمع بارم : ۲۰ نمره