

ساعت شروع: ۹ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی-فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهربیور ماه سال ۱۴۰۲

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

#### سوالات فصل اول

۱	الف) اگر در ماتریس قطری تمام درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را ماتریس ..... می‌نامند.	+۷۵
۲	ب) اگر $A = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس A برابر ..... است.	
۳	پ) هر ماتریس مربعی وارون پذیر است. (درست – نادرست)	
۴	ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j & i > j \\ i + j & i \leq j \end{cases}$ داده شده است، ماتریس $A^{-1}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	در تساوی $\begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، مقدار x را بیابید.	۱/۲۵
۶	اگر $3A = \begin{bmatrix}  A  & -5 \\ 1 & 4 A  \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A ^{-1}$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۷	مقدار m را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 9y = m + 1 \\ 4x + my = -4 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.	۱/۲۵

#### سوالات فصل دوم

۶	الف) اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن موازی نباشد و از رأس عبور نکند، آنگاه سطح مقطع حاصل یک ..... است.	+۵
۷	ب) در هر سهمی، هر شعاع نوری که از کانون آن به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن موازی با محور سهمی باز خواهد گشت. (درست – نادرست)	
۸	نقاط A، B، C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید)	۱
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن O(۱,۰) بوده و روی خط $3x + 4y + 6 = 0$ وتری به طول $2\sqrt{5}$ جدا کند. سپس محل تقاطع آن دایره با محور z ها را بیابید.	۱/۵
۱۰	وضعیت دو دایره به معادلات $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0$ را نسبت به هم تعیین کنید. (با ارائه راه حل)	۱/۲۵

ساعت شروع: ۹ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی-فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهربیور ماه سال ۱۴۰۲

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	در یک بیضی با کانون‌های $F$ و $F'$ ، طول قطر کوچک نصف طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه $\hat{FBF'}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	معادله سهمی با کانون $(1, 2)$ و خط هادی $x - 3 = 0$ را بنویسید.	۱/۵
۱۲	در شکل مقابل، نقطه $M$ روی بیضی با کانون‌های $F$ و $F'$ مشخص شده است. خط $d$ را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه $M$ بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه $F'$ خطی موازی با $MF$ رسم کنید تا خط $d$ را در نقطه‌ای مانند $N$ قطع کند. ثابت کنید $NF' = MF'$ .	۱
۱۳	الف) نقطه $(-1, -2, 3)$ در ناحیه ششم مختصاتی قرار دارد. (درست - نادرست) ب) حاصل $\vec{j} \times (\vec{i} \times \vec{k})$ برابر ..... است.	۰/۵
۱۴	مقدار $m$ را طوری بیابید که زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (m, 0, 2)$ و $\vec{b} = (2, -2, 0)$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد.	۱/۵
۱۵	اگر $(1, 1, -1)$ را باشند، تصویر قائم بردار $\vec{b} + \vec{a} - 2\vec{c}$ بر امتداد بردار $\vec{b} - \vec{c} - \vec{j} + \vec{i}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۶	اگر $(1, 0, -2)$ را باشند، مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} = (m, -1, 1)$ و $\vec{b} = (1, -1, 1)$ تولید می‌شود را حساب کنید.	۱/۵
۱۷	اگر سه بردار $(1, 1, m)$ در یک صفحه واقع باشند، مقدار $m$ را بیابید.	۱/۵
۲۰	موفق و سر بلند باشید	جمع نمره

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲			
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف		
۰/۷۵	۰/۷۵ ص ۲۳ پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۸ ب) - (۰/۲۵) ص ۱۲ الف) اسکالر (۰/۲۵)		۱		
۱/۲۵	$A = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{(0/5)} \Rightarrow  A  = -1 \quad (0/25)$ $A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (0/5)$		۲		
۱/۲۵	$\underbrace{\begin{bmatrix} x-2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_{(0/25)} = \circ \Rightarrow \underbrace{x^2 - 2x - 3 = \circ}_{(0/5)} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \quad (0/25) \\ x = 3 \quad (0/25) \end{cases}$		۳		
۱/۵	$\underbrace{ 3A  = 4 A ^2 + 5}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{4 A ^2 - 9 A  + 5 = \circ}_{(0/25)} \Rightarrow \begin{cases}  A  = 1 \quad \Rightarrow \quad  A^{-1}  = 1 \quad (0/25) \\  A  = \frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad  A^{-1}  = \frac{4}{5} \quad (0/25) \end{cases}$		۴		
۱/۲۵	$\underbrace{\frac{m}{4} = \frac{9}{m}}_{(0/5)} \neq \frac{m+1}{-4} \Rightarrow \underbrace{m^2 = 36}_{(0/25)} \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \quad (0/25) \\ m = -6 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>هر دو جواب قابل قبول</p>		۵		
۰/۵	۰/۵ ص ۵۶ ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۵ الف) بیضی (۰/۲۵)		۶		
۱	<p>مکان هندسی نقاطی که از نقاط A و B به یک فاصله‌اند: عمود منصف پاره خط AB است . (۰/۲۵)</p> <p>مکان هندسی نقاطی که از نقاط C و D به یک فاصله‌اند: عمود منصف پاره خط CD است . (۰/۲۵)</p> <p> محل برخورد دو عمودمنصف، جواب مساله است . (۰/۲۵)</p> <p>حالاتی ممکن: یک جواب، بدون جواب، بی‌شمار جواب (۰/۲۵)</p>		۷		
*اگر دانش آموزی با رسم شکل جواب‌ها را مشخص کرده باشد، نمره کامل لحاظ گردد*					
«ادامه در صفحه دوم»					

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸ پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>ص ۴۴</p> <p><math>OH = \frac{ 3(0) + 4(1) + 6 }{\sqrt{9+16}} = 2 \quad (0/25)</math></p> <p><math>AB = 2\sqrt{5} \Rightarrow AH = \sqrt{5} \Rightarrow R = 3</math></p> <p><math>(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = 9 \quad (0/25)</math></p> <p><math>x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \Rightarrow (0, 4) &amp; (0/25) \\ y = -2 \Rightarrow (0, -2) &amp; (0/25) \end{cases}</math></p>	۱/۵
۹	<p><math>(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1 \Rightarrow O(1, -2), R = 1</math></p> <p><math>x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0 \Rightarrow O'(-3, -1), R' = 4</math>, <math>d = OO' = \sqrt{17} \quad (0/25)</math></p> <p>بنابراین دو دایره متقاطع هستند. <math>3 &lt; \sqrt{17} &lt; 5</math></p>	۱/۲۵
۱۰	<p>ص ۴۶</p> <p><math>BB' = \underbrace{\frac{1}{2}AA'}_{(0/25)} \Rightarrow 2b = \underbrace{\frac{1}{2}(2a)}_{(0/25)} \Rightarrow a = 2b</math></p> <p><math>\cos F'BO = \underbrace{\frac{BO}{BF'}}_{(0/25)} = \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow F'BO = 60^\circ \Rightarrow F'BF = 120^\circ</math></p> <p>روش دوم: برای حل مسئله با استفاده از تانژانت زاویه <math>F'BO</math> نمره لحاظ گردد.</p>	۱/۲۵
۱۱	<p>ص ۵۲ و ۵۸</p> <p><math>F(\alpha + a, \beta) = (1, 2) \Rightarrow \begin{cases} \alpha + a = 1 \\ \beta = 2 \end{cases} \quad (0/25)</math></p> <p><math>x = \alpha - a \quad (0/5)</math></p> <p><math>x = -3 \quad (0/5) \Rightarrow \underbrace{\alpha - a = -3}_{(0/5)} \xrightarrow{\alpha + a = 1} \begin{cases} a = 2 &amp; (0/25) \\ \alpha = -1 &amp; (0/25) \end{cases}</math></p> <p><math>(y - 2)^2 = 8(x + 1) \quad (0/25)</math></p> <p>روش دوم: برای حل مسئله با استفاده از شکل، نمره لحاظ گردد.</p>	۱/۵

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>مجموع <math>MF + MF'</math> کمترین مقدار است بنا به خاصیت کوتاه ترین مسیر، زاویه های <math>\hat{M}_1 = \hat{M}_2</math> (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی: <math>MF \parallel NF'</math> و <math>d</math> مورب، درنتیجه <math>\hat{N} = \hat{M}</math>, نتیجه می شود <math>\hat{N} = \hat{M}_2</math> (۰/۲۵)</p> <p>مثلث <math>MNF'</math> متساوی الساقین است. <math>MF' = NF'</math> یعنی <math>MF = NF</math>. رسم شکل: (۰/۲۵).</p> <p style="text-align: center;">ص ۵۷</p>	۱۲
۰/۵	ب) صفر (۰/۲۵)      ص ۸۲      (۰/۲۵)	الف) درست (۰/۲۵)      ص ۶۴      (۰/۲۵)
۱/۵	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \underbrace{\ \vec{a}\  \ \vec{b}\ }_{(۰/۲۵)} \cos \theta \Rightarrow ۲m = (\sqrt{m^۲ + ۴})(2\sqrt{۲})\left(\frac{۱}{۲}\right) \Rightarrow \underbrace{۴m^۲}_{(۰/۲۵)} = ۲m^۲ + ۸$ $\Rightarrow \underbrace{m^۲ = ۴}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} m = ۲ & \text{قق} \\ m = -۲ & \text{غفق} \end{cases} \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$	ص ۷۸
۱/۵	$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (1, 1, 1), \quad (۰/۲۵),$ $\vec{v} = \underbrace{۲\vec{c} - \vec{b}}_{(۰/۲۵)} = (۳, -۴, ۰) \Rightarrow \underbrace{\ \vec{v}\ }_{(۰/۲۵)} = ۵, \quad \underbrace{\vec{u} \cdot \vec{v}}_{(۰/۲۵)} = -۱$ $\vec{u}' = \underbrace{\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\ \vec{v}\ ^۲} \vec{v}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \vec{u}' = \left(-\frac{۳}{۲۵}, \frac{۴}{۲۵}, ۰\right)$	ص ۷۵ و ۸۴

«ادامه در صفحه چهارم»

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۶	$\vec{u} = \vec{a} - \vec{j} = (-2, -1, 1) \quad (0/25)$ $\vec{u} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k} \quad (0/25)$ $ \vec{u} \times \vec{b}  = \sqrt{75} \quad (0/25)$ $S = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad (0/25)$	۱	۸۴ و ۷۵ ص
۱۷	$V = 0 \Rightarrow  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})  = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} m & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad (0/5)$ $m^3 - 2m + 1 = 0 \quad (0/25)$ $m = 1 \quad (0/25)$	۱/۵	
	"پیروز باشید"	۲۰	