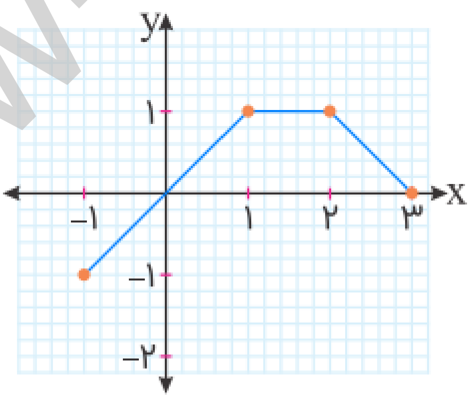
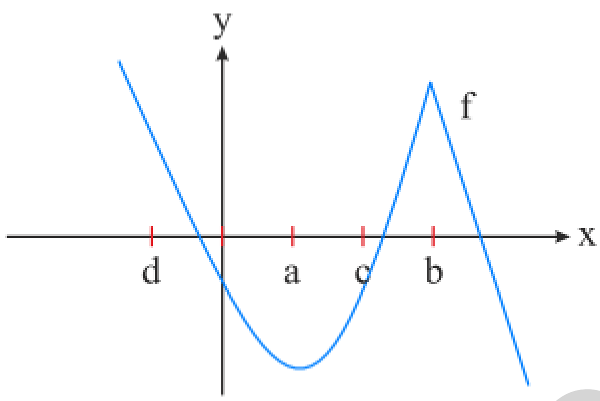
| تاریخ امتحان: 1401/ / | باسمه تعالی | نام و نام خانوادگی |
|---|---|---|
| تعداد صفحات: 2 صفحه | ادارهٔ کل آموزش و پرورش استان گیلان | ....................... |
| مدت امتحان: 100 دقیقه | نوبت: بعد از ظهر — سؤالات امتحان پنجره ارتقاء درس حسابان 2 | نام آموزشگاه: |
| ساعت شروع: | دانش آموزان/ داوطلبان آزاد دورهٔ دوم متوسطه پایه دوازدهم | رشته : ریاضی و فیزیک |

| ردیف | سوالات | نمره |
|---|---|---|
| 1 | جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.<br>الف) مینیمم تابع $f(x)=3\sin(x)+4$ برابر ........ است.<br>ب) تابع $f(x)=x^2-2x$ دارای نقطه بحرانی ......... است.<br>ج) دامنه تابع $h(x)=\tan(2x)$ برابر ................................................................ است.<br>د) حاصل نامعادله $x^2 \geq x^3$، بازه ....................... است. | 1 |
| 2 | درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.<br>الف) تابع $f(x)=-(x+2)^3$ روی دامنه خود اکیدا نزولی است.<br>ب) تابع $g(x)=2\|x^2-4\|$ در دو نقطه مشتق پذیر نیست.<br>ج) تابع $h(x)=\frac{1}{x+1}$ مجانب قائم ندارد.<br>د) اگر تابع $k(x)$ در نقطه $x=a$ پیوسته باشد، آنگاه $k(x)$ در $x=a$ مشتق پذیر است. | 1 |
| 3 | ابتدا نمودارتابع زیررارسم کنید سپس بازه‌هایی را که درآن تابع، صعودی اکید، نزولی‌اکید یا ثابت است را مشخص کنید.<br>$f(x)=\begin{cases} x+1 & x<-2 \\ 1 & -2\leq x\leq 1 \\ -2x & x>1 \end{cases}$ | 1 |
| 4 | نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y=f(2x-1)$ را رسم کنید<br> | 1 |
| 5 | معادله مثلثاتی $2\sin^2 x-\sin x=0$ را حل کنید و جواب هایی که در بازه $[0,2\pi]$ هستند را تعیین کنید. | 1.5 |
| 6 | حدود زیر را محاسبه کنید.<br>$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2+1}{3x^2+\sqrt{x^4-1}}$     $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\cos x}$<br>ادامه در صفحه 2 | 1.25 |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| 1 | صفحه 2<br>در تابع $f(x)=\frac{(m+1)x+6}{2x-k}$ ، مقادیر $m,k$ را چنان بیابید که $y=2$ مجانب افقی تابع $f$ بوده و منحنی تابع محور $y$ ها را در نقطه ای به عرض 2 قطع کند. مجانب قائم تابع $f$ را معین کنید. | 7 |
| 0.5 | نمودار تابع $f$ به صورت زیر رسم شده است.<br><br>الف) طول نقطه ای را مشخص کنید که مماس در آن افقی است.<br>ب) طول نقطه ای که مشتق در آن مقداری منفی است را مشخص کنید. | 8 |
| 3 | مشتق توابع زیر را به دست آورید.( ساده کردن مشتق الزامی نیست)<br>$f(x)=(5x-1)(7-x^2)$ $\quad$ $h(x)=\cos^3 x+\sqrt{x^3+1}$ $\quad$ $g(x)=\frac{2x+3}{x^2-7x+5}$ | 9 |
| 1.75 | با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ را در $x=1$ در صورت وجود به دست آورید و سپس معادله خط مماس بر منحنی این تابع را در نقطه $x=1$ بنویسید. | 10 |
| 1 | معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t)=-2t^2+10t$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0,5]$ داده شده است. سرعت لحظه ای را در لحظه $t=2$ به دست آورید. | 11 |
| 2 | مقدار ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x)=x+1+\frac{4}{x+2}$ را در بازه $[-1,3]$ بیابید. | 12 |
| 2 | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x)=-x^3+6x^2-9x$ را رسم کنید. | 13 |

| | | |
|---|---|---|
| 14 | اگر نقطه $M(1,2)$، نقطه عطف منحنی تابع $f(x)=x^3+ax^2+x+b$ باشد، آنگاه مقادیر $a,b$ را به دست آورید.<br>نقطه عطف و جهت تقعر منحنی تابع $f$ را تعیین کنید. | 2 |

**موفق باشید**



**موفق باشید**

حسابان ۲ - استان گیلان - نوبت شهریور

سجاد محمدنژاد - رتبه ۸۶ کنکور ریاضی

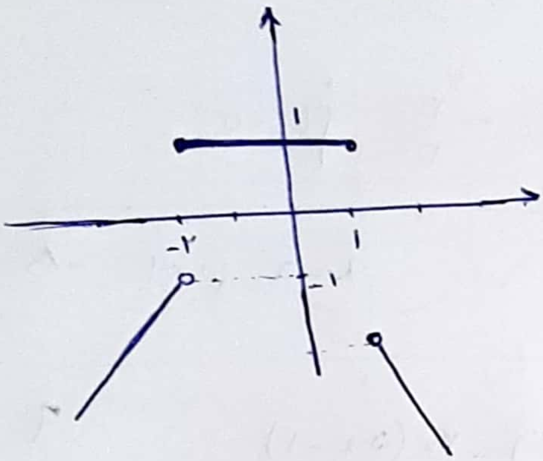
۱- الف) $\frac{1}{}$ ب) $x=1$ ج) $x \neq \frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$ د) $[-\infty,1]$

---

۲- الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست

---

۳-



صعودی اکید : $(-\infty,-2)$

ثابت : $[-2,+1]$

نزولی اکید : $(1,+\infty)$

---

۴-


---

۵-

$$2\sin^2 x-\sin x=0 \longrightarrow \sin x(2\sin x-1)=0 \begin{cases}\sin x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$\sin x=0 \longrightarrow x=k\pi$$

$$\sin x=\frac{1}{2} \longrightarrow x=\begin{cases}2k\pi+\frac{\pi}{6}\\ 2k\pi+\frac{5\pi}{6}\end{cases} \xrightarrow[{[0,2\pi]}]{\text{جواب‌ها در بازه}} x=\left\{0,\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\pi,2\pi\right\}$$

---

۶- الف) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\cos x}$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{1}{\cos x}=\frac{1}{0^-}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\frac{1}{\cos x}=\frac{1}{0^+}=+\infty\end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\cos x}$$ وجود ندارد

ب) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2+1}{3x^2+\sqrt{x^4-1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2}{3x^2+|x^2|}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2}{4x^2}=\frac{5}{4}$

۷-

$$f(x) = \frac{(m+1)x+6}{2x-k}$$

$y=2$ مجانب افقی $\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \frac{m+1}{2} = 2 \Rightarrow \underline{m=3}$

$$f(0,2) \longrightarrow 2 = \frac{(3+1)\times 0+6}{2\times 0-k} \Rightarrow -2k=6 — \underline{k=-3}$$

مجانب قائم = ریشه مخرج $\quad 2x-(-3)=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$ مجانب قائم

---

۸- الف) $x=a$ $\quad$ ب) $x=d$

---

۹-

$$f(x)=(5x-1)(7-x^2) \longrightarrow f'(x)=5(7-x^2)-2x(5x-1)$$

$$h(x)=\cos^3 x+\sqrt{x^3+1} \longrightarrow h'(x)=-3\sin x\cos^2 x+\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}$$

$$g(x)=\frac{2x+3}{x^2-7x+5} \longrightarrow g'(x)=\frac{2(x^2-7x+5)-(2x-7)(2x+3)}{(x^2-7x+5)^2}$$

---

۱۰-

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x-1}-0}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x-1}\times\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

$f'(1)=$ وجود ندارد $\longrightarrow$ $\underline{\text{معادله خط مماس} \quad x=1}$

---

۱۱-

$$f(t)=-2t^2+10t \longrightarrow v(t)=f'(t)=-4t+10 \quad v(2)=-8+10=2$$

---

۱۲- ماکزیمم یا مینیمم مطلق در نقاط بحرانی یا ابتدا و انتهای بازه اتفاق می‌افتد پس ابتدا نقاط بحرانی تابع را می‌یابیم:

$$f(x)=x+1+\frac{4}{x+2}$$

$$f'(x)=1-\frac{4}{(x+2)^2}=0 \quad (x+2)^2=4 \longrightarrow \begin{cases} x=0 \ \checkmark \\ x=-4 \ \times \end{cases}$$

$x=-4 \longrightarrow$ در دامنه داده شده نیست

$f(-1)=4 \quad f(0)=3 \quad f(3)=\frac{24}{5}$

$\begin{cases} y=3 & \text{Min مطلق} \\ y=\frac{24}{5} & \text{Max مطلق} \end{cases}$

۱۳ـ

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x$$

$$f'(x) = -3x^2 + 12x - 9 = -3(x-3)(x-1) = 0 \quad \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$ نقاط بحرانی

$$f''(x) = -6x + 12 = 0 \longrightarrow x = 2$$ نقطه عطف

| $x$ | $-\infty$ | $1$ | | $2$ | | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ |
| $y''$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ |
| $y$ | $+\infty$ ↘ | $-4$ | ↗ | $-2$ | ↗ | صفر | ↘ $-\infty$ |

نقطه Min نسبی ← $-4$　　$-2$ ← نقطه عطف　　صفر ← نقطه Max نسبی

---

۱۴ـ

$$f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$$

نقطه عطف $M(1,2)$ $\begin{cases} f(1) = 2 \\ f''(1) = 0 \end{cases}$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 1$$

$$f''(x) = 6x + 2a \longrightarrow f''(1) = 0 \qquad 6 + 2a = 0 \qquad \boxed{a = -3}$$

$$f(1) = 2 \longrightarrow 1 - 3 + 1 + b = 2 \qquad \boxed{b = 3}$$

| $x$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|
| $y''$ | $-$ | $0$ | $+$ |

جهت تقعر رو به پایین $(-\infty, 1)$

جهت تقعر رو به بالا $(1, +\infty)$

---

معصومی‌نژاد