

نام خانوادگی:	دبیرستان نمونه دولتی شهید صیاد شیرازی	تاریخ امتحان: 1401/10/10
شماره کلاس: 101 و 102	ریاضی 1	ساعت برگزاری امتحان: 10
شماره	شماره صفحه: 3	مدت آزمون: 120 دقیقه

شماره	سوالات
1	<p>اگر <math>A = [-3, 6]</math> و <math>B = [1, +\infty)</math> و <math>C = (-\infty, 4]</math> مجموعه های زیر را به صورت بازه نمایش دهید.</p> <p>الف) <math>B \cap C \cap A</math></p> <p>ب) <math>(A - C) \cap B</math></p> <p>الف) <math>(1, 4)</math></p> <p>ب) <math>(4, 6)</math></p>
2	<p>در یک کلاس 35 نفری، 15 نفر در درس ریاضی و 11 نفر در درس شیمی ضعیف اند. اگر 15 نفر از دانش آموزان در هیچ یک از دو درس ضعیف نباشند، مشخص کنید، چند نفر آن ها در هر دو درس ضعیف هستند.</p> <p><math>n(U) = 35</math></p> <p><math>n(A) = 15</math></p> <p><math>n(B) = 11</math></p> <p><math>n(A \cup B) = 20</math></p> <p><math>n(A \cap B) = ? \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)</math></p> <p><math>\Rightarrow n(A \cup B) = 20 = 15 + 11 - n(A \cap B)</math></p> <p><math>\Rightarrow 20 = 26 - n(A \cap B)</math></p> <p><math>\Rightarrow n(A \cap B) = 6</math></p>
0.75	<p>اگر <math>U</math> مجموعه مرجع باشد، آنگاه حاصل <math>[U - (U - A)] \cup (A \cap A')</math> بدست آورید.</p> <p><math>U - (U - A) = A</math></p> <p><math>A \cap A' = \emptyset</math></p> <p><math>\Rightarrow A \cup \emptyset = A</math></p>
1	<p>اگر <math>n(A) = 20</math> و <math>n(B) = 2n(A \cap B) = 10</math> باشد. حاصل <math>n(A' \cap B)</math> را بدست آورید.</p> <p><math>n(A' \cap B) = n(B \cap A') = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 10 - 5 = 5</math></p> <p><math>n(B) = 10</math></p> <p><math>2n(A \cap B) = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 5</math></p>
5	<p>در دنباله هندسی <math>64, 32, \dots</math> کدام جمله برابر <math>16^{-1}</math> است؟</p> <p><math>a_1 = 64</math></p> <p><math>r = \frac{1}{2}</math></p> <p><math>a_n = a_1 r^{n-1}</math></p> <p><math>16^{-1} = 64 \times (\frac{1}{2})^{n-1}</math></p> <p><math>\frac{1}{16} = 2^4 \times \frac{1}{2^{n-1}}</math></p> <p><math>\frac{1}{2^4} = 2^{4-n}</math></p> <p><math>4 - n = -4</math></p> <p><math>n = 8</math></p>
0.75	<p>اگر جمله بیستم و چهارم یک دنباله حسابی <math>-260</math> و جمله هفدهم آن <math>-183</math> باشد، قدر نسبت این دنباله را بدست آورید.</p> <p><math>a_{20} = -260</math></p> <p><math>a_{17} = -183</math></p> <p><math>\Rightarrow r = \frac{a_{20} - a_{17}}{20 - 17} = \frac{-260 - (-183)}{3} = \frac{-77}{3} = -\frac{77}{3}</math></p>
1	<p>بین دو عدد <math>13</math> و <math>68</math> تعداد <math>10</math> واسطه حسابی به ترتیب از کوچک به بزرگ قرار داده ایم مجموع واسطه دوم، چهارم، هفتم، و نهم را بدست آورید.</p> <p><math>a_1 = 13</math></p> <p><math>a_{11} = 68 = a_1 + 10d \Rightarrow d = 5</math></p> <p><math>\Rightarrow a_2 + a_4 + a_7 + a_9</math></p> <p><math>28 + 38 + 52 + 62 = 180</math></p>
1.5	<p>جملات نهم، هفتم و سوم از یکی دنباله حسابی با جملات متمایز، به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند، نسبت جمله دهم به هشتم از این دنباله حسابی کدام است؟</p> <p><math>a_3, a_7, a_9</math></p> <p><math>a_3 + 2d, a_7 + 4d, a_9 + 8d</math></p> <p><math>(a_3 + 2d)^2 = (a_7 + 4d)(a_9 + 8d)</math></p> <p><math>\Rightarrow a_3^2 + 4a_3d + 4d^2 = a_7a_9 + 8a_7d + 8a_9d + 32d^2</math></p> <p><math>\Rightarrow 2a_3d = -20d^2</math></p> <p><math>\Rightarrow a_3 = -10d</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{a_1}{a_8} = \frac{a_1 + 7d}{a_1 + 7d}</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{-10d + 7d}{-10d + 7d} = \frac{-3d}{-3d} = 1</math></p>

واسطه حسابی

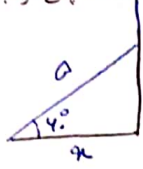
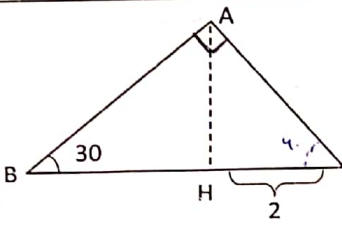
$\Rightarrow a_3^2 + 4a_3d + 4d^2 = a_7a_9 + 8a_7d + 8a_9d + 32d^2$

$\Rightarrow 2a_3d = -20d^2$

$\Rightarrow a_3 = -10d$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_8} = \frac{a_1 + 7d}{a_1 + 7d}$

$\Rightarrow \frac{-10d + 7d}{-10d + 7d} = \frac{-3d}{-3d} = 1$

0.75	<p>نردبانی به طول 5 متر به دیوار یکتیبه داده شده است. اگر زاویه راستای نردبان با سطح افقی زمین 60 درجه باشد، فاصله پای نردبان تا پای دیوار چند متر است؟</p>  $\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 2.5$	9
0.5	<p>اگر <math>\sin x \cdot \cos x &lt; 0</math> در کدام ناحیه های مثلثاتی است؟      لم یس با برداریم یکی (cos یا sin) منونی باشد که در ناحیه های ۲ و ۴ امکان دارد.</p>	10
1.5	<p>اگر <math>x</math> زاویه ای در ربع سوم مثلثاتی باشد به طوری که <math>\sin x = \frac{-2}{3}</math> آنگاه مقدار <math>\cot x + \tan x</math> را بدست آورید.</p> $\cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = +\frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\cot x = +\frac{5}{2\sqrt{5}}$ $\cot x + \tan x = \frac{9\sqrt{5}}{10}$	11
1.5	<p>معادله خطی را بنویسید که از نقطه <math>(-1, 1)</math> و با محور <math>y</math> زاویه 24 درجه میسازد. را بنویسید. (<math>\cot 24 = 2.2</math>)</p> <p>ما <math>\tan</math> را می‌خواهیم که با محور <math>x</math> ها می‌سازد زاویه داریم <math>\Rightarrow \tan 44</math> زیرا <math>24 + 24 = 48</math> و <math>44 + 24 = 68</math> ...</p> $\Rightarrow \cot 24 = \tan 44 \Rightarrow \text{شیب} = 2.2 \Rightarrow y = 2.2x + b$ <p>از نقطه <math>(-1, 1)</math> می‌گذرد: <math>1 = 2.2(-1) + b \Rightarrow b = 3.2</math></p> $\Rightarrow y = 2.2x + 3.2$	12
1.5	<p>در شکل مقابل مساحت مثلث AHC کدام است؟</p>  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{2}{AC} \Rightarrow AC = 4$ $S_{AHC} = \frac{1}{2} \sin 40^\circ \times HC \times AC = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \times 2 = 2\sqrt{3}$	13
1.5	<p>درستی اتحاد های زیر را بیان کنید.</p> $(1 + \tan x)(1 - \cot x) = \tan x - \cot x$ $1 - \cot x + \tan x - \cot x \tan x = 1 - \cot x + \tan x - 1 = \tan x - \cot x$ $\cot x + \tan x = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} \quad \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$	14
0.75	<p>مقدار زیر را محاسبه کنید.</p> $\sqrt[5]{\frac{1}{100000}} = \sqrt[5]{\frac{1}{10^5}} = \frac{\sqrt[5]{1}}{\sqrt[5]{10^5}} = \frac{1}{10}$ $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[5]{15} = 3^{\frac{1}{3}} \times 15^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{5}} \times 5^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{1}{15}} \times 5^{\frac{1}{5}}$ $\sqrt[4]{8} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[4]{2^3} \times \sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{3}{4}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{25}{12}}$	15

0.75	$(-0.1)^5 \dots \dots (-0.1)^3$ $(-10)^2 \dots \dots (-10)^3$ $(0.5)^{10} \dots \dots (0.5)^{11}$	16	در جا های زیر علامت لازم بگذارید
0.75	$5^{\frac{2}{4}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ $3^{0.25} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$ $4^{-0.75} = \frac{1}{4^{\frac{3}{4}}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^3}$	17	حاصل عبارات زیر بدست آورید.
1	$5\sqrt{2} \sqrt[2]{2} = \sqrt[5]{2 \times 2^{\frac{2}{2}}} = \sqrt[5]{2 \times 2^1} = \sqrt[5]{2^2} = 2^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{2^2} = \sqrt[5]{4}$ $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[12]{4} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$	18	به کمک توان های گویا عبارات زیر را ساده کند.
1	$(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ $(x^2-1) \times (x^2+1)$ $(x^2-1)(x^2+1) = x^4-1$	19	به کمک اتحاد ها حاصل عبارات زیر را بدست آورید.
اجازه ندهید ترس از دست دادن، بیشتر از هیجان برنده شدنتان باشد.....موفق باشید. بهادری			