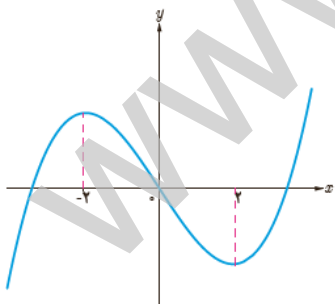


| | | | |
|----------------------------|------------------------------|---|--|
| نام و نام خانوادگی: | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | ساعت شروع: صبح | سوالات امتحان شبیه ساز هماهنگ نهایی نوبت دوم |
| تعداد صفحات: ۲ | تاریخ امتحان ۱۴۰۲/۱/۲۹ | مدت امتحان ۱۲۰ دقیقه | درس: حسابان ۲ |
| آموزش و پرورش استان لرستان | | دانش آموزان پایه دوازدهم سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ | |

| ردیف | استفاده از ماشین حساب بلامانع است | نمره |
|----------------------------|--|------|
| ۱ | <p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر نقطه $(-4, 1)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ باشد، آنگاه نقطه $(-4, 3)$ روی نمودار تابع $y = -3f(x)$ می باشد.</p> <p>ب) اگر تابع $y = f(x)$ در یک فاصله نزولی باشد، آنگاه اکیداً نزولی نیز خواهد بود.</p> <p>ج) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته نباشد، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر هم نیست.</p> <p>د) تابع اکیداً صعودی، نقطه عطف ندارد.</p> | ۱ |
| ۲ | <p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) دوره تناوب تابع $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{3} x$ برابر با است.</p> <p>ب) اگر $f'(2) = \frac{1}{3}$ و $g'(2) = \frac{2}{3}$، در این صورت $(2f + 3g)'$ برابر با است.</p> <p>ج) اگر در یک منحنی مماسها بالای منحنی باشند، در این صورت تقعر به سمت است.</p> <p>د) برد تابع $f(x) = \tan x$ برابر است.</p> | ۱ |
| ۳ | <p>اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، نمودار تابع $g(x) = f(2x + 1)$ را به کمک آن رسم کنید و دامنه تابع g را به دست آورید.</p> | ۱ |
| ۴ | <p>ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq -1 \\ 2 & x < -1 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس بازه‌هایی که این تابع در آنها اکیداً صعودی و اکیداً نزولی است را مشخص کنید.</p> | ۰/۷۵ |
| ۵ | <p>مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.</p> | ۱ |
| «ادامه سوالات در صفحه دوم» | | |

| | | |
|------|--|----------------------|
| ۱/۲۵ | معادله مثلثاتی $\frac{1}{4} = \cos^2 x - \sin x$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید. | ۶ |
| ۱/۵ | حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^2+x+1}{6x^3-2x+1}$ | ۷ |
| ۱/۲۵ | مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{1+2x^2}{1-x^2}$ را در صورت وجود بیابید. | ۸ |
| ۱/۲۵ | معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 - \sqrt{x} + 2$ را در نقطه $A(1, F(1))$ به دست آورید. | ۹ |
| ۲/۵ | مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)$ ب) $g(x) = \sin(3x^2 + 5) + \cos^3 x$ ج) $h(x) = \frac{x}{2x^2+x-1}$ | ۱۰ |
| ۱/۲۵ | یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $3 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می‌یابد؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 3$ چقدر است؟ | ۱۱ |
| ۱/۵ | نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = 3x^4 - 2x + 5$ را در بازه $[-2, 1]$ تعیین کنید. | ۱۲ |
| ۱/۵ | اگر $(0, 0)$ نقطه عطف تابع درجه سوم $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ با ضابطه نمودار آن در شکل زیر رسم شده است، مقادیر a ، b و c را پیدا کنید. | ۱۳ |
| |  | |
| ۲ | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ را رسم کنید. | ۱۴ |
| ۱/۲۵ | مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید. | ۱۵ |
| ۲۰ | جمع نمرات | موفق و سربلند باشید. |

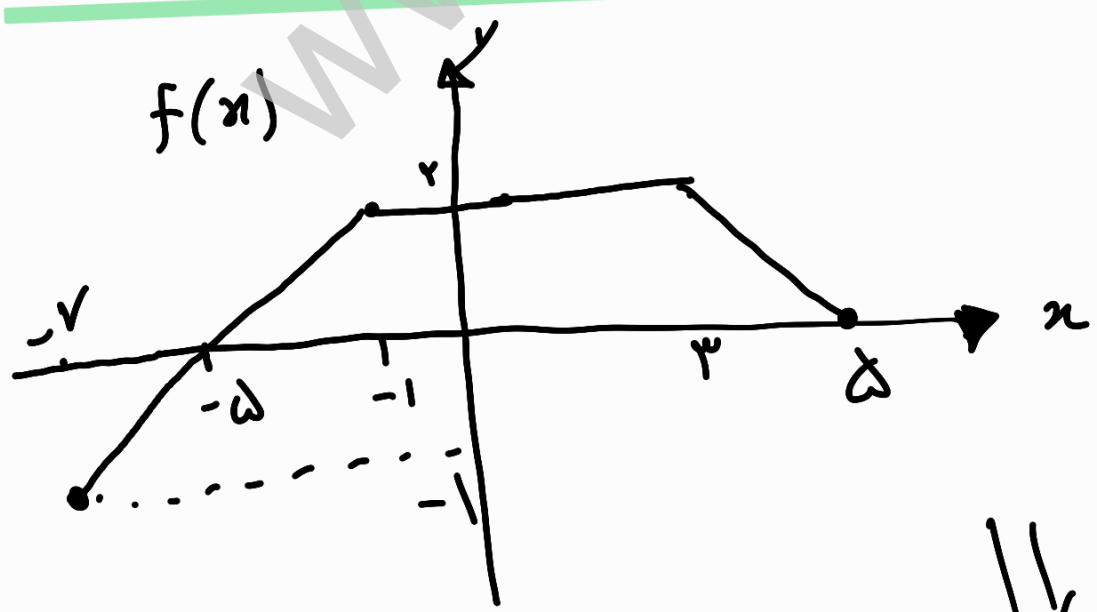
1

- الف) نادرست
- ب) نادرست
- ج) درست
- د) نادرست

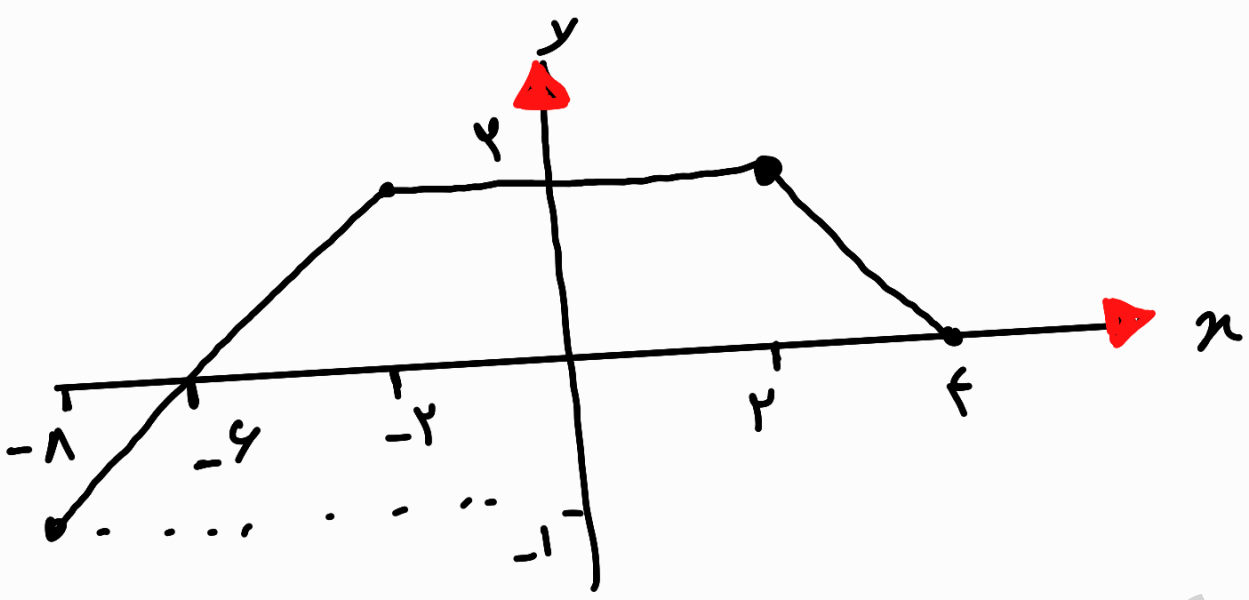
2

- الف) ←
 - ب) ←
 - ج) ←
 - د) ←
- ۱۲ (اعداد حقیقی)

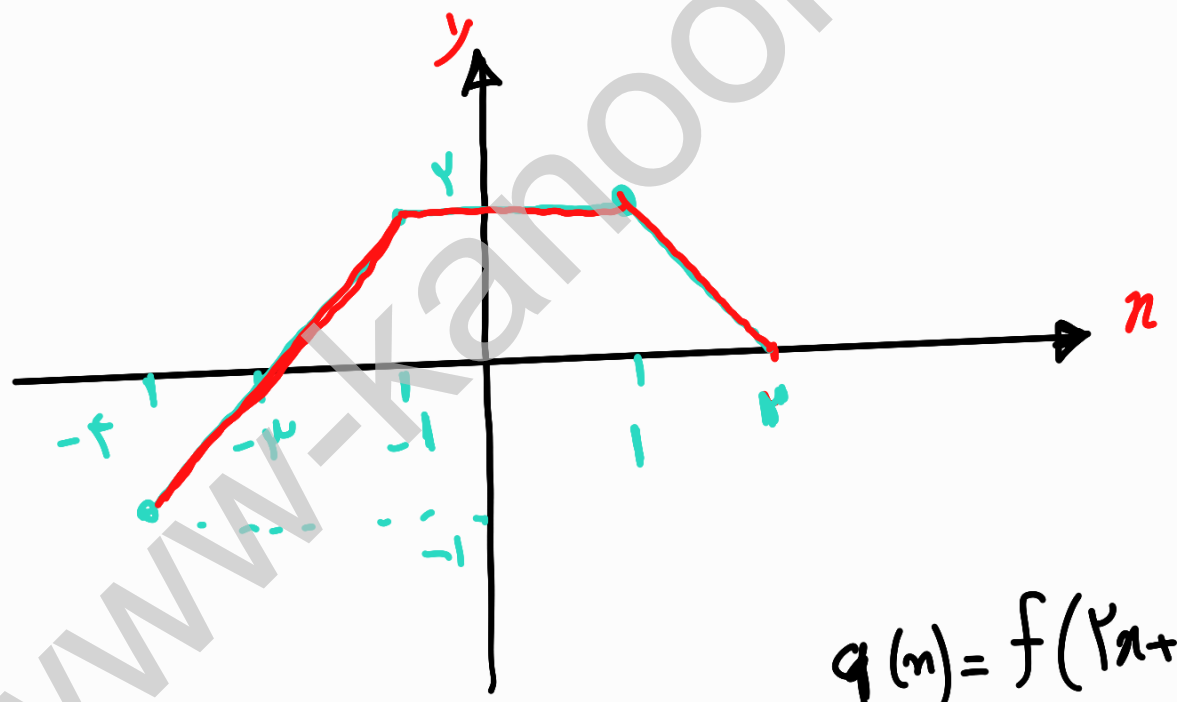
3



کتابخانه



طول تقابلیتیم بر ۲



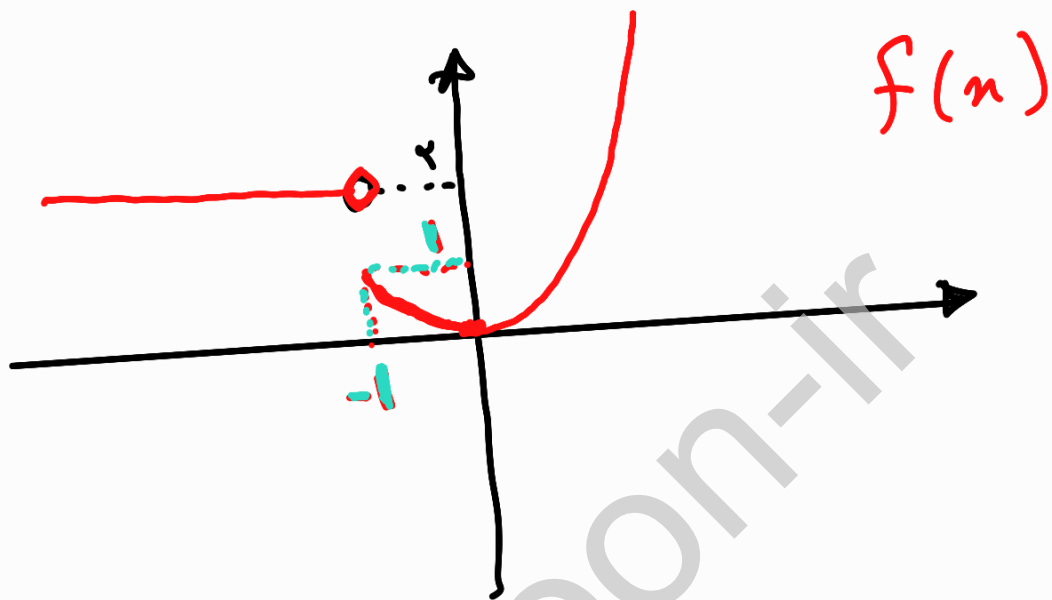
$$g(x) = f(2x+1)$$

دامنه تابع $g(x)$ بازه $(-4, 4)$ است.



(4)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq -1 \\ 2 & x < -1 \end{cases}$$



$[0, +\infty)$

اگر اولاً صعودی :

$[-1, 0]$

اگر اولاً نزولی :

پیدا کردن جوابی بر $x=2$ بخش پذیر است یعنی

(5)

اگر $x=2$ را در پیدا کردن جایگزینی کنیم

باصول صفر می شود.

$$x^3 + ax^2 + bx + 1 \quad x=2 \Rightarrow 1 + 4a + 2b + 1 = 0$$

$$4a + 2b = -2$$

(I)

ریشه‌های $x^2 + ax + b$ به $x+1$ هم بخش‌پذیر است پس اگر
 $x = -1$ را جای‌گذاری کنیم حاصل ریشه‌های صفر
 می‌شود.

$$x^2 + ax + b \stackrel{x=-1}{\Rightarrow} -1 + a - b + 1 = 0$$

$$a - b = 0$$

$$a = b \quad \text{II}$$

جای‌گذاری
 I \Rightarrow II

$$4a + 2a = -9$$

$$6a = -9$$

$$a = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{II} \Rightarrow a = b = -\frac{3}{2}$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \quad \text{طبق اتحاد مثلثاتی}$$

(4)

می توانیم بنویسیم :

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 x + \sin x - \frac{5}{4} = 0$$

تغییر متغیر $\Rightarrow t^2 + t - \frac{5}{4} = 0$

$\sin x = t$

$$\Delta = 1 - 4 \left(-\frac{5}{4} \right) = 9$$

$$t_1 = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$t_2 = \frac{-1 - 2}{2} = -\frac{3}{2}$$

چون $t = \sin x$ و مقادیری در بازه $[-1, 1]$

دارد پس $t_2 = -\frac{3}{2}$ غیر قابل قبول است.

$$\sin x = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

جواب خارج بازه $[0, \pi]$ عبارت انداز

$$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

(الف)

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{(3-x)(3+x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4}{0^-} = -\infty$$

وقتی $x \rightarrow 3^+$ برو $3-x$ به سمت صفر از پایین نزدیک می شود.

(V)

ب)
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^2 + x + 1}{4x^3 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^2}{4x^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3}{4x} = 0$$

هستند

لاندید مجانب قائم رسه های مخروط

که در اینها $x = \pm 1$ هستند.

و از آنجایی که صورت را صفر نمی کنند

هر دو تا بیل قبول اند پس مجانب قائم $x = 1$
 $x = -1$

برای مجانب افقی باید خود را بی نهایت را
 محاسب کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2}$$

$$= -2 \rightarrow \text{مجانباتی}$$

$$\underline{y = -2}$$

$$x=1 \rightarrow f(1) = 1 - \sqrt{1} + 2 = 2$$

9

• وسط $A(1, 2)$ وسط

$$f'(x) = 2x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = 2 - \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{3}{2}$$

معادله خط

$$y - 2 = \frac{3}{2}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

(الف)

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} (2x^2 + 1) + (4x)\sqrt{x}$$

(ب)

$$g'(x) = 4x \cdot \cos(2x^2 + 1) - 2 \cos x \cdot \sin x$$

(ج)

$$h'(x) = \frac{2x^2 + x - 1 - (x)(x+1)}{(2x^2 + x - 1)^2}$$

(الف) $m(3) = \sqrt{3} + 2^3$

$$m(4) = \sqrt{4} + 128 = 130$$

$$m(4) - m(3) = 130 - 2^3 - \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

$$\rightarrow m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t^2$$

$$m'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 36$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} + 36$$

یافتن
نقاط بحرانی
→ بازه‌ی

$(-2, 1)$

$$f'(x) = 4x - 2$$

$$4x - 2 = 0$$

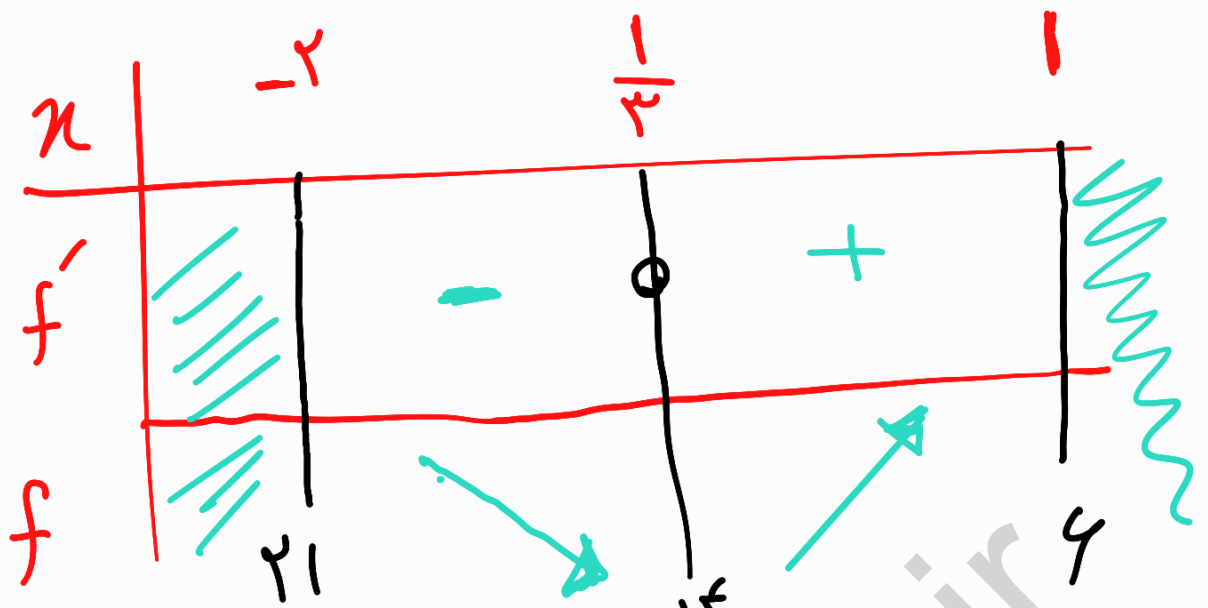
$$x = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2 = 2$$

$$f(-2) = 12 + 4 + 2 = 18$$

$$f(1) = 3 - 2 + 2 = 3$$

12



مآخذ مطلق

نسبی

مطلق

مطلق

(0, 0) نقطہ عطف است $f''(0) = 0$

۱۳

$$f'(x) = 2ax^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 4x + 2a$$

$$f''(0) = 2a = 0 \Rightarrow \underline{\underline{a=0}}$$

بازنوسی تابع $f(x)$

$$f(x) = x^3 + bx + c$$

از طرفی $f(0) = 0$ است یعنی

$$c = 0$$

و هم چنین $f'(-2) = f'(2) = 0$

$$f'(-2) = f'(2) = 12 + b = 0 \Rightarrow b = -12$$

$x=2$ جانب قائم است چون

ریشه‌ی مخرب است و ریشه‌ی صورت نیست

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \quad \text{از طرفی}$$

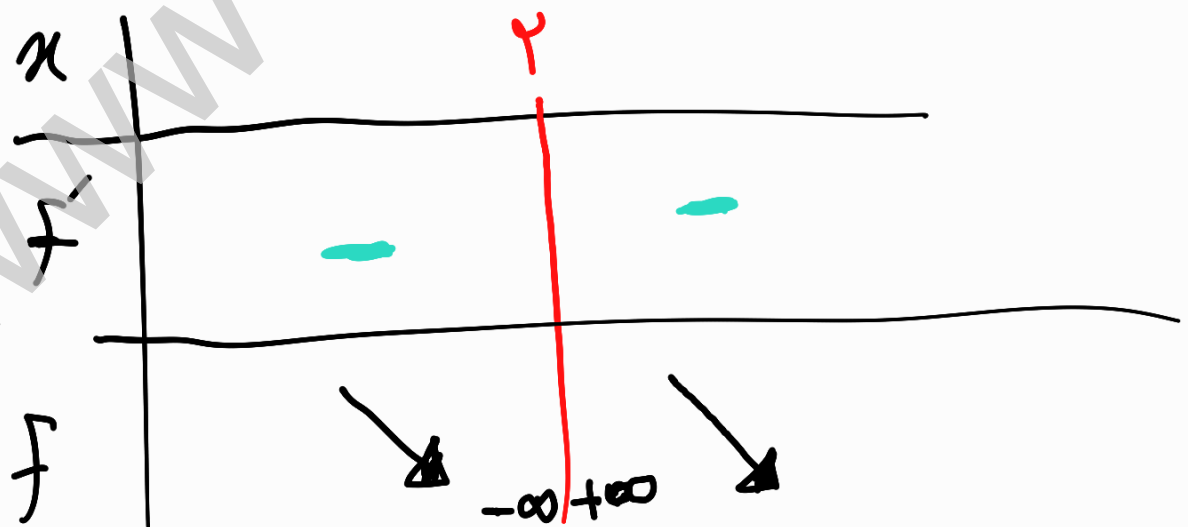
۱۴

۲. پس $y=2$ بجانب افقی نمودار است.

$$f'(x) = \frac{2(x-2) - (2x-1)}{(x-2)^2}$$

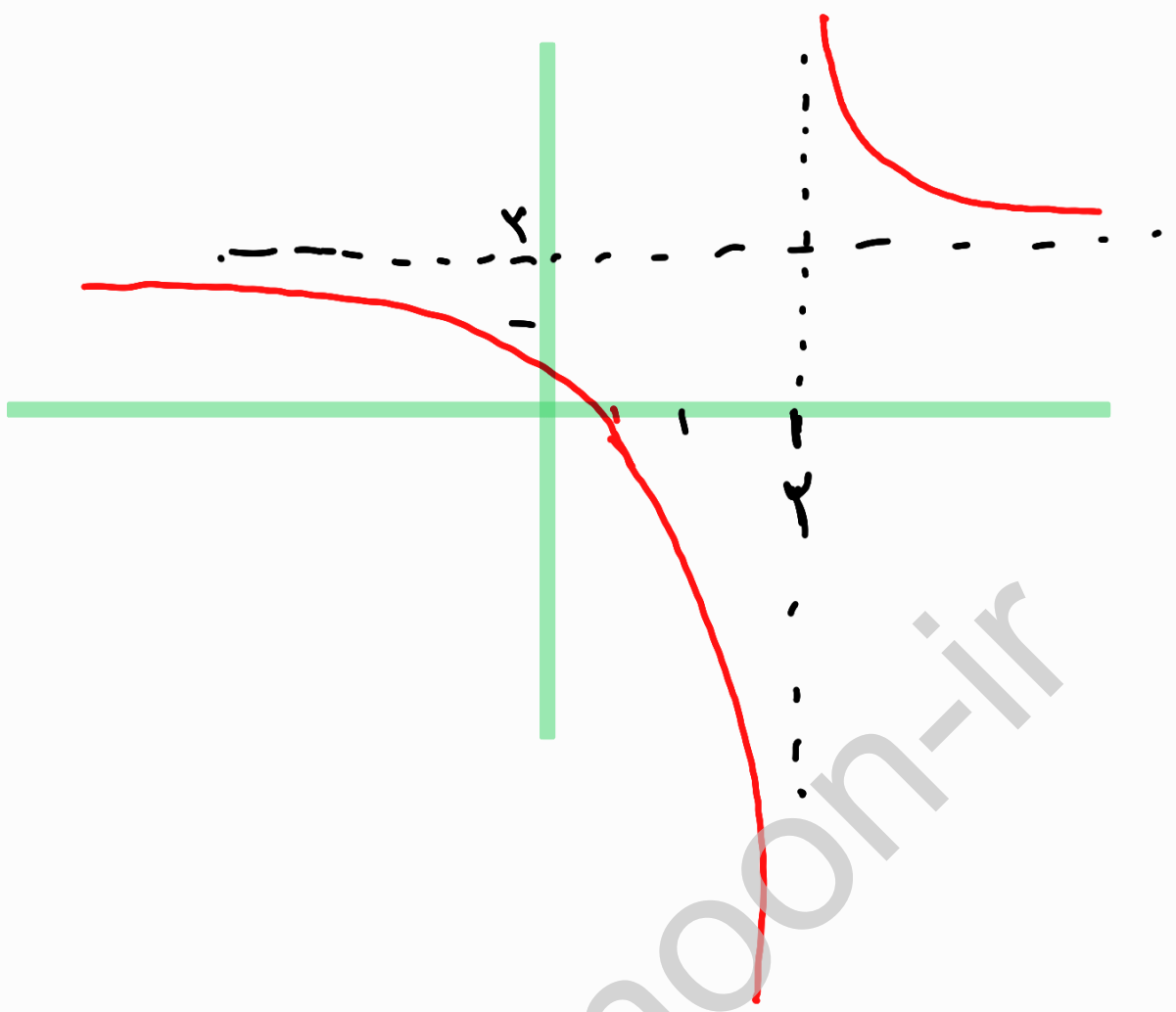
$$f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2}$$

$f'(x)$ همیشه منفی است.



$$f(0) = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$



برای بررسی مستقیم و نذیری ابتدا

۱۵

با ϵ و δ سنجی، بررسی کرد

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} |x^2 - 1| = 0$$

یوسته است.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 1, x < -1 \\ -x^2 + 1 & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & x < -1 \\ 2x & x > 1 \\ -2x & -1 < x < 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = 2 \quad x=1 \quad \rightarrow$$

$$f'_-(1) = -2$$

سے مستقیم، نہ پر نیست.