

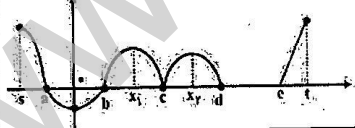
باسمه تعالی
اداره کل آموزش و پرورش استان گلستان

سؤالات آزمون شبه نهایی	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع : ۹ صبح
نام و نام خانوادگی :	سؤالات امتحان درس : حسابان	مدت آزمون : دقیقه
رشته :	شماره صندلی :	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۰۲/۰۹
	تعداد صفحه: ۳	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است ؟ الف) درجه تابع $f(x) = -x^2 \cdot (x - x^2)^2 + x^3$ برابر ۶ است . ب) دامنه تابع $f(x) = \tan 2x$ برابر $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$ و $k \in \mathbb{Z}$ است . پ) اگر علامت f' در بازه ای منفی باشد ، آن گاه تابع f بر آن بازه اکیدا نزولی است . ت) در نقطه عطف علامت f'' تغییر می کند .	۱
۲	نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است . نمودار $y = 2f(1-x) - 1$ را رسم کنید. (مراحل ترسیم بیان شود)	۱/۵
۳	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ به صورت $[-3, 2]$ باشد. دامنه تابع $y = 2f(1-2x) + 1$ کدام است؟	۰/۵
۴	باقی مانده تقسیم کوچکترین چند جمله ای بر دو جمله ای های $x-2$ ، $x+2$ و $x+1$ برابر ۵ می باشد . اگر این چند جمله ای بر x بخش پذیر باشد ، ضریب جمله با بیشترین درجه را تعیین کنید.	۱
۵	نمودار زیر مربوط به تابع مثلثاتی است . با دقت در شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع ، ضابطه آن را مشخص کنید.	۱
۶	جواب کلی معادله $\tan x + \cot x = \frac{2}{\cos 2x}$ را تعیین کنید.	۱
۷	نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است . حاصل حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ت) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$	۱

باسمه تعالی
اداره کل آموزش و پرورش استان گلستان

ساعات شروع : ۹ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	سؤالات آزمون شبه نهایی
مدت آزمون : دقیقه	سؤالات امتحان درس: حسابان	نام و نام خانوادگی :
تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۰۲/۰۹	تعداد صفحه: ۳	شماره صندلی:
		رشته:

۸	حاصل حدود زیر را به دست آورید .
۱	الف) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^2 + x^2}{-2x^2 + 4x^2 + 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - \frac{2}{x}}{2x - \sqrt{x^2 + x}}$
۹	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{(x+2) \sin^2 x}$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.
۱۰	به ازای کدام مقدار b تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi}{r}x) + b & -2 < x < 1 \\ a x - 1 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است؟
۱۱	حجم مخروطی به ارتفاع ثابت ۵ سانتی متر تابعی از شعاع قاعده آن است . آهنگ تغییر حجم مخروط را نسبت به شعاع قاعده آن وقتی $t = 3$ سانتی متر باشد را حساب کنید. (راهنمایی : حجم مخروط یک سوم حجم استوانه است)
۱۲	ارتفاع یک جسم از سطح زمین از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید . الف) سرعت جسم هنگام پرتاب و هنگام برخورد با زمین را به دست آورید. ب) لحظاتی را معلوم کنید که سرعت جسم به $\frac{35}{5} m/s$ و $-\frac{35}{5} m/s$ است .
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (4x^2 - 7)(2x - 1)^2$ ب) $f(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$
۱۴	نقاط اکسترم نسبی و مطلق تابع $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود بیابید و نقاط بحرانی این تابع را به دست آورید.
۱۵	نمودار تابع f' در شکل زیر داده شده است . الف) صعودی و نزولی بودن تابع f را در $[s, t]$ بررسی کنید. ب) نقاط a, b, c, d, e و کدام بحرانی و کدام ماکزیمم نسبی و کدام مینیمم نسبی است . 
۱۶	کدام یک از گزاره های زیر درست و کدام یک نادرست است ؟ الف) در نقطه عطف علامت f'' تغییر می کند. ب) هر نقطه ای که در آن مقدار f'' برابر صفر شود یک نقطه عطف است. ت) تابع می تواند بیش از یک نقطه عطف داشته باشد. ث) تابع اکیدا صعودی نقطه عطف ندارد.

باسمه تعالی

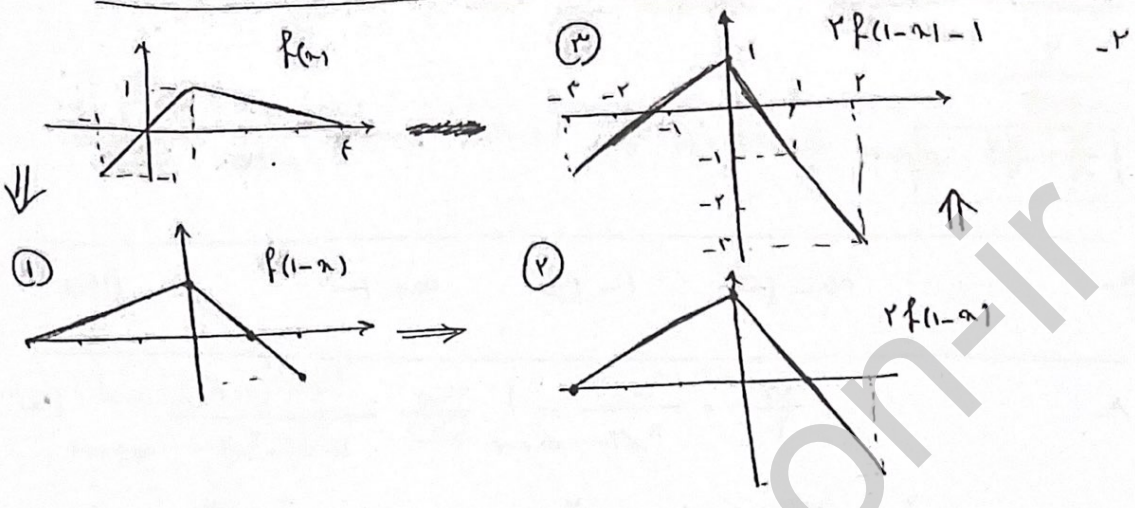
اداره کل آموزش و پرورش استان گلستان

ساعات شروع : ۹ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	سوالات آزمون شبه نهایی
مدت آزمون : دقیقه	سوالات امتحان درس: حسابان	نام و نام خانوادگی :
تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۰۲/۰۹	تعداد صفحه: ۳	شماره صندلی:
		رشته:

۱	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, محل تقاطع مجانب های آن نقطه (۱ و ۲) است . اگر این تابع از نقطه (۰ و -۱) بگذرد ضابطه تابع را به دست آورید.	۱۷
---	---	----

www-kanoon.ir

۱- (۱) درجہ (-) فاریت ۲۵ درجہ (-) فاریت ۱ (=) درجہ



$f(x) \rightarrow D: [-r, r]$

$y = 2f(1-x) + 1 \rightarrow D: [-\frac{1}{2}, 1]$

۴- باقیہ ۱۱ سوالوں کے جوابات لکھو۔

$f(x) = y = ax^2 + bx + c + d$ $d = 0$

$f(1) = a + b + c = 5$ ① $b = \frac{5}{2}$
 $f(-1) = a - b - c = 5$ $a + c = b - 5 = \frac{5}{2} - 5 = -\frac{5}{2}$
 $a = (-\frac{5}{2} - c)$ $c = -5$
 $a = \frac{5}{2}$

$T = \pi = \frac{r\pi}{|b|} \rightarrow |b| = r \rightarrow b = r$

۵- درجہ ۲ کے لیے

$\max = 5$
 $\min = 1$
 $\frac{5+1}{2} = 3$ $\frac{5-1}{2} = 2$

$y = -2 \sin 2m + 3$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{r}{\cos \alpha}$$

-4

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{r}{r \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{r}{\sin \alpha}$$

$$\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{r}{\cos \alpha} \rightarrow \tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{k\pi}{r} + \frac{\pi}{4}}$$

a) -1 b) +∞ c) -1 d) -∞ -4

a) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x+1)^r + x^r}{-x^r + x^r + 1} \xrightarrow{\frac{\infty}{\infty}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{rx^{r-1}}{-rx^{r-1}} = -\frac{r}{r} = -1$

$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r - \frac{r}{x}}{x^r - \sqrt{x^r + x}} \xrightarrow{\frac{\infty}{\infty}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r}{x^r - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r}{x^r} = \frac{r}{r}$

$$f(x) = \sqrt{(x+r)\sin^2 \alpha} = \sqrt{x+r} |\sin \alpha| = \begin{cases} \sin \alpha \cdot \sqrt{x+r} & 0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \\ -\sin \alpha \cdot \sqrt{x+r} & -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \cos \alpha \cdot \sqrt{x+r} + \frac{\sin \alpha}{\sqrt{x+r}} & \alpha > 0 \\ -\cos \alpha \cdot \sqrt{x+r} - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{x+r}} & \alpha < 0 \end{cases}$$

$$f'_+(0) = r \neq f'_-(0) = -r$$

تابع در نقطه $\alpha = 0$ مشتق پذیر نیست

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi}{r}x) + b & -r < x < 1 \\ a|x| - 1 & 1 \leq x < r \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi}{r}x) + b & -r < x < 1 \\ ax - 1 & 1 \leq x < r \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{r} \sin(\frac{\pi}{r}x) & x < 1 \\ a & x > 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} f'_+(1) = a \\ f'_-(1) = -\frac{\pi}{r} \end{matrix} \rightarrow \boxed{a = -\frac{\pi}{r}}$$

ادامه سوال ۱۰-

شروط پیوسته در یک نقطه به این معنی است که در آنجا تابع پیوسته باشد و در آنجا مشتق وجود داشته باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \cos\left(\frac{\pi}{r}x\right) + b = b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} ax - 1 = -\frac{\pi}{r} - 1$$

$$\rightarrow \boxed{b = -\frac{\pi}{r} - 1}$$

$$V_{\text{حجم}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \xrightarrow{h=5} V = \frac{5}{3} \pi r^2$$

$$V'_{\text{حجم}} = \frac{10}{3} \pi r \xrightarrow{r=3} V' = 10\pi$$

$$h(t) = -5t^2 + 4t \rightarrow V(t) = h'(t) = -10t + 4$$

$$t = 0 \text{ لحظه } V(0) = 4$$

در ابتدا به میانه زمان به بلع رسیدن آن نقطه برآورد می‌کنیم است به لحاظ بلع رسیدن جسم
(همان لحظه صفر شدن سرعت) را می‌یابیم و برای آن لحظه سرعت بلع را به این زمان را به بلع می‌کنیم

$$V(t) = -10t + 4 = 0 \rightarrow t = 0.4$$

$$V(1) = -10 + 4 = -6 \text{ سرعت منفی در زمان } t=1$$

$$V(t) = -10t + 4 = 3.5 \rightarrow \boxed{t = 0.35}$$

$$V(t) = -10t + 4 = -3.5 \rightarrow \boxed{t = 0.75}$$

$$f(x) = (e^x - 1)(x-1)^2$$

$$f'(x) = 1 \cdot (x-1)^2 + f(x-1) \cdot 2x \cdot (e^x - 1)$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x} \rightarrow f'(x) = \frac{-\cos x + \sin x (1 - \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

-14

$$f'(x) = 6x - 2 = 0 \quad x = \frac{1}{3}$$

برای تعیین اکتریم نیمی تابع مشتق را تعیین می‌کنیم

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
f'	-	0	+
f	$+\infty$	$\frac{14}{3}$	$+\infty$

برای محاسبه نقاط اکتریم صطلق / نقاط ابتدا انتهای بازه را در نظر بگیریم و فقط در این نقاط اکتریم را تعیین می‌کنیم

$$\begin{cases} f(-2) = 21 \rightarrow \text{Max صطلق} \\ f(\frac{1}{3}) = \frac{14}{3} \rightarrow \text{Min صطلق} \\ f(1) = 4 \end{cases}$$

(الف) بازه‌های مشخصه درون $[5, -] \cup [a_1, c] \cup [a_2, d]$ -15

بازه‌های مشخصه درون $[, a_1] \cup [c, a_2] \cup [e, t]$

(- نقاط بحرانی: a, b, c, a_1, a_2, d, e

نقاط اکتریم نسبی: a_1, a_2

نقاط مینیمم نسبی: c

-16 (الف) درخت \leftarrow فادرت \leftarrow درخت \leftarrow درخت \leftarrow فادرت \leftarrow درخت \leftarrow فادرت

-17 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ $x=2$ جانبی قائم $y=1$ جنبه افقی

$$cx+d = 0 \xrightarrow{x=2} 2c+d=0 \rightarrow d=-2c$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{a}{c} = 1 \rightarrow a=c$$

$$f(-1) = 0 \rightarrow f = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{cx+b}{cx-2c} \xrightarrow{x=-1} \frac{-c+b}{-c-2c} = 0 \rightarrow \underline{b=c}$$

$$f(x) = \frac{cx+c}{cx-2c} \xrightarrow{\div c} \frac{x+1}{x-2} = f(x)$$