

## باسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت: صبح	پایه: دوازدهم	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱ /	تعداد صفحه: ۲ صفحه	نام و نام خانوادگی:
طراح سوال: فاطمه جلال کمالی - دبیر ریاضی متوسطه دوم ناحیه یک زاهدان			<b>پاسخ سؤالات را در پاسخنامه وارد کنید</b>

نمره	سؤالات	ردیف
۱	ثابت کنید اگر $k$ حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.	۱
۱	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. (الف) گرافی را که تنها از یک ..... تشکیل شده باشد با $P_n$ نمایش می‌دهیم. (ب) گراف ۳-منتظم مرتبه ۶ دارای ..... یال است. (پ) اگر $\Delta = \delta$ باشد، گراف ..... نامیده می‌شود. (ت) حداقل ..... تا عدد طبیعی باید داشته باشیم تا مطمئن باشیم، جمع دوتا از آنهاحتما زوج می‌شود.	۲
۱/۲۵	اگر باقیمانده تقسیم عدد $a$ بر ۷ برابر ۶ باشد، در این صورت باقیمانده تقسیم $2a + 3$ بر ۱۴ را بیابید.	۳
۱/۲۵	اگر در یک سال ۶ مرداد ماه پنجشنبه باشد، ۱۹ بهمن ماه همان سال چه روزی است.	۴
۱/۵	به چند طریق می‌توان یک کیسه ۹۲ کیلویی را با وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد.	۵
۱/۵	 <p>در گراف زیر موارد خواسته شده را بنویسید.                      (الف) <math>N_G[C]</math>.                      (ب) یک دور به طول ۵ بنویسید.                      (پ) اندازه گراف <math>\bar{G}</math> را تعیین کنید.</p>	۶
۱/۵	(الف) گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گری آن $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ نباشد. (ب) گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گری آن $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ باشد.	۷
۱/۵	 <p>با توجه به گراف زیر،                      (الف) با نوشتن راه حل عدد احاطه‌گری گراف را بیابید.                      (ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال معرفی کنید که احاطه‌گر مینیموم نباشد.</p>	۸
۱/۵	با اضافه کردن ۳۰ یال به گراف ۶-منتظم، گراف کامل درست می‌شود، مرتبه این گراف را بدست آورید.	۹
۱	می‌خواهیم ۵ کلاس یازدهمی و ۷ کلاس دوازدهمی، کنار هم قرار دهیم بطوریکه کلاس یازدهمی‌ها کنار هم باشند. به چند روش انجام این کار امکان‌پذیر است.	۱۰
۱	چند جایگشت با ارقام ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ داریم که ارقام زوج و فرد، یکی در میان باشند.	۱۱
۱	با حروف کلمه «انتخابات» چند کلمه ۸ حرفی می‌توان ساخت.	۱۲
۱/۲۵	معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 13$ که در آن $x_5 = 4$ ، $x_3 > 3$ چند جواب صحیح نامنفی دارد.	۱۳

۱/۲۵	تاثیر ۳ کودِ نوع اول (باشماره‌های ۱ تا ۳) و ۳ کودِ نوع دوم (باشماره‌های ۱ تا ۳) قرار است در سه ماه مختلف روی محصول سه زمین مختلف بررسی شود. برنامه‌ای برای استفاده کودها ارائه دهید تا ترکیب هر دو نوع کود دقیقاً یکبار مورد آزمایش قرار گیرد بعلاوه آنکه هر نوع کود در هر زمین و در هر ماه دقیقاً یکبار استفاده شود.	۱۴
۱/۲۵	چند عدد طبیعی مانند $n$ که $۱ \leq n \leq ۴۰۰$ وجود دارد، بطوریکه بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۳ و ۵ بخش پذیر نباشد.	۱۵
۱/۲۵	درون یک مربع به ضلع واحد، ۱۰ نقطه انتخاب می‌کنیم. ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این ۱۰ نقطه کمتر از $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ است.	۱۶
۲۰	جمع نمره	پیروز و سربلند باشید

www-kanoon-ir

۱- اگر  $k = a(a+1) = a^2 + a$  و  $k(a^2 + a) + 1 = ka^2 + ka + 1 = (2a+1)^2$  مربع کامل است

(ب)  $\frac{2 \times 4}{2} = 4$

۳(۵)

۲- الف) مسیر نرایی

ب) منظم

۳-

$a = 7q + 9 \rightarrow 2a = 14q + 18 \rightarrow 2a + 3 = 14q + 21 = 14q + 1$

بقی صافه کن بر ۱۴ برابرید است

۴- ۲۵ روز از مرداد ۳۱ روز شهریور ۳۰ روز مهر ۳۰ روز آبان ۳۰ روز آذر و ۳۰ روز دی و ۱۹ روز بهمن حاصله این دو تاریخ است

$25 + 31 + 30 + 30 + 30 + 30 + 19 \stackrel{v}{=} 9$

۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

عدد ۶ متناظرا با ۶ قرار میگیرد است.

۵- اگر تعداد روزهای ۳۰ و ۳۱ میلادی را به ترتیب  $n$  و  $y$  در نظر بگیریم تعداد جواب های ناممکن  $3n + 5y = 92$  جواب مسئله

$3n + 5y = 92$   $5y \stackrel{v}{=} 92$   $2y \stackrel{v}{=} 2$   $y \stackrel{v}{=} 1 \rightarrow y = 2k + 1$

$3n + 5(2k+1) = 92 \rightarrow n = -5k + 29$

$k=0 \left\{ \begin{array}{l} y=1 \\ n=29 \end{array} \right.$

$k=1 \left\{ \begin{array}{l} y=2 \\ n=24 \end{array} \right.$

$k=2 \left\{ \begin{array}{l} y=3 \\ n=19 \end{array} \right.$

$k=3 \left\{ \begin{array}{l} y=4 \\ n=14 \end{array} \right.$

$k=4 \left\{ \begin{array}{l} y=5 \\ n=9 \end{array} \right.$

$k=5 \left\{ \begin{array}{l} y=6 \\ n=4 \end{array} \right.$

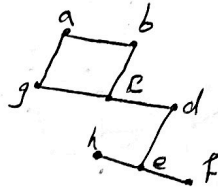
بازی ( ۵ و ۶ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ ) برای موزون جواب ها ناممکن هستند.

۶- این مجموعه‌ها در این مجموعه  $\{a, b, c, d, e, f, g\}$  قرار می‌دهند  $\mathcal{P}(C) = \{C\}$

(ب)  $\{c, d, e, f, g\}$  یا  $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

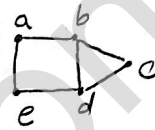
(ب) تعداد یال‌های گراف ۸ است. تعداد یال‌های یک گراف کامل  $n$  راسی برابر  $\frac{n \times (n-1)}{2}$  است بنابراین اندازه گراف  $n$  برابر  $13 = 8 - 1$  است

۷- این گراف  $\mathcal{P}(C)$  در این گراف  $\left[ \frac{n}{\Delta+1} \right]$  برابر  $\left[ \frac{1}{6} \right] = 0$  است اما برای احاطه این گراف حداقل ۳ راس لازم است.



(ب) ۷- این

۸- این گراف  $\mathcal{P}(C)$  در این گراف  $\left[ \frac{n}{\Delta+1} \right]$  برابر  $\left[ \frac{5}{4} \right] = 1$  است و با دو راس  $\{a, c\}$  می‌توان احاطه آن کرد بنابراین عدد احاطه برای این گراف ۲ است.



(ب)

۱- این گراف در این گراف  $n=10$  و  $\left[ \frac{10}{4} \right] = 2$  است بنابراین ۵ است و عدد احاطه برای ۳ یا بزرگ‌تر از آن است و چون مجموعه‌ای مانند  $\{a, b, c, d, e, f, g\}$  وجود دارد که به کمک گراف  $\mathcal{P}(C)$  را احاطه می‌کند و ۳ عنصری است عدد احاطه برای این گراف ۳ است.

(ب)  $\{a, c, d, e, f, g\}$  هر مجموعه احاطه برای آن تعداد عنصرها ۳ یا بزرگ‌تر باشد و با حذف هر یک از اینها دیگر احاطه نمی‌شود جواب است

۴-

تعداد یال‌های گراف  $\mathcal{P}(C)$  مستطلم  $\frac{9P}{2} = 3P$

تعداد یال‌های گراف کامل  $\frac{P(P-1)}{2} = 3P + 30$

$P^2 - P = 9P + 60$

$P^2 - 10P - 60 = 0$

مجموعه این گراف  $12 \rightarrow P$   
 $5 \rightarrow P$

۱۰-

۱۰ یا ۵

$11 \times 5!$

تعداد کل حالت‌های جا به جایی ۱۱ است که برای ۱۰ یا ۵ حالت وجود دارد بنابراین  $\leftarrow$

ف ز ف ز ف ز ف

ع! x ۳!  
 ↓  
 حالات جابه جایی اعداد فرد ← حالات جابه جایی اعداد زوج

- ۱۱

۱۲ - حروف تکراری ← ۳ حرف ت (۲!) ، ۳ حرف الف (۳!)

۱! ← حالات

$$\frac{1!}{2! \times 3!}$$

- ۱۳

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 = 13 \quad n_5 = 4 \quad n_3 = n'_3 + 4$$

$$n_1 + n_2 + n'_3 + 4 + n_4 + 4 + n_6 = 13$$

$$n_1 + n_2 + n'_3 + n_4 + n_6 = 5$$

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \times 5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2} = 126$$

۱۴ - دو مربع لاتین متعامد ۳x۳ جواب است

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

⇓

۱۲	۳۱	۲۳
۲۳	۳۲	۱۱
۳۱	۱۳	۲۲

۱۵ -  $|A \cup B \cup C| = |S| - |A \cup B \cup C| = |S| - |A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C|$

A → اعداد زوج بیشترند

B → اعداد بیشتن بزرگترند

C → اعداد بیشتن بزرگترند

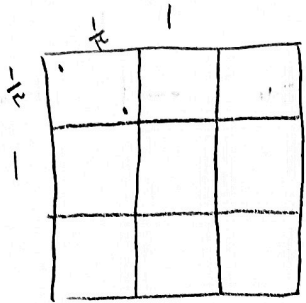
$|S| = 200$      $|A| = \left[ \frac{200}{2} \right] = 100$      $|B| = \left[ \frac{200}{3} \right] = 133$

$|C| = \left[ \frac{200}{5} \right] = 40$      $|A \cap B| = \left[ \frac{200}{6} \right] = 33$      $|A \cap C| = \left[ \frac{200}{10} \right] = 20$

$|B \cap C| = \left[ \frac{200}{15} \right] = 13$      $|A \cap B \cap C| = \left[ \frac{200}{30} \right] = 6$

$$|A \cup B \cup C| = 200 - (100 + 133 + 40 - 33 - 20 - 13 + 6) = 109$$

۱۶- اگر مربع را به ۹ مربع کوچک تقسیم کنیم حد اقل ۲ نقطه در یک مربع قرار می‌گیرد فاصله این دو نقطه از نقطه مربع کم‌تر است چون اضلاع مربع‌های کوچک  $\frac{1}{3}$  است پس فاصله آنها  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  خواهد بود بنابراین ۲ نقطه وجود دارد که فاصله آنها کم‌تر از  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  است.



سوال ۱۶