

پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سوالات امتحان شبه نهایی درس: حسابان (۲)		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲۰/۰۶	
نام و نام خانوادگی:		نوبت عصر	
ردیف	سوالات	نمره	
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ کافی است طول نقطه نمودار تابع (x, y) را در ضرب کنیم.</p> <p>ب) درجه تابع چندجمله ای $p(x) = x^3 - x^2 + x + 2$ برابر است با</p> <p>پ) مشتق تابع $h(x) = (x^3 + 4x + 6)$ در $x = 0$ برابر است با</p> <p>ت) اگر تابع f در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد، آن گاه تابع f در این بازه دارد.</p>	۱	
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) تابع $y = \sqrt{x}$ در همه نقاط مشتق پذیر است.</p> <p>ب) نقطه گوشه ای، نقطه عطف می تواند باشد.</p> <p>پ) محل تقاطع مجانب های تابع با ضابطه $y = \frac{2x - 3}{3x + 6}$ نقطه $\left(-2, -\frac{2}{3}\right)$ است.</p> <p>ت) نقاط بحرانی تابع با ضابطه $[x] = f(x)$ مجموعه اعداد صحیح است.</p>	۲	
۱	<p>نمودار تابع مقابل، فقط از قرینه یابی و انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ به دست آمده است. ضابطه این تابع را بنویسید.</p>	۳	
۱	<p>اگر باقی مانده تقسیم چندجمله ای $p(x) = x^2 - 3x + 4$ بر k برابر ۲ باشد، مقادیر k را بیابید.</p>	۴	

دورة تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + \pi \sin(-x)$ را تعیین کنید.

۱

۵

جواب‌های معادله $\cos x = \frac{1}{2}$ را به دست آورید. کدام جواب‌ها در بازه $[-3\pi, \pi]$ می‌باشند؟

۱

۶

حدهای زیر را محاسبه کنید.

(الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty^+} \frac{x+2}{x^2+4x+4}$

(ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}{\frac{5}{x} + 4}$

۱

۷

نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x - |x|}$ در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟

۱

۸

با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $y = \sqrt[3]{x}$ را در $x = 8$ بیابید.

۱

۹

مشتق عبارات داده شده را باید (ساده کردن الزامی نیست).

الف) $f(x) = \sin^3 x + \tan^3 x$

ب) $f(x) = \sqrt{3x+2}(x^3 + 1)^2$

۲/۵

پ) $f(x) = \frac{x^3 + 3x + 1}{-3x + 2}$

۱۰

معادله نیم‌ماس چپ تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در $x = 1$ بنویسید.

۱

۱۱

الف) تابعی مثال بزنید که در $x = 2$ پیوسته باشد ولی مشتق پذیر نباشد.

۱

۱۲

ب) نمودار تابعی رسم کنید که مشتق آن در تمام نقاط یکسان باشد.

۱	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت ۱۰ $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ باهم برابرند؟</p>	۱۳
۱/۵	<p>نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع زیر در بازه داده شده را در صورت وجود بیابید و نقاط بحرانی این تابع را تعیین کنید.</p> $f(x) = x^3 - 3x \quad , \quad [-1, 2]$	۱۴
۱/۵	<p>جهت تغیر تابع زیر را در دامنه آن بررسی کرده و نقطه عطف آن را در صورت وجود به دست آورید.</p> $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$	۱۵
۲/۵	<p>جدول رفتار و نمودار تابع زیر را رسم کنید.</p> $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$	۱۶
۲۰	تلاش جادویی است که موفقیت را می‌سازد.	

مدت امتحان:	تعداد صفحه: ۴ صفحه	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه
نوبت عصر	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲//	(۲) حسابان	سوالات امتحان شبه نهایی درس:
نمره	نام و نام خانوادگی:	ردیف	
راهنمای تصحیح			
	۱/۲۵ ت) ماکریم و مینیم مطلق	۱/۲۵ ۴۸ پ)	۱/۲۵ ۵ ب) $\frac{1}{k}$
	۱/۲۵ ت) نادرست	۱/۲۵ پ) نادرست	۱/۲۵ الف) نادرست
	$y = -\sqrt{-x} + 2$	۱	
	$x - k = \cdot \Rightarrow x = k \Rightarrow k^2 - 3k + 4 = 2 \Rightarrow k^2 - 3k + 2 = \cdot \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = 2 \end{cases}$	۱/۲۵	۱/۲۵
	$T = 2\pi, \max y = \pi + 1, \min y = -\pi + 1$	۰/۱۵	۰/۱۵
	$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ $x = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, -2\pi + \frac{\pi}{3}, -2\pi - \frac{\pi}{3}$	۰/۱۵	۰/۱۵
	الف) $\lim_{n \rightarrow -\infty^+} \frac{x+2}{(x+2)^2} = \lim_{n \rightarrow -\infty^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$	۰/۱۵	
	ب) $\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2+x^n}{5+4} = \frac{2+\cdot}{\cdot+4} = \frac{1}{2}$	۰/۱۵	
	$x - x = \cdot \Rightarrow x = x \Rightarrow x \geq \cdot \Rightarrow D_f = (-\infty, \cdot)$ $\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{1}{x- x } = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x} = -\infty$	۰/۱۵	۱/۲۵
	$f'(x) = \lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{f(x) - f(\lambda)}{x - \lambda} = \lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - \lambda} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}$ $= \lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{1}{(\sqrt[3]{x} - 2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)} = \lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4} = \frac{1}{12}$		۰/۱۵
	الف) $f'(x) = 3\cos x \sin^2 x + 2(1 + \tan^2 x) \tan x$	۰/۱۵	
	ب) $f'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt[3]{x+2}} \right) (x^2 + 1)^2 + 2(3x^2)(x^2 + 1)\sqrt[3]{x+2}$	۰/۱۵	
	ب) $f'(x) = \frac{(2x-2)(-2x+2) - (-2)(x^2 - 2x + 1)}{(-2x+2)^2}$		
	$f'_{-}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1 - \cdot}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)(x+1)}{x-1} = -4$		۰/۱۵

$$y - \cdot = -2(x - 1)$$

نماذج توابع خطية $y = |x - 2|$

الف

٠/٥

١٢

$$2t - 1 = \frac{f(5) - f(\cdot)}{5 - \cdot} = \frac{30 - 10}{5} = 4 \Rightarrow t = 2/5$$

١٣

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = \cdot \Rightarrow x = \pm 1$$

نقاط بحرانى

x	y
1	-2
-1	2
2	2

مطلق min

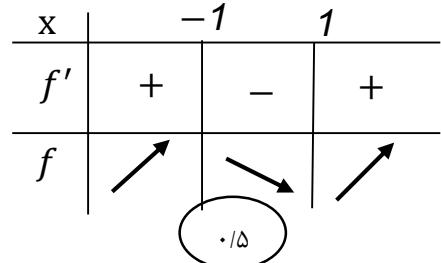
مطلق Max

مطلق Max

(1 و -2)

(-1 و 2)

(2 و 2)



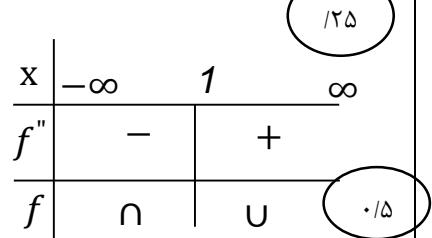
١٤

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \quad f'(x) = \frac{-1-1}{(x-1)^2} = -2(x-1)^{-2} \Rightarrow f''(x) = -4(x-1)^{-3}$$

٠/٢٥

نقطه عطف ندارد

٠/٢٥



١٥

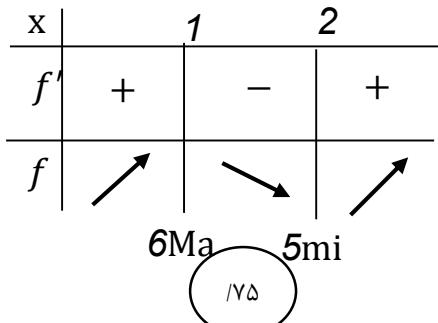
$$D_f = \mathbb{R}$$

تابع مجانب ندارد

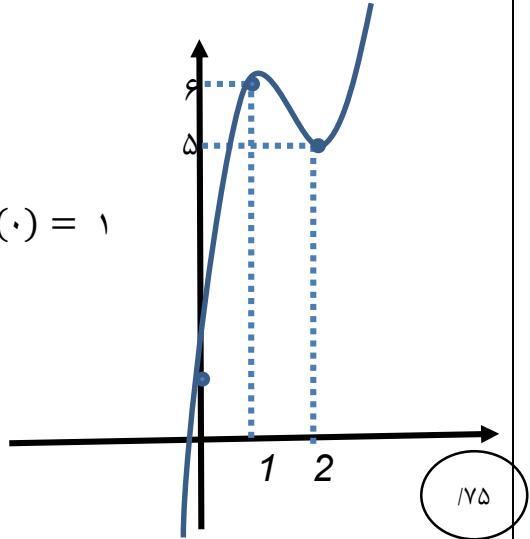
٠/٢٥

$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = \cdot \Rightarrow x = \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

برخورد با محور y ها $\rightarrow f(\cdot) = 1$



٠/٢٥



١٦