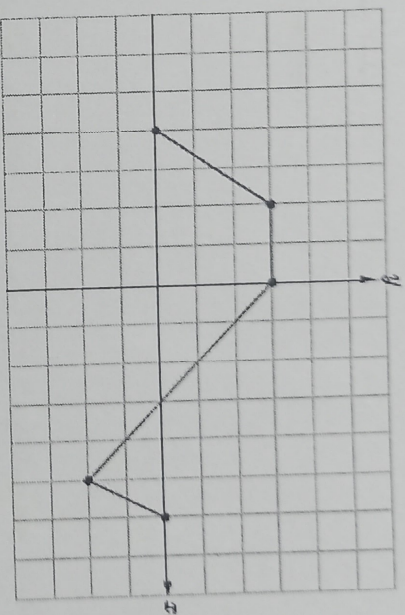




✂

محل برش ورقه.....

۱- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آنرا بیابید. (۱/۵)



$$y = f(x - x)$$

۲- قرینه نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $y$  ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف  $x$  های مثبت انتقال می‌دهیم، نمودار حاصل، نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند. (۱/۵)



محل برش ورقه.....

۳- تابع  $f(x) = (x-2)^3 + 1$  را در نظر بگیرید. (۱/۵)

الف) نمودار تابع  $f$  را به کمک نمودار تابع  $y = x^3$  رسم کنید.

ب) نشان دهید که  $f$  وارون پذیر است و نمودار  $f^{-1}$  را رسم کنید.

پ) ضابطه  $f^{-1}$  را به دست آورید.

۴- اگر توابع  $f$  و  $g$  در یک فاصله اکیداً صعودی باشند، نشان دهید که تابع  $f+g$  نیز در این فاصله اکیداً صعودی است. برای تابع  $f(x) = \frac{1}{5}$  چه می توان گفت؟ (۱/۵)

دقیقه ۱۱۰ : مدت آزمون  
۱۴۰۱/۱۰ / ۷ : تاریخ امتحان  
..... : پایه و شعبه کلاس

باسمه تعالی

دبیرستان شهید بهشتی یک ارومیه - دوره دوم (سمپاد)

شماره صندلی:

نام و نام خانوادگی :  
نام درس : حسابان دوازدهم ریاضی  
نام دبیر:

محل برش ورقه .....

۵- مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای  $ax^2 + bx + 1$  بر  $x^3 + x - 2$  بخش پذیر باشد. ①

۶- هر یک از چند جمله‌ای‌های زیر را بر حسب عامل‌های خواسته شده تجزیه کنید. ①

الف)  $x^6 - 1$  با عامل  $x - 1$

ب)  $x^6 - 1$  با عامل  $x + 1$

۷- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید. ①/۵

الف)  $y = 1 + 2 \sin vx$

ب)  $y = -\frac{2}{4} \cos^3 x + 2$



مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱ / ۱۰ / ۷  
پایه و شعبه کلاس: .....

باسمه تعالی

دیرستان شهید بهشتی یکم ارومیه - دوره دوم (سمپاد)

خانوادگی: .....

رئیس: حسابان دوازدهم ریاضی

دبیر: .....

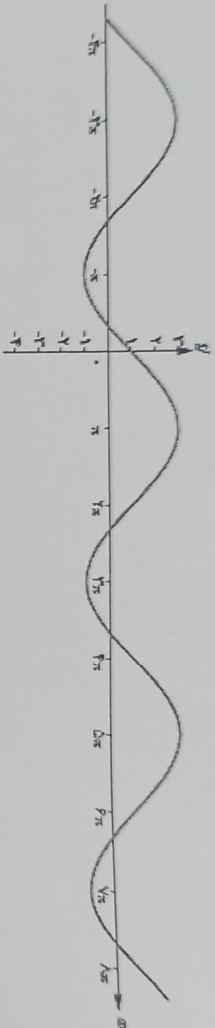
شماره صدلی: .....

✂

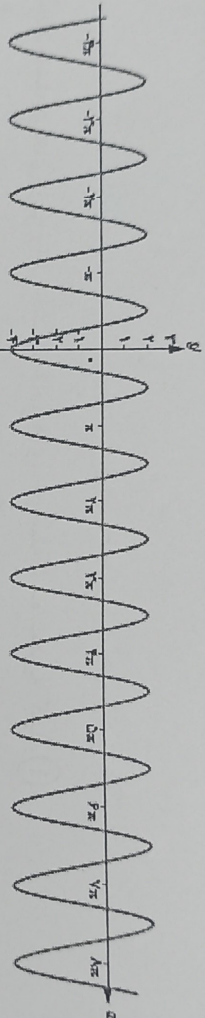
محل برش ورقه: .....

۸- ضابطه‌ی مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید. (۲)

الف)



ب)



۹- معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  به دست آورید. (۲)

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0$$

مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه	تاریخ امتحان : ۱۰ / ۷ / ۱۴۰۱	پایه و شعبه کلاس : .....
نام و نام خانوادگی : .....		نام درس : حسابان دوازدهم ریاضی
نام پدر : .....		نام دبیر : .....
نامسه تعالی		شماره صندلی : .....
تاریخ امتحان : ۱۰ / ۷ / ۱۴۰۱		شماره صندلی : .....

✂ ..... محل برش ورقه .....

۱/۵) ۱۰- نمودار تابع  $f$  را به گونای رسم کنید که همه شرایط زیر را دارا باشد:

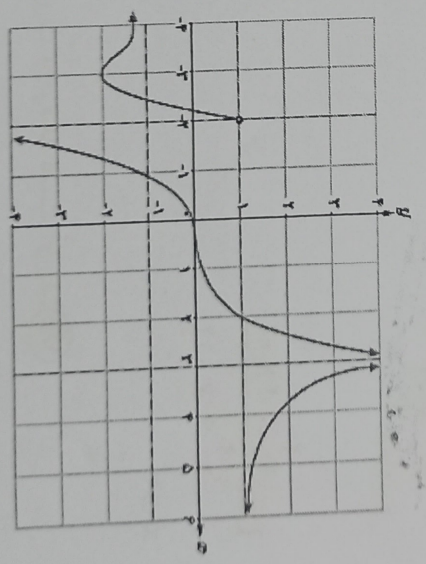
الف)  $f(1) = f(-2) = 0$

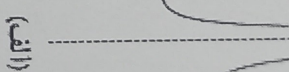
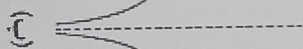
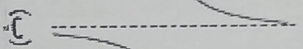
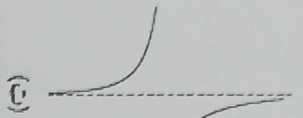
ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

پ) خط  $y = -1$  مجانب افقی آن باشد.

- الف)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$
- ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- پ)  $\lim_{x \rightarrow y^+} f(x) =$
- ت)  $\lim_{x \rightarrow y^+} f(x) =$
- ث)  $\lim_{x \rightarrow y^+} f(x) =$
- ج)  $\lim_{x \rightarrow (-y)^+} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow (-y)^-} f(x) =$

۱۱- برای تابع  $f$  که نمودار آن داده شده است موارد زیر را به دست آورید: ۱/۵)



محل برش ورقه .....  
شماره صدلی: .....۱۲- کدام شکل زیر وضعیت نمودار  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 1}$  را در همسایگی  $x = 1$  نمایش می دهد؟ (۱/۵)

۱۳- حدهای زیر را محاسبه کنید. (۱/۵)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{t^2 + 1}{t^3 - 2t^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 5}{x - 2}$$

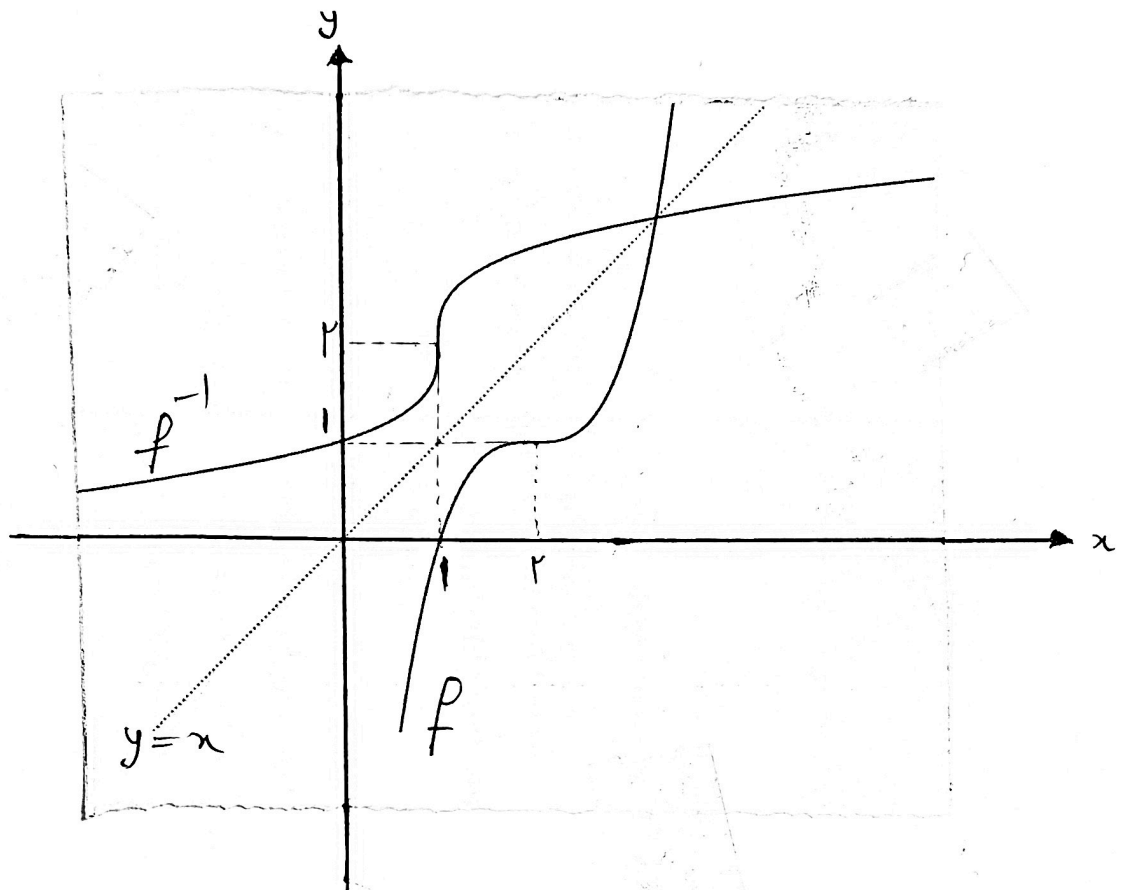
$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + x - 12}$$

$$y = \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2}$$

۱۴- مجانبهای افقی و قائم نمودارهای هریک از توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید: (۱/۵)



(۳) الف) برای رسم  $f$ ، گوییم  $y = x^3$  را  $۲$  واحد به بالا و یک واحد به راست می‌کشیم.



$$y_1 = y_2 \Rightarrow (x_1 - 2)^3 - 1 = (x_2 - 2)^3 - 1 \quad (۱)$$

$$\Rightarrow (x_1 - 2)^3 = (x_2 - 2)^3 \Rightarrow x_1 - 2 = x_2 - 2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

ف یک و پارون نیست

$$y = (x - 2)^3 - 1 \Rightarrow (x - 2)^3 = y + 1 \quad (۲)$$

$$\Rightarrow x - 2 = \sqrt[3]{y + 1} \Rightarrow x = 2 + \sqrt[3]{y + 1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt[3]{x + 1}; D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$$



$$\left. \begin{aligned} x_1 < x_2 &\Rightarrow f(x_1) < f(x_2) \\ x_1 < x_2 &\Rightarrow g(x_1) < g(x_2) \end{aligned} \right\} \text{نمی باشد}$$

در این حالت مجموع را جمع می کنیم

$$f(x_1) + g(x_1) < f(x_2) + g(x_2)$$

$$\Rightarrow (f+g)(x_1) < (f+g)(x_2)$$

در این حالت  $f+g$  صعودی است

اما برای  $f+g$  در قطعه  $x_1 < x_2$  نزولی است؛ زیرا

$$g(x_1) < g(x_2) \Rightarrow -g(x_1) > -g(x_2)$$

در این حالت مجموع را جمع می کنیم

⑤: در مقادیر  $x-2$ ،  $x+1$  برابر صورت،

$$x = -1: (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 = a - b = 0 \Rightarrow a - b = 0 \quad (1)$$

$$x = 2: (2)^3 + a(2)^2 + b(2) + 1 = 8a + 2b + 9 = 0 \Rightarrow 4a + b = -9 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = -\frac{9}{2}, b = \frac{9}{2}$$

الف)  $x^4 - 1 = (x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)$

ب)  $x^4 - 1 = (x+1)(x^3 - x^2 + x - 1)$

الف)  $y_{\max} = |2| + 1 = 3$ ,  $y_{\min} = -|2| + 1 = -1$ ,  $T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{2\pi}{4}$

ب)  $y_{\max} = \left| -\frac{3}{2} \right| + 2 = \frac{11}{2}$ ,  $y_{\min} = -\left| -\frac{3}{2} \right| + 2 = \frac{5}{2}$ ,  $T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{2\pi}{4}$

$$T = 2\pi, \quad \left. \begin{array}{l} y_{\max} = 2 \\ y_{\min} = -1 \end{array} \right\} \text{ (الف) } \textcircled{1}$$

$$y = \sin \frac{x}{p} + 2$$

من أجل أن  $y = 0$ ، فإن  $\sin \frac{x}{p} = -2$ ، وهو مستحيل.

$$T = \pi, \quad \left. \begin{array}{l} y_{\max} = 2 \\ y_{\min} = -2 \end{array} \right\} \text{ (ب) }$$

$$y = -2 \cos kx - 1$$

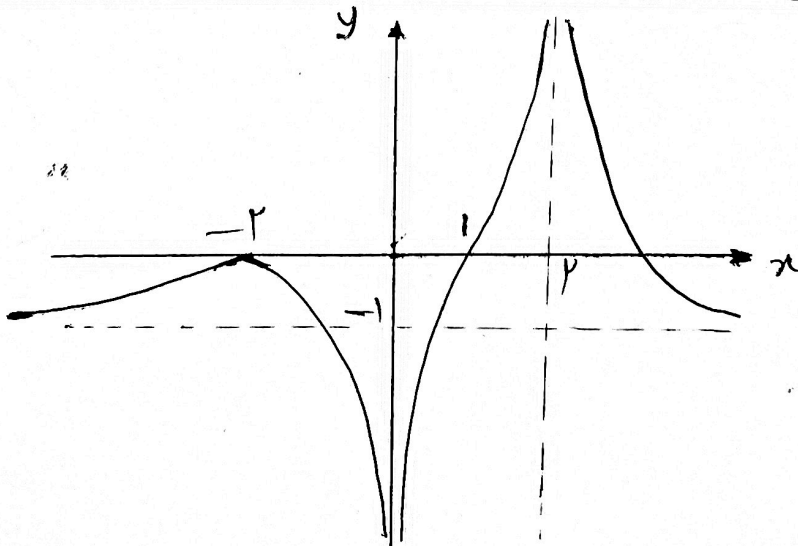
$$\cos kx = 2 \cos^2 x - 1$$

②

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 - \cos kx + 1 = 2 \cos^2 x - \cos kx = \cos kx (2 \cos^2 x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cos kx = 0 \Rightarrow x = k\alpha + \frac{\pi}{p} \\ 2 \cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = k\alpha \pm \frac{\pi}{4} \end{array} \right.$$

في  $[0, 2\pi]$ ،  $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$  هي الحلول.



⑩

(11)

- الف) +1
- ب) +∞
- ج) -∞
- د) -1
- ه) +∞
- ز) +1

(12)

$$f(x) = \frac{x}{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

لذلك (الف) و (ب) و (ج) و (د) و (ه) و (ز) غير صحيحة

(13)

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2 + 1}{t^2 - 2t + 1} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2}{t^2} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \infty}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + x - 12} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2x - 1}{(x+3)(x-4)} = \frac{1^2}{0^-} = -\infty$$

(14)

مجال الدالة :  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1+2x^2}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$

خط أفق  $y = -2$  مجال الدالة هو  $x < -1$  و  $x > 1$

مجال الدالة :  $1-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

مجال الدالة :  $x = -1$  و  $x = 1$