

سئالات امتحان درس : ریاضی ۲	پایه : یازدهم متوسطه	رشته تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰
امتحانات: نوبت اول	سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	تعداد صفحات: ۲ صفحه	ساعت شروع: ۹ صبح
نام و نام خانوادگی:	دبیرستان دوره دوم متوسطه: شهید بهشتی ۱		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
شماره صندلی:	سنجش و ارزشیابی تحصیلی ناحیه ۱	نام کلاس:	تعداد سؤال: ۱۴ سؤال

بارم	متن سئالات	ردیف
------	------------	------

۱/۵	عکس قضیه تالس را بیان کرده و اثبات کنید.	۸
-----	--	---

۱/۵		۹
-----	--	---

۱/۵	در شکل زیر، سه مربع به ضلع واحد کنار هم قرار دارند. طول MA چقدر است؟	۱۰
-----	--	----

--	--

۱/۵	اگر دو تابع $f(x) = \frac{v}{x-3}$ و $g(x) = \frac{ax+b}{x^2+cx+d}$ برابر باشند، حاصل $ ad-bc $ را بدست آورید.	۱۱
-----	--	----

۱	نمودار تابع $y = \lfloor 2x \rfloor - 3 x $ را در بازه $(-1, 1)$ رسم کنید.	۱۲
---	--	----

۱/۵		۱۳
-----	--	----

۱/۵	اگر تابع $f$ به صورت زیر باشد، دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{-x^2 f(x+1)}{2x-4}}$ را بدست آورید.	۱۴
-----	---	----

۲۰	جمع بارم	موفق باشید.
----	----------	-------------



سئالات امتحان درس: ریاضی ۲	پایه: یازدهم متوسطه	رشته تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰
امتحانات: نوبت اول	سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	تعداد صفحات: ۲ صفحه	ساعت شروع: ۹ صبح
نام و نام خانوادگی:	دبیرستان دوره دوم متوسطه: شهید بهشتی ۱		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
شماره صندلی:	سنجش و ارزشیابی تحصیلی ناحیه ۱		تعداد سئوال: ۱۴ سئوال

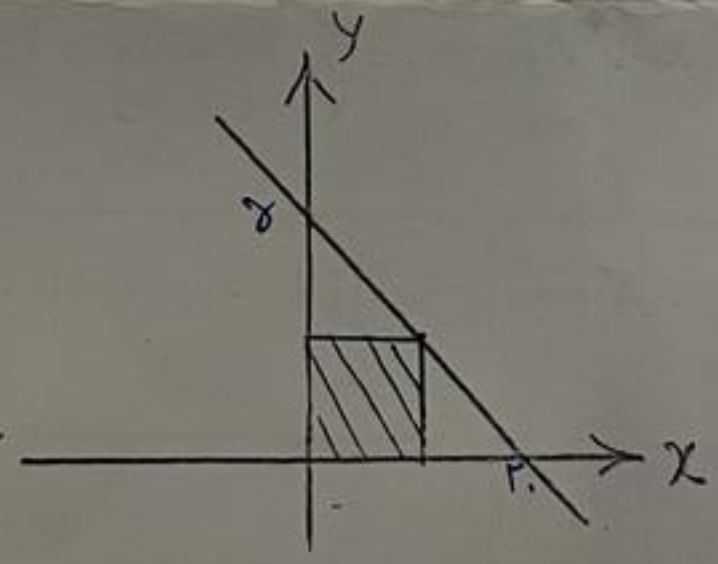
متن سئالات

۱/۵ دو خط  $3y = 4x + 11$  و  $3y - 4x + 4 = 0$  بر دایره ای مماس هستند، اگر طول مرکز این دایره ۱- باشد، فاصله دورترین نقطه دایره تا محور  $y$  ها را حساب کنید.

۱/۵ قرینه نقطه  $A(2, -1)$  نسبت به نقطه  $B(-1, 3)$  روی خط  $L$  به معادله  $ax + 2y + 2 = 0$  واقع است. طول از مبدأ خط  $L$  را حساب کنید.

۱ اگر  $x_1, x_2$  جواب های معادله  $mx^2 - 2mx + 1 + m = 0$  و  $2x_1^2 + x_1 \cdot x_2 - x_2^2 = 8$  باشد، مقدار  $m$  را بیابید.

۱ در بین مستطیل هایی که طبق شکل زیر بین خط  $x + 4y - 20 = 0$  و محورهای مختصات محصور شده است. بیشترین مساحت را حساب کنید.



۱ به ازای کدام مقدار  $m$  عدد  $\sqrt{2}$  واسطه هندسی بین دو ریشه های معادله  $mx^2 - 5x + m^2 - 3 = 0$  است؟

۳ معادله های زیر را حل کنید.

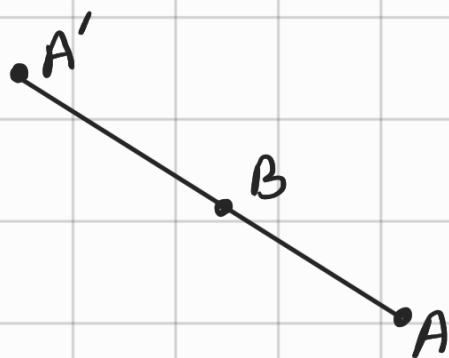
الف) 
$$\frac{1}{x^2 - 2x - 2} + \frac{2}{x^2 - 2x - 1} = \frac{6}{x^2 - 2x}$$

ب) 
$$\sqrt{\sqrt{x+3} - x} = 1 + \sqrt{1-x}$$

۱ شکل حاصل از مرکز دایره هایی در یک صفحه که بر دو خط متقاطع مماس هستند، چه خواهد بود؟ (با رسم شکل)







$$\frac{A+A'}{2} = B \rightarrow A' = 2B - A$$

$$x_{A'} = 2x_B - x_A \rightarrow x_{A'} = 2(-1) - 2 = -4 \quad A'(-4, 7)$$

$$y_{A'} = 2y_B - y_A \rightarrow y_{A'} = 2(3) - (-1) = 7$$

$$ax + 2y + 2 = 0 \xrightarrow{A'(-4, 7)} -4a + 14 + 2 = 0 \rightarrow a = 4$$

$$\xi x + 2y + 2 = 0 \xrightarrow[\text{طول از مبدأ}]{\xi} \xi x + 2 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{\xi}$$



1) اگر  $X_1, X_2$  جواب های معادله  $mX^2 - 2mX + 1 + m = 0$  و  $2X_1^2 + X_1 \cdot X_2 - X_2^2 = 1$  باشد، مقدار  $m$  را بیابید.

فرض:  $x_1 > x_2$  ؟

$\div m \rightarrow x^2 - 2x + 1 = \frac{-1}{m}$

$S = \frac{-b}{a} = 2$

$(x-1)^2 = \frac{-1}{m} \rightarrow x-1 = \pm \sqrt{\frac{-1}{m}}$

$P = \frac{1+m}{m} = 1 + \frac{1}{m}$

$x = 1 \pm \sqrt{\frac{-1}{m}}$   
 $m < 0$

$x_1 - x_2 = \sqrt{S^2 - 4P} = \sqrt{4 - 4\left(1 + \frac{1}{m}\right)} = 2\sqrt{\frac{-1}{m}}$

$2x_1^2 + x_1x_2 - x_2^2 = 1 \rightarrow x_1^2 + x_1^2 + x_1^2 - x_2^2 + 1 + \frac{1}{m} = 1$

$x_1^2 + (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + \frac{1}{m} = 1$

$x_1^2 + \left(2\sqrt{\frac{-1}{m}} \times 2\right) + \frac{1}{m} = 1 \rightarrow x_1^2 + 4\sqrt{\frac{-1}{m}} + \frac{1}{m} = 1$

$x_1 > x_2 \rightarrow x_1 = \left(1 + \sqrt{\frac{-1}{m}}\right)^2 = 1 - \frac{1}{m} + 2\sqrt{\frac{-1}{m}}$

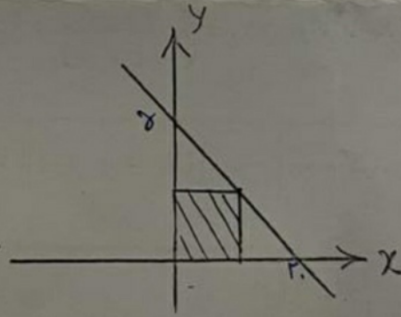
$1 - \frac{1}{m} + 2\sqrt{\frac{-1}{m}} + 4\sqrt{\frac{-1}{m}} + \frac{1}{m} = 1 \rightarrow 6\sqrt{\frac{-1}{m}} = 0$

$\sqrt{\frac{-1}{m}} \geq 1 \rightarrow m \leq -1$

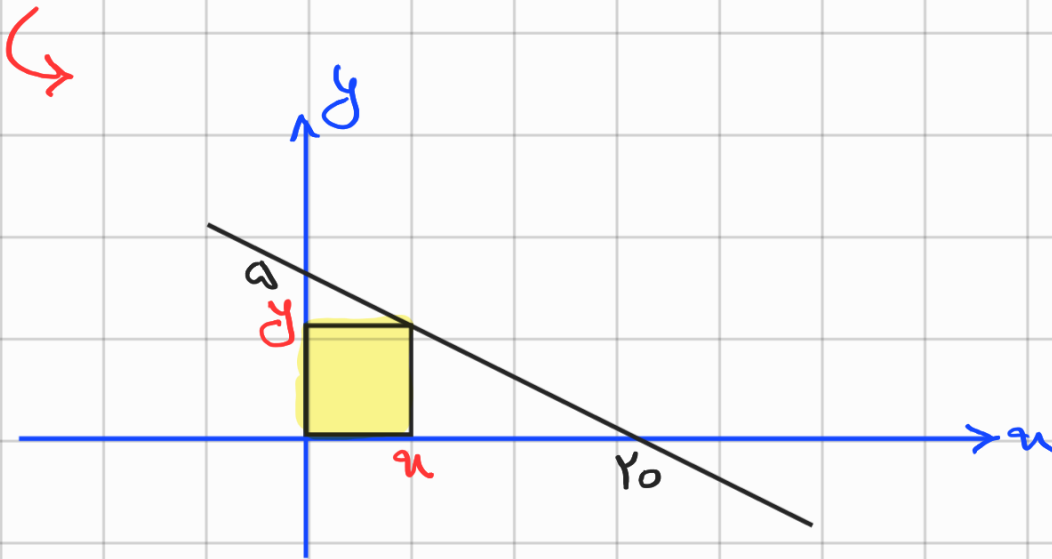
در حالت  $x_1 < x_2$  به جای تقاضای  $m \leq -1$

در بین مستطیل هایی که طبق شکل زیر بین خط  $x + 4y = 20 = 0$  و محورهای مختصات محصور شده است.

بیشترین مساحت را حساب کنید.



$$x + 4y = 20 \rightarrow y = -\frac{x}{4} + 5$$



$$\text{مساحت} = xy = x\left(-\frac{x}{4} + 5\right) = -\frac{x^2}{4} + 5x$$



$$x_{\text{max}} = -\frac{\Delta}{2a} = \frac{-25}{2(-\frac{1}{4})} = 25$$

$$\text{مساحت} = 25$$



به ازای کدام مقدار  $m$  عدد  $\sqrt{2}$  واسطه هندسی بین دو ریشه های معادله  $mx^2 - 5x + m^2 - 3 = 0$  است؟

$$\Delta = 25 - 4m(m^2 - 3) > 0$$

ریشه ها:  $x_1, x_2$

$$\sqrt{x_1 x_2} = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{m^2 - 3}{m}} = \sqrt{2} \rightarrow \frac{m^2 - 3}{m} = 2$$

$$m^2 - 2m - 3 = 0 \rightarrow (m - 3)(m + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 3 & \times \Delta < 0 \\ m = -1 & \checkmark \Delta > 0 \end{cases}$$

معادله های زیر را حل کنید.

6

الف)  $\frac{1}{x^2 - 2x - 2} + \frac{2}{x^2 - 2x - 1} = \frac{4}{x^2 - 2x}$

$$\text{الف) } x^2 - 2x - 2 = t \rightarrow \frac{1}{t} + \frac{2}{t+1} = \frac{4}{t+2}$$

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2x - 2} + \frac{2(x^2 - 2x - 2)}{x^2 - 2x - 2} = \frac{4(x^2 - 2x - 2)}{x^2 - 2x - 2}$$

$$t^2 + 3t + 2 + 2t^2 + 4t = 4t^2 + 4t$$

$$\rightarrow 3t^2 - t - 2 = 0 \rightarrow t = 1 \text{ و } -\frac{2}{3}$$

$$x^2 - 2x - 2 = 1 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = -1, 3$$

$$x^2 - 2x - 2 = -\frac{2}{3} \rightarrow x^2 - 2x - \frac{4}{3} = 0 \rightarrow \Delta = 2 + \frac{16}{3} = \frac{22}{3}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{\frac{22}{3}}}{2} = 1 \pm \sqrt{\frac{11}{3}}$$

ب)

$$\sqrt{\sqrt{x+3}-x} = 1 + \sqrt{1-x}$$

$$1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1$$

$$x+3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3$$

توان ۲  $\rightarrow \sqrt{x+3} - x = 1 + 1 - x + 2\sqrt{1-x}$

$$\sqrt{x+3} = 2 + 2\sqrt{1-x} \rightarrow x+3 = 4 + 4 - 4x + 4\sqrt{1-x}$$

$$\underbrace{\Delta x - \Delta}_{\Delta x - \Delta \geq 0} = 14\sqrt{1-x} \rightarrow 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1$$

$$\Delta x - \Delta \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

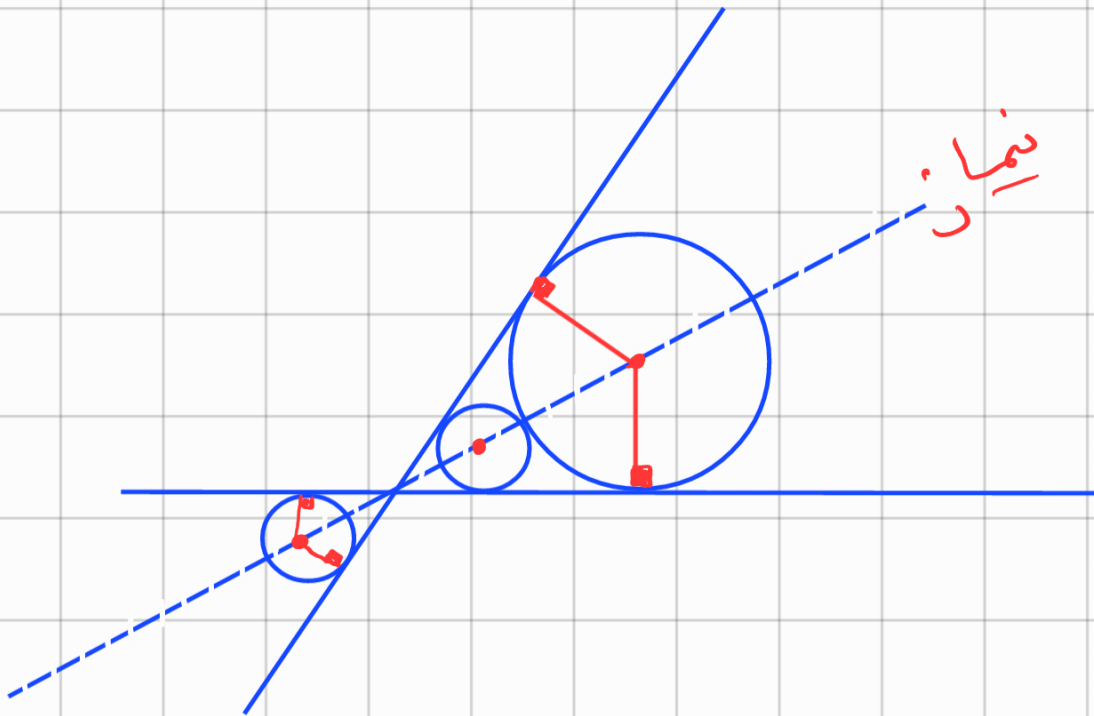
استوان

$x=1$  ← صورت در صفر

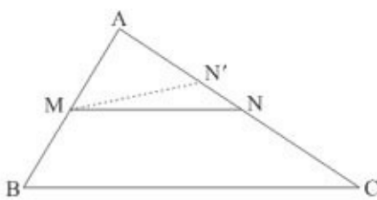
$$\sqrt{\sqrt{1+3}-1} = 1 + \sqrt{1-1} \rightarrow 1 = 1 + 0$$

پس  $x=1$  تنها جواب این صورت است.





اگر نقاط  $M$  و  $N$  به ترتیب روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  از مثلث  $\triangle ABC$  به گونه‌ای قرار داشته باشند که  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ، آنگاه  $MN \parallel BC$ .  
 اثبات به روش برهان خلف: فرض کنیم  $MN \not\parallel BC$ . پس از نقطه  $M$  پاره خط  $MN'$  را موازی  $BC$  رسم می‌کنیم.  
 باتوجه به قضیه تالس:

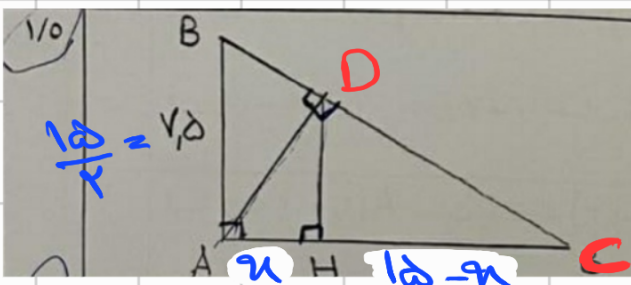


$$\left. \begin{array}{l} MN' \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC} \\ \text{فرض} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AN'}{AC} = \frac{AN}{AC}$$

در نتیجه  $AN = AN'$  و بنابراین  $N$  بر  $N'$  منطبق خواهد بود. پس  $MN'$  همان  $MN$  است که موازی  $BC$  است.

با توجه به شکل زیر مقدار X را بدست آورید.

۹



$$BC = \sqrt{15^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2}$$

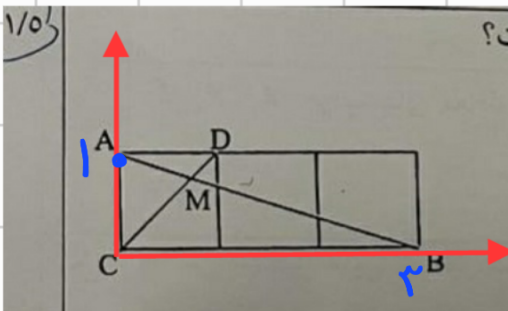
$$BC = \sqrt{15^2 \left(\frac{5}{2}\right)} = \frac{15}{2} \sqrt{5}$$

$$AD = \frac{\frac{15}{2} \times 15}{\frac{15}{2} \sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5}$$

$$AD^2 = x \times 15 \rightarrow 9 \times 5 = 15x \rightarrow x = 3$$

در شکل زیر، سه مربع به ضلع واحد کنار هم قرار دارند. طول MA چقدر است؟

۱۰



$$AB = \sqrt{10}$$

$$A(0,1), B(1,0), C(0,0), D(3,1)$$

$$m_{AB} = \frac{1-0}{0-1} = -1 \rightarrow y_{AB} = -x + 1$$

معادله این دو خط

$$m_{CD} = \frac{1-0}{1-0} = 1 \rightarrow y_{CD} = x$$

همان نقطه M است.

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = x \end{cases}$$

$$\rightarrow x = -x + 1 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2} \rightarrow M \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$MA = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$D_f = \mathbb{R} - \{r\} = D_g$$

مخرج ریشه مضاعف  $x=r$  دارد.

$$x^2+cx+d = (x-r)^2 = x^2 - 2rx + r^2$$

$$c = -2, \quad d = 9$$

$$\text{مخرج ساده: } ax+b = v(x-r) \rightarrow \begin{matrix} a=v \\ b=-r \end{matrix}$$

$$|ad-bc| = |4 \cdot 9 - 12 \cdot (-2)| = 48$$

$$-1 \leq 2x < 1 \rightarrow -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$$

$$-2 \leq 2x < -1 \rightarrow -1 \leq x < -\frac{1}{2} \rightarrow [2x] = -2$$

$$y = |-2| - 2|x| = 2 - 2(-x) = 2 + 2x$$

$x$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$y$	$1$	$2$

$$-1 \leq 2x < 0 \quad -\frac{1}{2} \leq x < 0 \quad [2x] = -1$$

$$y = |-1| + 2x = 1 + 2x$$

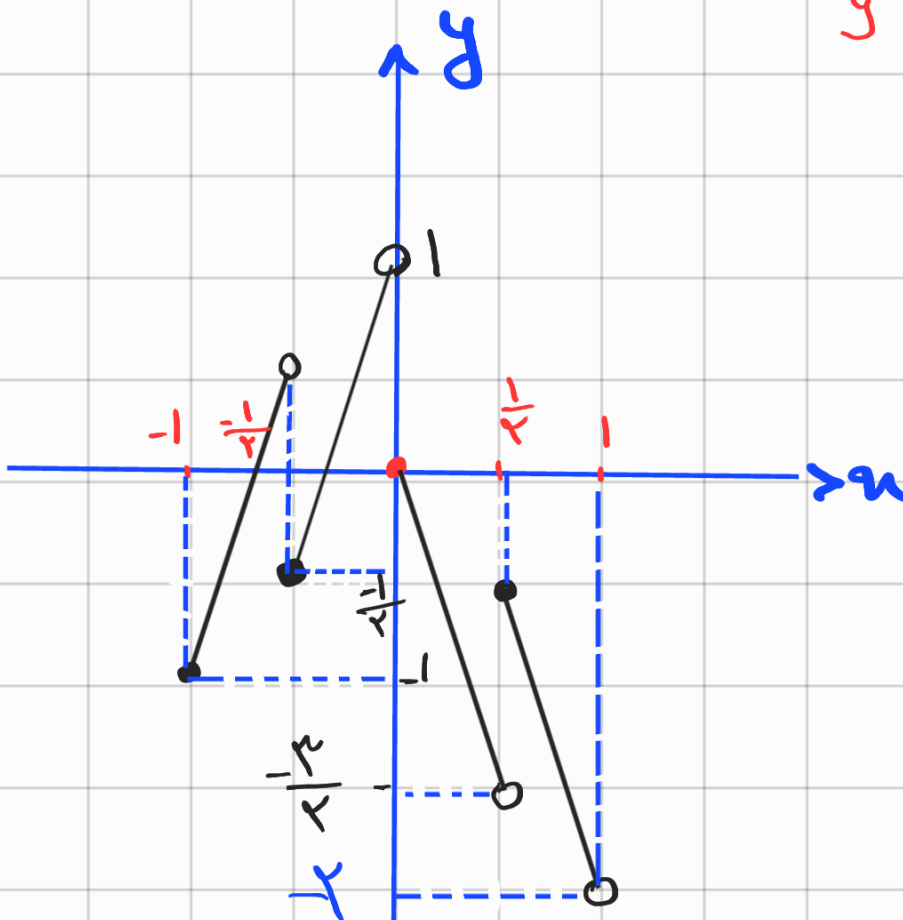
$x$	$-\frac{1}{2}$	$0$
$y$	$0$	$1$

$$0 \leq 2x < 1 \rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2} \rightarrow [2x] = 0 \rightarrow y = -2x$$

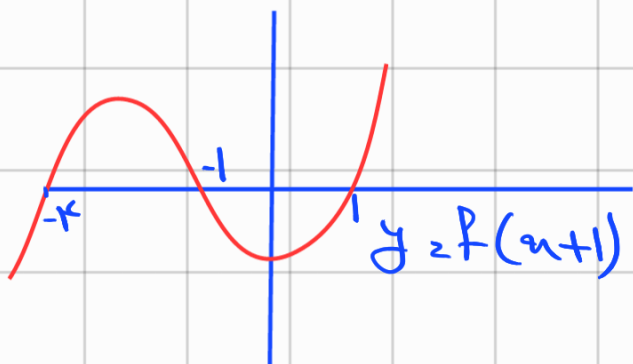
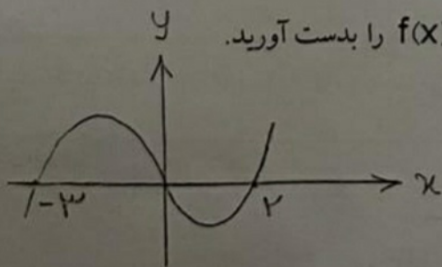
$x$	$0$	$\frac{1}{2}$
$y$	$0$	$-1$

$$1 \leq 2x < 2 \rightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1 \rightarrow [2x] = 1 \quad y = 1 - 2x$$

$x$	$\frac{1}{2}$	$1$
$y$	$0$	$-1$



اگر تابع  $f$  به صورت زیر باشد، دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{-x^2 f(x+1)}{2x-4}}$  را بدست آورید.



$$\frac{-x^2 f(x+1)}{2x-4} \geq 0$$

رشته	-2	-1	0	1	2
$-x^2$	-	-	0	-	-
$f(x+1)$	-	+	-	-	+
$2x-4$	-	-	-	-	0
$\psi$	-	+	-	-	+

$$-2 \leq x < -1 \quad \cup \quad 1 \leq x < 2$$



$$[x^2 + x] = -1 \rightarrow -1 \leq x^2 + x < 0 \rightarrow -1 < x < 0$$

$$-1 < x < 0 \rightarrow \begin{cases} 0 < x^2 < 1 \rightarrow [x^2] = 0 \\ -1 < x^3 < 0 \rightarrow [x^3] = -1 \\ 0 < x^4 < 1 \rightarrow [x^4] = 0 \end{cases}$$

$[x] = -1$

$$[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = -1 + 0 - 1 + 0 = -2$$

