

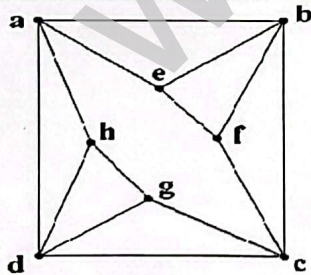
باسمه تعالی

| | | | |
|--|---------------------|--------------------------|-----------------------|
| سوال امتحان راه نهایی درس: ریاضیات گسسته | رشته: ریاضی و فیزیک | تعداد سوال: ۱۸ | تعداد صفحه: ۲ |
| نام و نام خانوادگی: | ساعت شروع: ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۸ | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |

آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران

معاونت آموزش متوسطه استان مازندران
<http://motvasete-mazand.medu.ir>

| ردیف | سوال | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | <p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر n برابر حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی باشد آنگاه $n + 1$ مربع کامل است.</p> <p>ب) اگر $n > 1$ عددی طبیعی باشد آنگاه $2^n - 1$ عددی اول است.</p> <p>ج) عدد احاطه گری گراف کامل 5 رأسی برابر 5 است.</p> <p>د) 7 نفر به 210 طریق می‌توانند در دو اتاق 2 نفره و یک اتاق 3 نفره قرار بگیرند.</p> | ۱ |
| ۲ | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) در یک گراف از مرتبه 8 اگر درجه رأسی برابر 5 باشد آن‌گاه درجه این راس در گراف مکمل است.</p> <p>ب) با اضافه کردن یال به گراف 4-منتظم مرتبه 8، گراف کامل می‌شود.</p> <p>ج) برای این که حداقل 3 عدد طبیعی بر 5 باقی مانده یکسانی داشته باشند باید حداقل عدد طبیعی متفاوت داشته باشیم.</p> <p>د) با ارقام 2 و 2 و 5 و 5 و 5 می‌توان عدد 5 رقمی نوشت.</p> | ۱ |
| ۳ | <p>در سوالات چهار گزینه‌ای زیر گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>الف) هرگاه سال نو با روز سه شنبه آغاز شود در این سال 22 بهمن چه روزی است؟</p> <p>۱) شنبه ۲) یکشنبه ۳) دوشنبه ۴) پنجشنبه</p> <p>ب) با رقم های 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت که رقم 4 حداقل یک بار به کار رفته باشد؟</p> <p>۱) 320 ۲) 345 ۳) 300 ۴) 269</p> | ۱ |
| ۴ | فرض کنید a و b عددهایی حقیقی باشند ثابت کنید: $2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$ | ۰/۷۵ |
| ۵ | اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $a + p$ ثابت کنید: $(p \text{ و } a) = 1$ | ۰/۷۵ |
| ۶ | رقم یکان عدد $(3^{22} \times 5) + (7^{15} \times 9)$ را بدست آورید. | ۱ |
| ۷ | به ازای چند مقدار a عدد چهاررقمی $335a$ بر 4 بخش پذیر است؟ | ۱ |
| ۸ | <p>گراف مقابل را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) مرتبه، اندازه گراف را مشخص کنید.</p> <p>ب) رأس f با کدام رئوس مجاور است.</p> <p>ج) $N_G(a)$ و $N_G(c)$ را بنویسید.</p> <p>چ) یک مجموعه احاطه گر 4 عضوی بنویسید.</p> <p>ح) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید.</p> <p>خ) عدد احاطه گری این گراف را بیابید.</p> | ۲/۵ |



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|--|----------|---|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|
| ۱ | معادله همنهشتی $3a - 36 = 9a$ را حل کنید. | ۹ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | گراف G_9 را ترسیم کرده و عدد احاطه گری و یک γ -مجموعه بنویسید. | ۱۰ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | آیا می توان هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟ استدلال کنید. | ۱۱ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. الف) یک گراف ۹ رأسی که γ -مجموعه آن به اندازه یک باشد رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که γ -مجموعه آن به اندازه دو باشد رسم کنید. | ۱۲ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۲۵ | معادله $x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 11$ با شرط $(x_i \geq 1 : i = 1, 2, 3, 4)$ چند جواب دارد؟ | ۱۳ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۰/۷۵ | چهار گروه نوازنده موسیقی های سنتی قرار است در چهار روز متوالی (شنبه تا چهارشنبه) در چهار شهر مختلف برنامه اجرا کنند. یک برنامه زمانی ارائه کنید به طوری که هر گروه در هر مکان و در هر روز دقیقاً یک بار برنامه اجرا کنند. | ۱۴ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۰/۱۵ | شکل زیر را با پر کردن خانه های خالی به مربع لاتین تبدیل کنید. | ۱۵ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>۱</td> <td>۲</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>۳</td> </tr> </table> | ۱ | ۲ | | | ۲ | | | | | | | | | | | ۳ | |
| ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | چند عضو از مجموعه $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 4200\}$ نه بر ۷ بخش پذیر است و نه بر ۳. | ۱۶ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آنکه هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم) | ۱۷ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | ۵ نقطه داخل مربعی به ضلع ۴ سانتی قرار دارند، با استفاده از اصل لانه کبوتری ثابت کنید حداقل فاصله ی ۲ نقطه از این ۵ نقطه کمتر از $2\sqrt{2}$ است. | ۱۸ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | موفق و سربلند باشید. | جمع نمره | | | | | | | | | | | | | | | | |

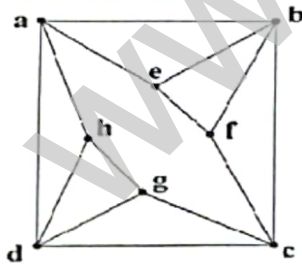
باسمه تعالی

| | | | |
|-----------------------|--------------------------|---------------------|--|
| تعداد صفحات: ۲ | تعداد سوال: ۱۸ | رشته: ریاضی و فیزیک | سوال امتحان راه نهایی درس: ریاضیات گسسته |
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۸ | ساعت شروع: ۸ صبح | نام و نام خانوادگی: |

معاونت آموزش متوسطه استان مازندران
http://motvasete-mazand.medu.ir

آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران

| ردیف | سوالت پاسخ نامه دارد. | نمره |
|------|---|---|
| ۱ | <p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر n برابر حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی باشد آنگاه $n + 1$ مربع کامل است.</p> <p>ب) اگر $n > 1$ عددی طبیعی باشد آنگاه $2^n - 1$ عددی اول است.</p> <p>ج) عدد احاطه گری گراف کامل ۵ رأسی برابر ۵ است.</p> <p>د) ۲ نفر به ۲۱۰ طریق می‌توانند در دو اتاق ۲ نفره و یک اتاق ۳ نفره قرار بگیرند.</p> | <p>د <input checked="" type="checkbox"/> ن <input type="checkbox"/></p> <p>د <input type="checkbox"/> ن <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>د <input checked="" type="checkbox"/> ن <input type="checkbox"/></p> <p>د <input type="checkbox"/> ن <input checked="" type="checkbox"/></p> |
| ۲ | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) در یک گراف از مرتبه ۸ اگر درجه راسی برابر ۵ باشد آن گاه درجه این راس در گراف مکمل $\dots\dots\dots$ است.</p> <p>ب) با اضافه کردن $\dots\dots\dots$ یال به گراف ۴ منتظم مرتبه ۸، گراف کامل می‌شود.</p> <p>ج) برای این که حداقل ۳ عدد طبیعی بر ۵ باقی مانده یکسانی داشته باشند باید حداقل $\dots\dots\dots$ عدد طبیعی متفاوت باشیم.</p> <p>د) با ارقام ۲ و ۵ و ۵ و ۵ می‌توان $\dots\dots\dots$ عدد ۵ رقمی نوشت.</p> | |
| ۳ | <p>در سوالات چهار گزینه‌ای زیر گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>الف) هرگاه سال نو با روز سه شنبه آغاز شود در این سال ۲۲ بهمن چه روزی است؟</p> <p>۱) شنبه ۲) یکشنبه ۳) دوشنبه ۴) پنجشنبه</p> <p>ب) با رقم های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت که رقم ۴ حداقل یک بار به کار رفته باشد؟</p> <p>۱) ۲۲۰ ۲) ۲۴۵ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۶۹</p> | |
| ۴ | فرض کنید a و b عددهایی حقیقی باشند ثابت کنید: $2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$ | ۰/۷۵ |
| ۵ | اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$ ثابت کنید: $(p, a) = 1$ | ۰/۷۵ |
| ۶ | رقم یکان عدد $(3^{22} \times 5) + (7^{15} \times 9)$ را بدست آورید. | ۱ |
| ۷ | به ازای چند مقدار a عدد چهاررقمی $\overline{335a}$ بر ۴ بخش پذیر است؟ | ۱ |
| ۸ | <p>گراف مقابل را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) مرتبه، اندازه گراف را مشخص کنید.</p> <p>ب) رأس f با کدام رئوس مجاور است. c و b و e</p> <p>ج) $N_G(a)$ و $N_G(c)$ را بنویسید.</p> <p>د) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید.</p> <p>ه) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید.</p> <p>و) عدد احاطه گری این گراف را بیابید.</p> | ۲/۵ |



$p=8 \quad q=14$

$N_G(a) = \{b, e, h, d\}$

$N_G(c) = \{c, d, g, f, b\}$

$\{c, h, f, g\}$

صفحه $\{a, c\}$

$\lfloor \frac{n}{n+1} \rfloor \leq \gamma$ $\lfloor \frac{n}{n+1} \rfloor < \gamma$ $2 \leq \gamma$

$(\gamma = c)$

$$r(a^r + b^r) > (a+b)^r$$

$$r a^r + r b^r > a^r + b^r + r a b$$

$$a^r + b^r > r a b \rightarrow a^r + b^r - r a b > 0 \rightarrow (a-b)^r > 0$$

p دونه

$$p \nmid a \rightarrow (p, a) = 1$$

فرض کنیم $(p, a) = d$ داریم:

$$(p, a) = d \rightarrow \begin{cases} d \mid p \xrightarrow{d \nmid p} d=1 \text{ یا } d=p \\ d \mid a \end{cases}$$

اگر $d=p$ $\rightarrow p \mid p$ \rightarrow فرض تناقض دارد.

$d=1 \rightarrow (p, a) = 1$

$$(\sqrt{10} \times 9) + (\sqrt{22} \times 0) \stackrel{?}{=} \sqrt{10} + \sqrt{22} \stackrel{?}{=} \sqrt{2} \quad (4)$$

فرض کنیم $\sqrt{10} \equiv -1$ و $\sqrt{22} \equiv -1$

تو $\sqrt{10} \times 9 \equiv -9$ و $\sqrt{22} \times 0 \equiv 0$

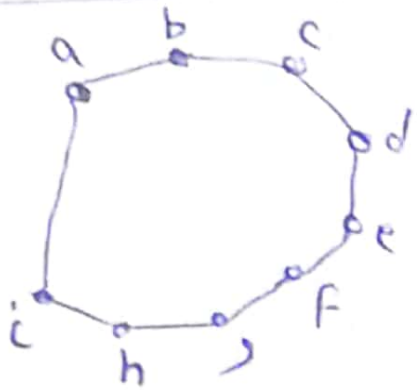
پس $\sqrt{10} \times 9 + \sqrt{22} \times 0 \equiv -9$

اما $\sqrt{10} + \sqrt{22} \equiv -1 + -1 = -2$

پس $-9 \not\equiv -2$ پس فرض ما نادرست است.

$$9a \equiv 14 - 12a \xrightarrow{+12a} 13a \equiv 14 \xrightarrow{(13, 12) = 1} \frac{13a}{13} \equiv \frac{14}{13} \quad (9)$$

$$a \equiv 12 \rightarrow a = 12k + 12$$



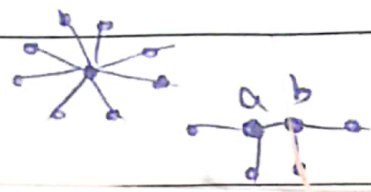
$$\begin{bmatrix} n \\ n+1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 \\ k+1 \end{bmatrix} = 12$$

$$\gamma = \{a, d, g\}$$

(11) $A = \{ \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n \}$ یک مجموعه احاطه را تشکیل می‌دهد. $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ را در نظر بگیرید. اگر با حذف آن، هنوز مجموعه احاطه را تشکیل می‌دهد، آن را حذف می‌کنیم. در نهایت به دست می‌آید مجموعه احاطه A که $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ را شامل می‌شود. باز هم به غیر سیال بودن مجموعه، حداقل یک عضو نیست. $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ را حذف کنید، هنوز مجموعه احاطه را تشکیل نمی‌دهد.

به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

الف) یک گراف ۹ راسی که ۷- مجموعه آن به اندازه یک باشد رسم کنید.
 ب) یک گراف ۶ راسی که ۷- مجموعه آن به اندازه دو باشد رسم کنید.



حالت اول: $n_r = 1 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 11 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 8$

$$\binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6 \times 5}{2 \times 1} = 21$$

(۱۳)
 $\binom{8-1}{3-1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{2 \times 1} = 21$

حالت دوم: $n_r = 2 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 11 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 9$

$$\binom{9-1}{3-1} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7 \times 6}{2 \times 1} = 28$$

حالت سوم: $n_r = 3 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 11 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 8$

جواب $\boxed{21 + 28 = 49}$