باسمه تعالی

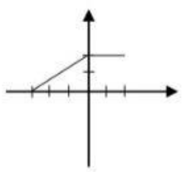
صفحه:۱

نام درس: حسابان ۲ | اداره آموزش و پرورش شهرستان رفسنجان | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۵

نام و نام خانوادگی: | نوبت: اول

نام پدر: | دبیرستان: ........فرزانگان.... | مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

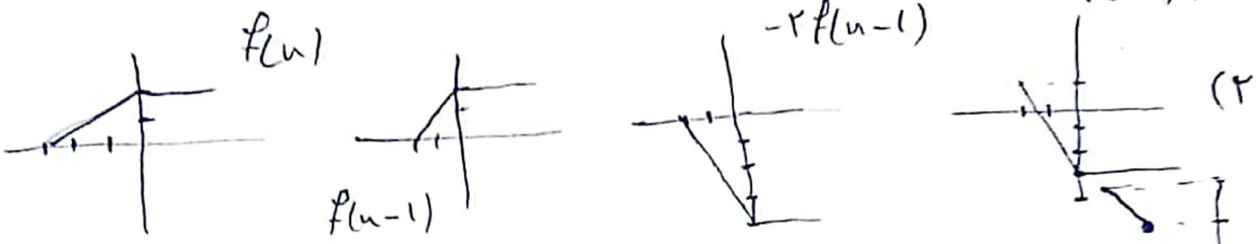
پایه: | دبیر مربوطه:

| ردیف | سوال | بارم |
|---|---|---|
| ۱ | **کدامیک از جملات زیر درست است؟**<br>الف) نمودار تابع $f(x) = \tan x$ در دامنه ی خود اکیداً صعودی است.<br>ب) دوره تناوب $\tan 3x$ برابر با $\frac{\pi}{3}$ است.<br>ج) حاصل $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{2x-1}$ برابر صفر است.<br>د) اگر برای هر x متعلق به دامنه ی $f(x)$، $x_1 < x_2$ و در نتیجه $f(x_1) < f(x_2)$ باشد تابع $f(x)$ صعودی اکید است. | ۱ |
| ۲ | **نمودار $f(x)$ مطابق شکل رو به رو است نمودار $y = -2f(x-1) + 1$ را رسم کنید.**<br> | ۲ |
| ۳ | **نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geq 0 \\ 2 & -2 < x < 0 \\ -x + 1 & x \leq -2 \end{cases}$ را رسم کنید و بگویید در چه بازه ای صعودی، نزولی و ثابت است؟** | ۲ |
| ۴ | **باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x - 1$ و $2x + 1$ به ترتیب ۸ و ۵ است باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ کدام است؟** | ۲ |
| ۵ | **دامنه ی تابع $f(x) = \tan 2x$ را بدست آورید.** | ۱ |
| ۶ | **دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x) = 2\sin \pi x - 3$ را محاسبه کنید.** | ۱/۲۵ |
| ۷ | **معادلات مثلثاتی را حل کنید.**<br>الف) $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$<br>ب) $\cos 2x - \sin x = 0$<br>ج) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 5x$ | ۳/۷۵ |
| ۸ | **حاصل حدهای زیر را بدست آورید.**<br>الف) $\lim_{x\to 1^-} \frac{3}{x^2 - 1}$<br>ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{[x] - 2}{(x-2)^2}$<br>ج) $\lim_{x\to 0^+} \frac{-1}{\sin x}$<br>د) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x(x^2 - 5)}{(2x - 1)^3}$<br>ه) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x^3 + 2}}$ | ۵ |
| ۹ | **مجانب های تابع مقابل را بدست آورید.**<br>$f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 4}$ | ۱/۵ |
| ۱۰ | **نمودار $y = x - \lvert x \rvert$ در اطراف مجانب قائمش رسم کنید.** | ۰/۵ |

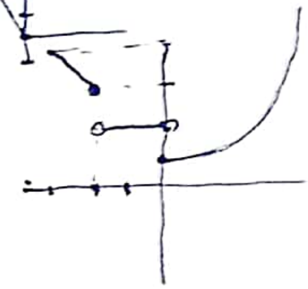
حنانه آقاجانی دارابی رتبه ۲۰۱ منطقه ۲ ریاضی ۱۴۰۰ دانشجوی معماری دانشگاه تهران   آزمون فرزانگان زمستان

۱) .

۲)




۳)



در بازه $x>0$ تابع صعودی ، در بازه $0>x>-2$ تابع ثابت و در بازه $x<-2$ تابع نزولی

۳)

$P(x)=(x-1)Q(x)+8 \qquad P(x)=(2x+1)Q'(x)+5$

$(2x+1)P(x)=(2x^2-x-1)Q(x)+16x+8 \qquad (x-1)P(x)=(2x^2-x-1)Q'(x)+5x-5$

$(3x)P(x)=(2x^2-x-1)Q''(x)+21x+3$

۴) $P(1)=ax+b=8 \qquad P(-\frac{1}{2})=ax+b=5 \qquad a+b=8,\ -\frac{1}{2}a+b=5 \qquad \frac{3}{2}a=3 \qquad a=2,\ b=6$

$P(x)=(2x^2-x-1)Q(x)+2x+6$

۵) $D_f=\{x \mid 2x\neq\frac{(2k+1)\pi}{2},\ k\in Z\}$

۶) $f(x)_{min}=-2-3=-5 \qquad f(x)_{max}=2-3=-1 \qquad T=\frac{2\pi}{|\pi|}=2$

۷)

الف) $\sin x\cos x=\frac{\sqrt{3}}{4} \qquad 2\sin x\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$2x=2k\pi+\frac{\pi}{3} \qquad x=k\pi+\frac{\pi}{6} \qquad 2x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{3} \qquad x=k\pi+\frac{\pi}{3}$

ب) $\cos 2x-\sin x=0 \qquad 2\sin^2 x+\sin x-1=0 \qquad \sin x=-1$ یا $\sin x=\frac{1}{2}$

$x=\frac{(4k-1)\pi}{2} \qquad x=2k\pi+\frac{\pi}{6} \qquad x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}$

ج) $\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = \cos 2x$

$\cos 2x = \cos 5x \qquad 2x = 2k\pi + 5x \qquad x = \frac{-2k\pi}{3} \qquad 2x = 2k\pi - 5x$

$x = \frac{2k\pi}{7}$

(۸

الف) $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{3}{x^2-1} = \frac{3}{1^- - 1} = \frac{3}{0^-} = -\infty$

ب) $\lim\limits_{x \to 2^-} \frac{\boxed{x} - 2}{(x-2)^2} = \frac{[2^-] - 2}{(2^- - 2)^2} = \frac{1-2}{(0^-)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

ج) $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{-1}{\sin x} = -\infty$

د) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x(x^2-5)}{(2x-1)^3} = +\infty$

ه) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x^3+2}} = 1$

(۹

$$f(x) = \frac{3x^2+1}{x^2-4}$$

مجانب قائم $\longrightarrow$ $x^2-4$ ره $x=2 \,,\, x=-2$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{3x^2+1}{x^2-4} = \frac{3x^2}{x^2} = 3 \longrightarrow$$ مجانب افقی

(۱۰