

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۰/۷۵	۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} -۳ & & \\ & ۲ & \\ & & ۲k - ۱ \end{bmatrix}$ ، مقدار $k$ برابر ..... است. ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل ..... است. پ) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بنا می‌شود، برابر ..... است.
۰/۷۵	۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $A_{n \times n}$ ماتریس دلخواه و $I_n$ ماتریس همانی و $A^2 - A = I$ باشد، وارون ماتریس $A$ ، برابر $(I - A)$ است. ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت $r$ که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O, 2r)$ است. پ) بردار $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.
۲	۳	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2 - j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید. ب) دترمینان ماتریس $B$ را به دست آورید. (با روش دلخواه)
۱/۲۵	۴	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.
۱/۲۵	۵	اگر $A$ ماتریسی $3 \times 3$ باشد و $ A  = -2$ ، حاصل $ 2A  +  A^{-1} ^2$ را محاسبه کنید.
۱	۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x - y & 5 \\ z & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x + y \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^2 - 2y + z$ را به دست آورید.
۱/۵	۷	نقطه‌ای $A$ و خط $d$ در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از $A$ به فاصله‌ی ۳ سانتیمتر و از $d$ به فاصله‌ی ۴ سانتیمتر باشد. (در مورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید).

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

۸	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0,1)$ بوده و با دایره $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x + y = 3$ و دایره $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{4}{5}$ است. نسبت مساحت مثلث $OB'F'$ به مساحت مثلث $OAB'$ را بیابید.	۱/۵
		
۱۱	در شکل زیر، سهمی با راس $A$ و کانون $F$ و خط هادی $d$ رسم شده است. از $F$ به نقطه دلخواه $M$ روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا $d$ را در نقطه $N$ قطع کند و از نقطه $M$ ، $MT$ را بر $d$ عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۵
		
۱۲	اگر $ \vec{a}  = 10$ و $ \vec{b}  = 2$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارای عمود بر دو بردار $\vec{a} = (3, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, 2, -1)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a} = (1, -3, 4)$ و $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{3}$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

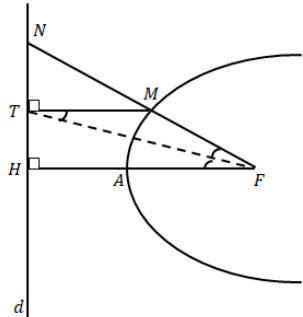
مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			

۰/۷۵	پ) یک (۰/۲۵) ص ۸۲ و ص ۸۳	ب) دو خط متقاطع (۰/۲۵) ص ۳۹	الف) $k = \frac{1}{3}$ (۰/۲۵) ص ۱۲	۱	
۰/۷۵	پ) درست (۰/۲۵) ص ۷۵	ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۹	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۲	۲	
۲	$A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2 & -1 \\ \cdot & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ <p>الف) <math>A \times B = \begin{bmatrix} \cdot &amp; \cdot &amp; \cdot \\ -5 &amp; -4 &amp; 3 \\ 4 &amp; 11 &amp; -5 \end{bmatrix} \quad (۰/۷۵)</math></p> <p>ب) <math>\begin{vmatrix} -1 &amp; 1 &amp; 2 \\ -2 &amp; -1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 2 &amp; -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 &amp; 1 \\ -2 &amp; -1 \\ 1 &amp; 2 \end{vmatrix}</math></p> $ B  = \underbrace{(-1 + 1 - 8)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{(-2 - 2 + 2)}_{(۰/۲۵)} = -6 \quad (۰/۲۵)$			ص ۲۱ و ص ۲۸	۳
۱/۲۵	$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{6-4}_{(۰/۲۵)}} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵) \quad \rightarrow \quad \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$			ص ۲۴	۴
۱/۲۵	$ 2A  +  A^{-1} ^2 = \underbrace{2^2 A }_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{1}{ A ^2}}_{(۰/۵)} = \underbrace{8(-2)}_{(۰/۲۵)} + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8} \quad (۰/۲۵)$			ص ۳۱	۵
۱	$z = -3 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \quad (۰/۵) \quad \rightarrow \quad x^2 - 2y + z = -1 \quad (۰/۲۵)$			ص ۲۰	۶

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف

۱/۵	<p>ص ۳۹ - مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی <math>A</math> به فاصله‌ی ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز <math>A</math> و شعاع ۳ سانتی‌متر است. (۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط <math>d</math> به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با <math>d</math> و در طرفین خط <math>d</math> است. (۰/۵) اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم.</p> <p>اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت. (۰/۲۵)</p> <p>اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت. (۰/۲۵)</p> <p>(بررسی تعداد حالات با رسم شکل نیز صحیح است و نمره‌ی مربوطه لحاظ گردد.)</p>	۷
۱/۵	<p>ص ۴۴</p> <p>(۰/۲۵) <math>O'(۲,۳)</math> و <math>r' = ۴</math> → <math>(x - ۲)^2 + (y - ۳)^2 = ۱۶</math></p> <p>(۰/۲۵) <math>d = OO' = \sqrt{(۰ - ۲)^2 + (۱ - ۳)^2} = \sqrt{۸}</math></p> <p>(۰/۲۵) <math> r - r'  = d</math> → <math> r - ۴  = \sqrt{۸}</math> → <math>r = ۴ \pm ۲\sqrt{۲}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۵) <math>(x - ۰)^2 + (y - ۱)^2 = (۴ \pm ۲\sqrt{۲})^2</math></p>	۸
۱/۵	<p>ص ۴۵</p> <p>روش اول:</p> <p><math>x + y = ۳ \Rightarrow y = ۳ - x</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰ \rightarrow x^2 + (۳ - x)^2 - ۲(۳ - x) - ۳ = ۰</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>۲x^2 - ۴x = ۰</math> (۰/۵)</p> <p>دلتای معادله‌ی اخیر مثبت است (۰/۲۵) بنابراین دو ریشه متمایز دارد که طول نقاط تقاطع است. پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰/۲۵)</p> <p>روش دوم:</p> <p><math>x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰ \Rightarrow O(۰,۱)</math> و <math>r = \frac{1}{2}\sqrt{۴ + ۱۲} = ۲</math> (۰/۵)</p> <p><math>OH = \frac{ ۰ + ۱ - ۳ }{\sqrt{۱ + ۱}} = \sqrt{۲} &lt; ۲</math> (۰/۵)</p> <p>پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰/۲۵)</p>	۹
ادامه در صفحه سوم		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>هندسه ۳</b>	رشته: <b>ریاضی فیزیک</b>	ساعت شروع: <b>۱۰ صبح</b>	مدت آزمون: <b>۱۳۵ دقیقه</b>
<b>پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه</b>		تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۲/۱۰/۰۹</b>	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در <b>نوبت دی</b> سال <b>۱۴۰۲</b>			
ردیف		راهنمای تصحیح	
نمره			

۱۰	ص ۴۸	<p>۱/۵</p> $\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (./25)$ $\frac{S_{\Delta OBF'}}{S_{\Delta OAB}} = \frac{\frac{1}{2} OB \times OF' \quad (./25)}{\frac{1}{2} OB \times OA \quad (./25)} = \frac{\frac{1}{2} bc \quad (./25)}{\frac{1}{2} ba \quad (./25)} = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (./25)$
۱۱	ص ۵۸	<p>۱/۵</p> <p>ص ۵۸ - بنا به تعریف سهمی <math>MT = MF</math> و لذا مثلث <math>MFT</math> متساوی الساقین است پس <math>\widehat{MTF} = \widehat{MFT} \quad (./25)</math></p> <p>از طرفی <math>FT</math> و <math>FH \parallel MT</math> خط مورب می باشد پس بنابر قضیه ی خطوط موازی و مورب <math>\widehat{MTF} = \widehat{TFH} \quad (./25)</math></p> <p>از دو رابطه ی اخیر نتیجه می شود که <math>TF</math> نیمساز زاویه ی <math>\widehat{NFH}</math> می باشد. <math>(./25)</math></p> <p>با استفاده از قضیه ی نیمساز در مثلث <math>FHN</math> داریم:</p>  $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{\sqrt{FA}} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (./25)$ <p>(برای اثبات با استفاده از قضیه تالس نیز نمره لحاظ گردد.)</p>
۱۲	ص ۸۴	<p>۱/۵</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \quad (./25) \quad \rightarrow \quad 12 = 10 \times 2 \times \cos \theta \quad \rightarrow \quad \cos \theta = \frac{3}{5} \quad (./25)$ $\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \quad (./5) \quad (\theta \text{ حاده است})$ $ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta = 2 \times 10 \times \frac{4}{5} = 16 \quad (./25)$
۱۳	ص ۸۴	<p>۱</p> $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \quad (./5)$ $\vec{a} \times \vec{b} = \underbrace{-3\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}}_{(./25)} = (-3, 5, 7)$
ادامه در صفحه چهارم		

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف

۱/۵	$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-2, 1, 2) \quad (0/5)$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} } \vec{d} = \frac{(-2-3+4)}{(-2)^2+1^2+2^2} (-2, 1, 2) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$	ص ۸۴	۱۴
۱/۵	$S = \frac{1}{2}  2\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b})  = \frac{1}{2}  2\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{a} \times \vec{b}  \quad (0/25)$ $S = \frac{1}{2}  0 + 2\vec{a} \times \vec{b}  = \frac{2}{2}  \vec{a} \times \vec{b}  = \frac{2}{2}  \vec{a}   \vec{b}   \sin\theta  = 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$	ص ۸۴	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.	