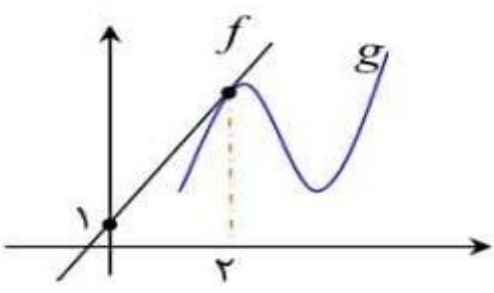


تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: ۱۰ صبح تعداد سؤالات: ۱۶ سؤال طراح سؤال: قاسمیان	به نام آنکه جان را فکرت آموخت	آزمون درس: حسابان ۲
	اداره کل آموزش و پرورش استان کهگیلویه و بویراحمد معاونت آموزش متوسطه سؤالات شبه نهایی / منطقه ----- اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	پایه: دوازدهم رشته: ریاضی نام و نام خانوادگی: ----- نام آموزشگاه: -----

تعداد صفحات: ۲ (الا بذكر الله تطمئن القلوب) - همانا با یاد خداوند دلها آرام می گیرد.

ردیف	سؤالات	صفحه: ۱	بارم	
۱	درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید: الف) تابع $f(x) = -2x^2 + 4x$ از روی بازه $(1, +\infty)$ اکیدا نزولی است. ب) اگر تابع $y = f(x)$ در $x = a$ پیوسته نباشد آنگاه $y = f(x)$ در $x = a$ مشتق پذیر نیست. ج) حد راست تابع $f(x) = \frac{ x }{[x]}$ در $x = 0$ برابر $+\infty$ است. د) $x = 1$ نقطه می نیمم نسبی تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ می باشد.		۱	
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید: الف) در نامعادله $\log_{\frac{1}{2}} 2x - 1 > 0$ حدود x برابر با است. ب) مجانب قائم و نقطه عطف تابع $y = \tan x$ در بازه $(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ به ترتیب برابر و است.		۰.۷۵	
۳	الف) نمودار $f(x) = -x^2 + 1$ در بازه $[-1, 1]$ رسم کنید ب) به کمک نمودار $f(x)$ نمودار $g(x) = f(2x-1) + 1$ را رسم و دامنه و برد آن را بدست آورید.		۱.۲۵	
۴	در چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ ، a و b را بیابید به طوری که بر $x + 2$ بخش پذیر و باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ مساوی ۴ باشد.		۱.۲۵	
۵	خط $y = 1$ نمودار تابع با ضابطه $y = \cos x + \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ در چه نقاطی قطع می کند؟		۱.۲۵	
۶	اگر نمودار زیر مربوط به تابع $y = a \sin \pi (\frac{1}{2} - bx) + c$ باشد، مقادیر a ، b و c را بیابید.			۱.۵
۷	حدود زیر را بیابید.	الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x^2] - [x]^2}{x^2 - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x}}{2x - 1}$	۱.۲۵	
۸	مجانبهای قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{2x-3}{ x -1}$ را بدست آورید.		۱.۵	

۱.۲۵	<p>در شکل مقابل تابع خطی f در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع g مماس شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = 4$ باشد مقدار $(fg)'(2) + f'(1)$ را محاسبه کنید.</p> 	۹
۱	<p>فرض کنید $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - 3x}}{x+1}$ حاصل حد زیر را بیابید.</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$	۱۰
۱.۵	<p>پیوستگی و مشتق پذیری تابع $f(x) = [x] \sin x$ را در $x = 0$، بررسی کنید.</p>	۱۱
۱.۵	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = \sin^2(\tan \frac{1}{x})$</p> <p>ب) $g(x) = \sqrt{\frac{\sqrt{x} - 2x}{\sqrt[3]{x} + x}}$</p>	۱۲
۱	<p>۱- در تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{x} - \frac{2}{x}$ آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 1$ و آهنگ تغییر متوسط در بازه‌ی $[1, 4]$ را به دست آورید.</p>	۱۳
۱	<p>۲- اگر $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ و $(f \circ g)'(1) = 3$ باشد. $f'(2)$ را بیابید.</p>	۱۴
۲	<p>جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.</p>	۱۵
۱	<p>تابع $f(x) = ax^3 + bx^2$ مفروض است ضرایب a و b تعیین کنید به طوری که نقطه‌ی عطف $A(1, 2)$ تابع باشد.</p>	۱۶

پیروز و سربلند باشید.

مصدر رضا الیزدی / کرمان

توجه: اگر وقت کم دارید

سئوالات \star را حل کنید

هم سئوالات مفید و هم سخت اثر

و باقی سئوالات آسان است

\rightarrow سطح امتحان: متوسط رو به آسان

سؤال

الف) $f'(x) = -4x + 4 \leftarrow$ درست

ب) صحیح

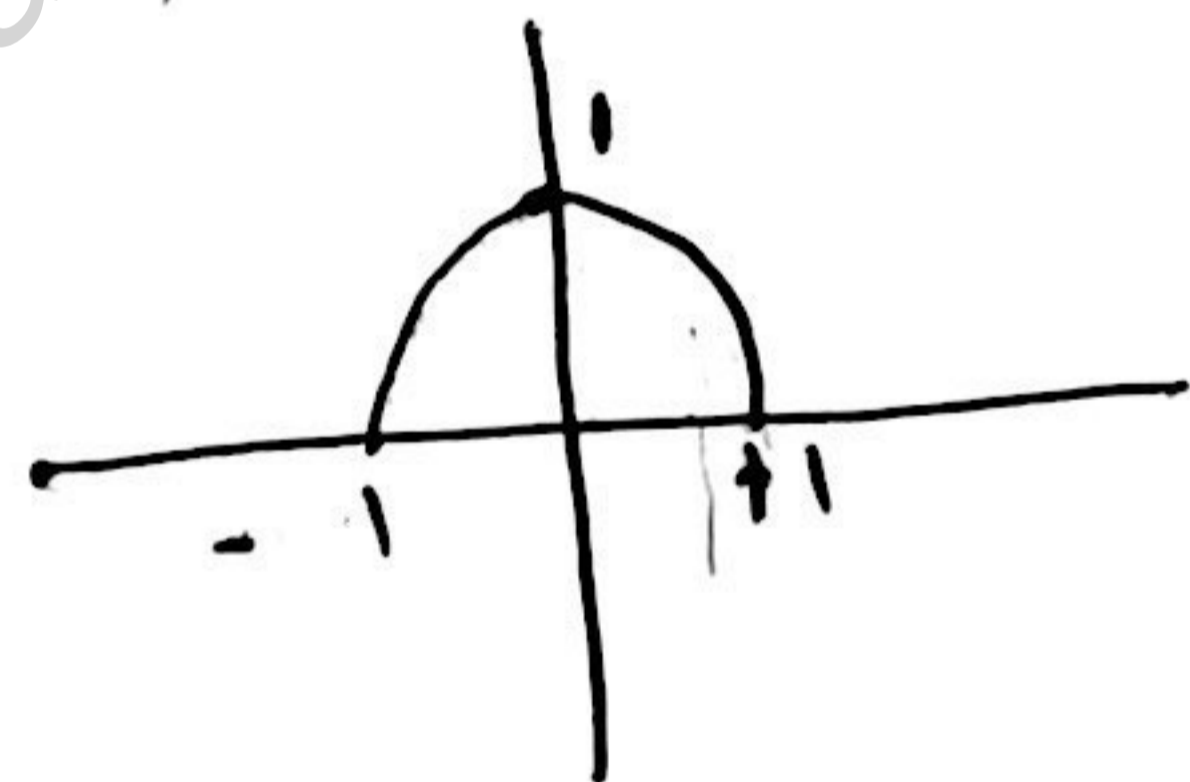
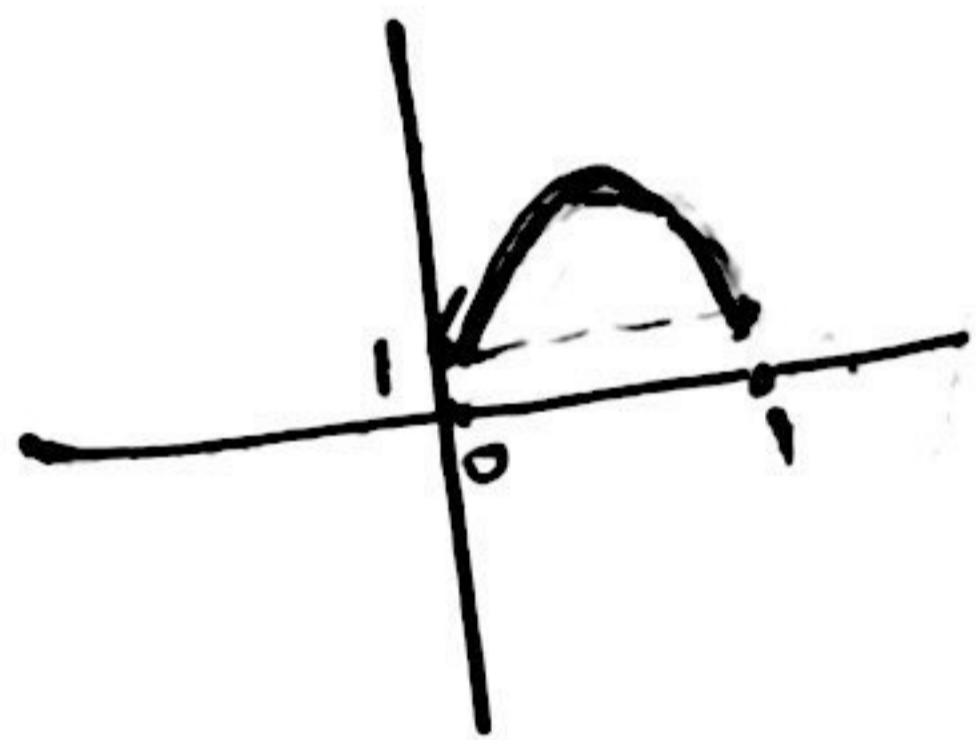
ج) زیرا تعریف نشده است؛ غلط

د) غلط زیرا عدد در این نقطه بی نهایت است

سؤال ۱: الف $x > \frac{1}{4}$

ب) $-\frac{\pi}{2}$

سؤال ۲: الف



$$\left. \begin{array}{l} x = -2 \rightarrow -8 + 4a - 2 + b = 0 \\ x = 1 \rightarrow 1 + a + 1 + b = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{array}$$

سؤال ۳: \star

سؤال ۴: در صورت معلوم \leftarrow یا $\sin = 1$ یا $\sin = 0$ و غیره

$x = \frac{\pi}{2}, 0, \pi$

\star

$$h=0 \rightarrow y = a \sin \frac{\pi}{r} + c \rightarrow y = a + c \quad \left. \begin{array}{l} a = 4 \\ b = \pi \\ c = -2 \end{array} \right\}$$

$$h=2 \rightarrow -4 = a \sin \pi \left(\frac{1}{r} - 2b \right) + c$$

سوال 4
.

الف) $\frac{2-1}{0} = -\infty$

سوال 7

☆

ب) $= \frac{191}{29} \rightarrow \frac{-9}{29} = -\frac{1}{2}$

$\lim_{h \rightarrow \infty} f(h) = \frac{29}{191} \rightarrow +2$

مجاذب افقی

سوال 1

$h = \frac{1}{2} \rightarrow$ مجاذب قائم

$f'(x) y(x) + y'(x) f(x) + f'(1)$ $\left\{ \begin{array}{l} f'(2) = \frac{2}{7} \\ y(2) = 4 \\ y'(2) = \frac{2}{7} \\ f(2) = 4 \end{array} \right.$ سوال 9

$= \frac{2}{7} \times 4 + \frac{2}{7} \times 4 + \frac{2}{7} = 1/5$ ☆

$\lim_{h \rightarrow 1} f(h) \frac{\sqrt{h}}{2} =$ نقطه بی‌مصلحت $\leftarrow \lim_{h \rightarrow 1} f(h)$
تعریف نقطه بی‌مصلحت

سوال 12 همان

الف) $= \frac{1}{2 \sqrt{\sqrt{h} - 2h}} \times \frac{(\frac{1}{\sqrt{h}} - 2)(\sqrt{h} + 2h) - (\frac{1}{\sqrt{2}} + 1)(\sqrt{h} - 2h)}{(\sqrt{h} + 2h)^2}$ سوال 13 ☆

ب) $= 2 \sin(\tan \frac{1}{h}) \cos(\tan \frac{1}{h}) \times (1 + \tan^2 \frac{1}{h}) \times (-\frac{1}{h^2})$

سوال ۱۳: $y'(1) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{3\sqrt{2}} = 2/3 \rightarrow$ کظای

$\frac{-1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{1}{4} \rightarrow$ کظای

* $f'(y(x)) + y'(x) \xrightarrow{x=1} f'(2) + \frac{2x^2 - (x^2+1)}{x^2}$; سوال ۱۴

$\rightarrow f'(2) + 0 = 2 \rightarrow f'(2) = 2$

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases}$$

سوال ۱۴



تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: ۱۰ صبح تعداد سؤالات: ۱۶ سؤال طراح سؤال: قاسمیان	به نام آنکه جان را فکرت آموخت	کلید آزمون درس: حسابان ۲ پایه: دوازدهم رشته: ریاضی
	اداره کل آموزش و پرورش استان کهگیلویه و بویراحمد معاونت آموزش متوسطه کلید سؤالات شبه نهایی / منطقه ----- اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	نام و نام خانوادگی: ----- نام آموزشگاه: -----

تعداد صفحات: ۴ ((الابدکر الله مطمئن القلوب)) - همانا با یاد خداوند دلها آرام می گیرد.

ردیف راهنمای تصحیح حسابان ۲ صفحه: ۱ بارم

۱		الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست	۱
---	--	--	---

۰.۷۵		الف) $(-\infty, 1)$ ب) $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = 0$	۲
------	--	---	---

۱.۲۵

$f(x) = -x^2 + 1$
 $g(x) = f(x-1) + 1$
 $D_g = [0, 1]$ و $R_g = [1, 2]$

به هر دو خط رسم شده باشد درست در نظر گرفته شود

۱.۲۵

$x+2=0 \Rightarrow x=-2, R=P(-2)=0 \Rightarrow -1+4a-2+b=0$
 $\Rightarrow 4a+b=1$

$x-1=0 \Rightarrow x=1, R=P(1)=4$
 $1+a+1+b=4 \Rightarrow a+b=2$

$\begin{cases} -a-b=-2 \\ 4a+b=1 \end{cases} \Rightarrow$

$3a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{3}+b=2 \Rightarrow b=\frac{5}{3}$

$$\sin x + \cos x = 1$$

$$\sin x = 1 - \cos x$$

$$\sin^2 x = (1 - \cos x)^2$$

$$\sin^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.

استفاده از رابطه $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$1 - \cos^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$$

$$2\cos^2 x - 2\cos x = 0$$

$$2\cos x(\cos x - 1) = 0 \Rightarrow 2\cos x = 0 \text{ یا } \cos x - 1 = 0$$

$$2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0, 2\pi$$

$$y = a \sin \pi \left(\frac{1}{2} - bx \right) + c \longrightarrow y = a \sin \left(\frac{\pi}{2} - b\pi x \right) + c \longrightarrow y = a \cos(b\pi x) + c$$

$$\text{I) } \frac{1}{2}T = 2 \longrightarrow T = 4 \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow 4 = \frac{2\pi}{|b\pi|} \longrightarrow |b| = \frac{1}{2} \longrightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\text{II) } \max - \min = 2|a| \longrightarrow 2 - (-6) = 2|a| \longrightarrow |a| = 4 \longrightarrow a = 4$$

$$\text{III) } \max = |a| + c \longrightarrow 2 = 4 + c \longrightarrow c = -2$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x^2] - [x]^2}{x^2 - 4} = \frac{2}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [x^2] - [x]^2 = 3 - 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 - 4 = 0^- \quad \text{نقطه/صفر}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x}}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x} = -\frac{1}{2}$$

د/ص

$$|x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 3}{|x| - 1} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{جانب‌های قائم}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 3}{|x| - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{|x| - 1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{|x| - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{-x - 1} = -2$$

$$\text{جانب افق } \begin{cases} y = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\text{شیب خط مماس} = m = g'(r) = \lim_{x \rightarrow r} \frac{g(x) - g(r)}{x - r} = 4$$

$$y - 1 = 4(x - 0) \Rightarrow y = 4x + 1 \quad \text{معادله خط مماس}$$

$$f(x) = 4x + 1 \Rightarrow g(r) = f(r) = 9$$

$$f'(r) = g'(r) = 4, f'(1) = 4$$

$$(fg)'(r) + f'(1) = f'(r)g(r) + f(r)g'(r) + f'(1) = 4 \times 9 + 9 \times 4 + 4 = 76$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1) \quad f'(x) = \frac{\frac{4x-3}{2\sqrt{2x^2-3x}}(x+1) - (\sqrt{2x^2-3x})}{(x+1)^2}$$

$f'(1)$ وجود ندارد
 زیرا رادیکال به از $x=1$ منفی می شود
 به روش های دیگر نشان داده شود وجود ندارد درست در نظر گرفته شود

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] \sin x = 0 \times 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] \sin x = -1 \times 0 = 0$$

$$f(0) = 0$$

تابع در $x=0$ پیوسته است

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x] \sin x - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] \times 1 = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x] \sin x - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] \times 1 = -1$$

تابع در $x=0$ مشتق پذیر نیست

$$f(x) = -\frac{2}{x^2} (1 + \tan^2 \frac{1}{x}) \cos(\tan \frac{1}{x}) \sin(\tan \frac{1}{x})$$

۵/۷۵

$$g'(x) = \frac{(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2)(\sqrt{x} + x) - (\frac{1}{\sqrt{x}} + 1)(\sqrt{x} - 2x)}{(\sqrt{x} + x)^2}$$

۵/۷۵

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2} \quad x=1 \text{ آهنگ تغییر لحظه‌ای در } = g'(1) = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

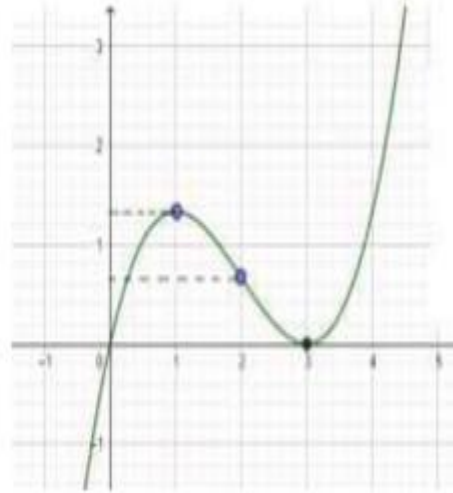
$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{g(4) - g(1)}{4 - 1} = \frac{(\sqrt{4} - \frac{2}{4}) - (\sqrt{1} - \frac{2}{1})}{3} = \frac{\frac{3}{2} + 1}{3} = \frac{5}{6}$$

$(f \circ g)'(1) = g'(1) f'(g(1)) = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \Rightarrow$ غیر ممکن
 را $f'(2)$ بدست نمی آید و تعریف نمی شود

$$g(1) = \frac{1^2 + 1}{1} = 2 \quad g'(x) = \frac{2x(x) - (x^2 + 1)}{x^2} \Rightarrow g'(1) = 0$$

$$f'(x) = x^2 - 4x + 3 \quad (0/25) \quad f''(x) = 2x - 4$$

x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$
$f'(x)$	+	۰	-	-	+
$f''(x)$	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	\searrow	\searrow	\nearrow
		Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی	



$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

$$f''(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -3a \\ a - 3a = 2 \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow a + b = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = -3a \\ a - 3a = 2 \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$