

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۳۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:		پایه دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱/۲۷	تعداد صفحات: ۲
دانش آموزان نوبت خردادماه سال ۱۴۰۲ (شبه نهایی)		اداره کل آموزش و پرورش استان البرز		
ردیف	سؤالات	نمره		
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را معین کنید. الف) در بازه $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ مقدار $\tan \theta$ از مقدار $\sin \theta$ کوچکتر است. ب) تابع تانزانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. پ) اگر تابع f در هر نقطه اکسترمم نسبی مشتق پذیر باشد. آنگاه مشتق تابع f در این نقاط صفر می شود. ت) اگر علامت f' در بازه ای منفی باشد، آنگاه تابع f بر آن بازه اکیداً نزولی است.	۱		
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمات مناسب پر کنید. الف) اگر تابعی در یک فاصله هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع در آن فاصله است. ب) هر تابع اکیدا صعودی، خود یک تابع است. پ) برد تابع $y = \tan x$ برابر است. ت) اگر تابع $y = f(x)$ در بازه $[a, b]$ صعودی باشد، علامت مشتق تابع f در این بازه است.	۱		
۳	اگر نمودار f به صورت مقابل باشد. نمودار $y = f(x-1) + 2$ زیر را رسم کنید و دامنه و برد آنها را بنویسید.	۱		
۴	در چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ مقدار a و b را چنان بیابید که باقیمانده ی تقسیم آن بر $x-1$ برابر ۴ بوده و بر $x+2$ بخش پذیر باشد.	۱		
۵	نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه ی $y = a \sin bx + c$ است. مقادیر a و b و c را مشخص نمایید.	۰/۵		
۶	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0$ را بیابید.	۰/۷۵		
۷	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2x^4}{x^3 - 8}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + (2x + 1)^2}{2x^2 - (x - 1)^2}$	۱/۵		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲		رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۳۰ دقیقه										
نام و نام خانوادگی :		پایه دوازدهم	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۱/۲۷	تعداد صفحات : ۲										
دانش آموزان نوبت خردادماه سال ۱۴۰۲ (شبه نهایی)		اداره کل آموزش و پرورش استان البرز												
ردیف	سؤالات			نمره										
« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »														
۸	مجانب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{x^2+x}{1-x^2}$ را در صورت وجود بیابید.													
۹	نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب ارائه شده در جدول نظیر کنید.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰/۵</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۰/۵</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> 			شیب	نقطه	۰		۲		۰/۵		-۰/۵	
شیب	نقطه													
۰														
۲														
۰/۵														
-۰/۵														
۲/۵	<p>الف) نمودار تابع f را رسم کنید.</p> <p>ب) نشان دهید $f'(0)$ و $f'(2)$ وجود ندارند.</p> <p>پ) مشتق پذیری تابع f را در بازه $[0, 2]$ و $(-1, 1)$ بررسی کنید.</p> <p>ت) ضابطه ی f' را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.</p>													
۲/۵	<p>مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست.)</p> <p>الف) $y = (x^3 + x - 2)(\sqrt{2x - 5})$</p> <p>ب) $y = \left(\frac{1}{x^2} + x^5 - \sqrt{x}\right)^3$</p> <p>پ) $y = \tan 3x + \cos x^2$</p>													
۱	<p>در تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{x}{x-1}$، آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه ی $[2, 5]$ با آهنگ لحظه ای تغییر تابع در نقطه به طول $(2, 5) \in x$ برابر است. x را بیابید.</p>													
۱/۲۵	<p>اکستریم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 2]$ مشخص کنید.</p>													
۱/۵	<p>اگر نقطه $(1, -1)$ نقطه عطف منحنی $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ باشد. a و b را به دست آورید.</p>													
۲/۵	<p>جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x+2}{x-1}$ را رسم کنید.</p>													
۲۰	موفق باشید													

ياسخ تسريحي كسابان ۲

رشته، يافى فيزيك

تاريخ ۲۷، ۱، ۱۴۰۲

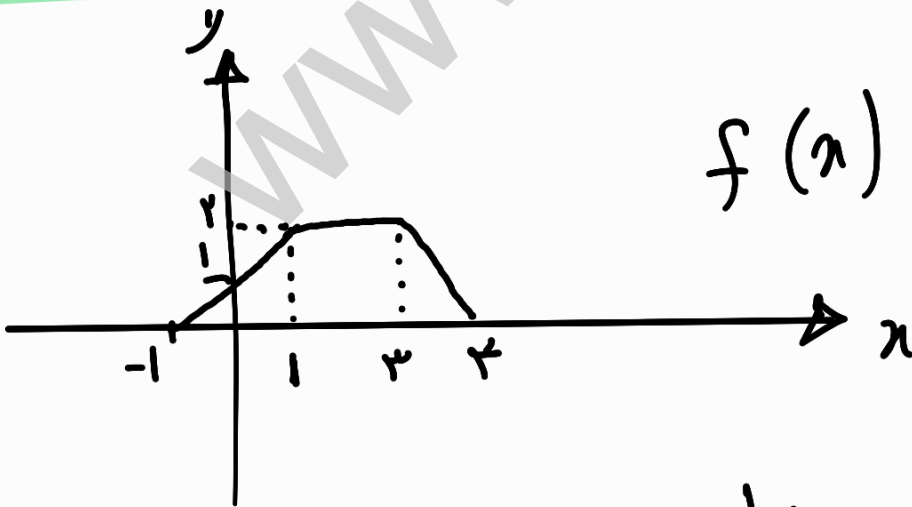
استان البوز

عليرضا زارعي

۳۷۷۰۲۱۰۵۱۴

- ①
- الف) نادرست
- ب) درست
- پ) درست
- ت) درست

- ②
- الف) ثابت
- ب) یک به یک (می‌شگفت اکیدا یکنوا)
- پ) ۱۱ (اعداد حقیقی)
- ت) مثبت یا منفی



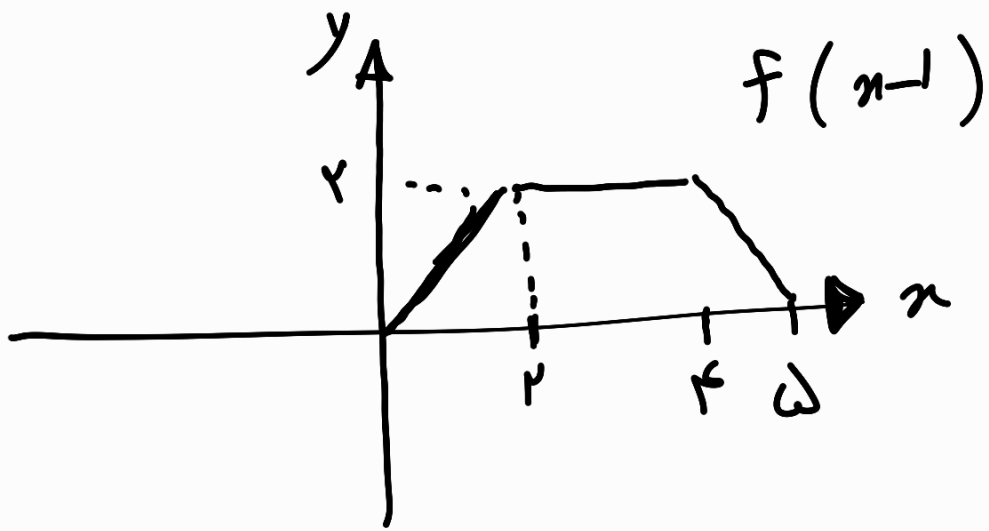
$f(x)$

$D_f = [-1, 4]$

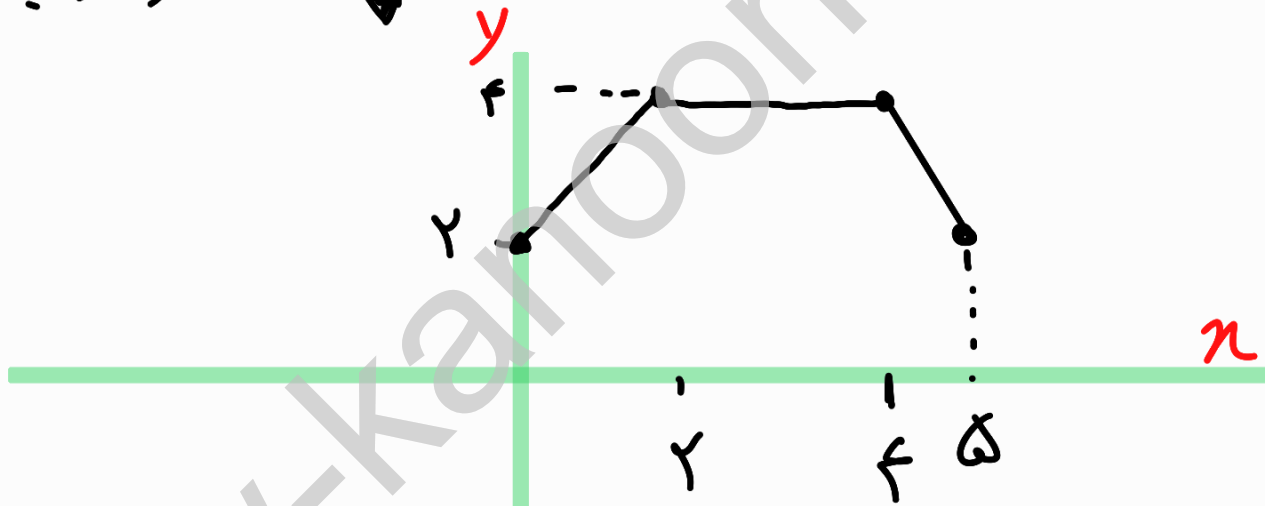
$R_f = [0, 2]$

↓

یک واحد به سمت راست



۲ واحد به سمت بالا



$$D_y = \begin{bmatrix} 0 & a \end{bmatrix}$$

$$R_y = \begin{bmatrix} 2 & c \end{bmatrix}$$

با عدد $p(1) = 4$ با عدد $p(-2) = 0$

(4)

تا شروع صورت سؤال بد قرار شود.

$$p(1) = 1 + a + 1 + b = a + b + 2$$

$$a + b + 2 = 4 \Rightarrow a + b = 2 \quad (I)$$

$$p(-2) = -1 + 2a - 2 + b$$

$$2a + b - 1 = 0$$

$$2a + b = 1 \quad (II)$$

(I) و (II)

\Rightarrow

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 2a &= 1 \\ a &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$b = \frac{3}{2}$$

د

$$f(0) = 2$$

$$a \sin(0) + c = 2 \implies 0 + c = 2$$

$$c = 2$$

$$|a| + c = d$$

مقدار

$$|a| + 2 = d$$

$$|a| = 2 \implies a = \pm 2$$

از طرفی $\pi = 4\pi$

$$\pi = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi$$

$$|b| = \frac{1}{2} \implies b = \pm \frac{1}{2}$$

اما با توجه به شکل نمودار، a و b هم علامت هستند

یعنی اگر $a=1$ باشد $b=\frac{1}{2}$ است.

طبق اتحاد داریم $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ (4)

$$2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0$$

$$2 - 2 \cos^2 x - 3 \cos x = 0$$

$$2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$$

$$t = \cos x \implies 2t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(2)(-2)$$

$$\Delta = 25$$

$$t_1 = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{1}{2}$$

$$t_2 = \frac{-3 - 5}{4} = -2 \text{ (غیرممکن)}$$

$$\cos x = \frac{1}{r} = \cos \frac{r}{x}$$

$$x = rk\pi \pm \frac{r}{x} \quad k \in \mathbb{Z}$$

(الف)

$$\lim_{x \rightarrow r^-} \frac{-rx^r}{x^r - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow r^-} \frac{-r}{0^+} = +\infty$$

(ب)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r + (r+1)}{rx^r - (x-1)^r}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r + rx^r}{rx^r - x^r}$$



$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r}{x} = \alpha$$

$$|1 - x^2| = 0 \Rightarrow x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

اما $x = -1$ یک ساده صورت هم هست

پس بجانب قائم نیست.

بجانب قائم $\Leftarrow x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x} = -1$$

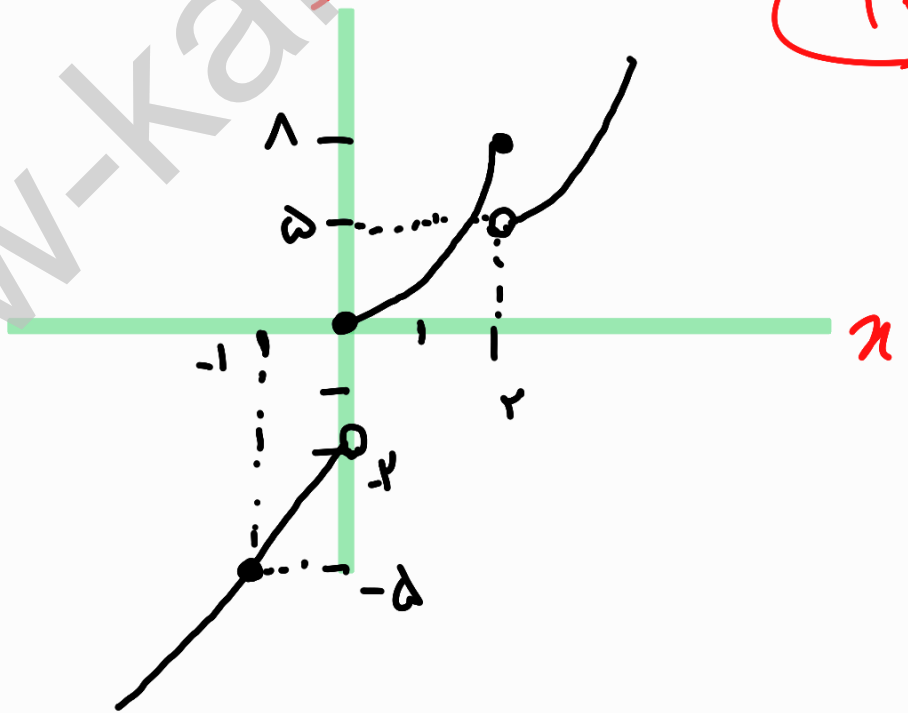
پس $y = -1$ بجانب افقی است.

9

نسب	نقطه
0	D
2	C
0/5	B
-0/5	A

10

(الف)



(ب)

بررسی پیوستگی $x=0$

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$

برابر نیستند

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -2$$

سوی چپ پیوسته

نیست و مشتق وجود ندارد

هم نیست.

$$x=2 \implies f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty$$

برابر نیستند پس پیوسته نیست و مشتق ندارد.

در بازه‌ی $(0, 2)$ تابع مشتق پذیر است و مشتق آن $y = 2x^2$ است.

در $n=0$ بیوستگی راست دارد و

و مشتق راست آن موجود است و

در $n=2$ بیوستگی بی دارد و مشتق

بی آن موجود است

پس در بازوی $[0, 2]$ مشتق پذیر

است.

در $(-1, 1)$ نقطه‌ای ξ را داریم

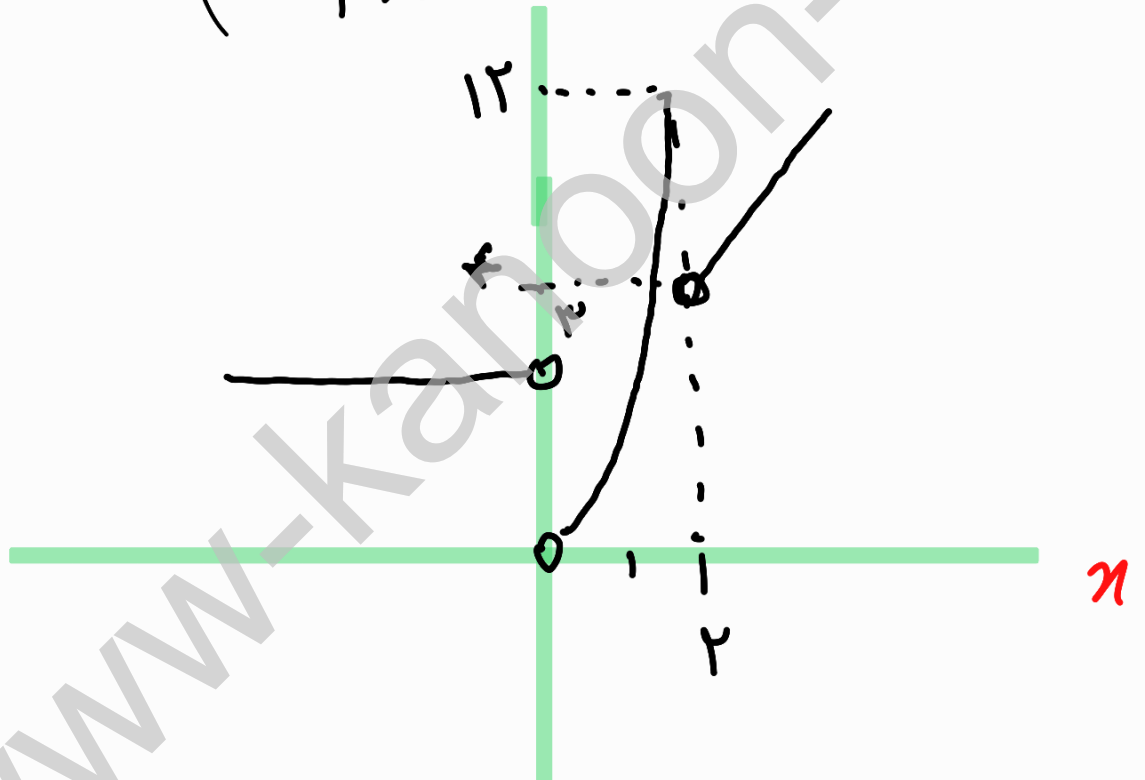
که تابع در آن نقطه ناپدید شده و

مشتق ناپذیر است پس در این بازه

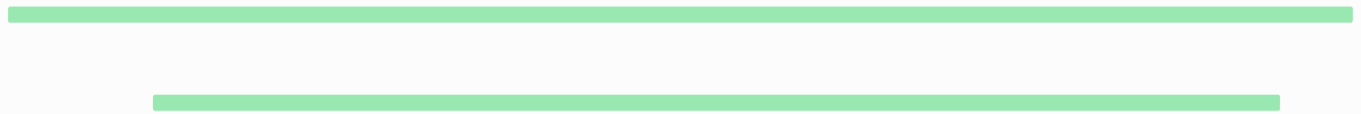
تابع مشتق پذیر نیست.

10

$$f'(x) = \begin{cases} \epsilon & x < 0 \\ \epsilon x^\gamma & 0 < x < \gamma \\ \gamma x & x > \gamma \end{cases}$$



www.karoon.ir



(الف)

$$y' = (x^r + 1) (\sqrt{2x-d}) + \frac{r}{r\sqrt{2x-d}} (x^r + x - r)$$

(ب)

$$y' = r \left(\frac{1}{x^r} + x^d - \sqrt{x} \right) \left(\frac{r}{x} + dx^r - \frac{1}{r\sqrt{x}} \right)$$

(ج)

$$y' = r (1 + \tan^r x) - rx \sin x^r$$

التفاضل متوسط = $\frac{f(d) - f(r)}{d - r}$

$$= \frac{\frac{d}{d-1} - \frac{r}{r-1}}{d-r} = \frac{\frac{d}{r} - r}{r}$$

$$= \frac{x^{r-1}}{x} = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{x-1 - (x)}{(x-1)^r} = \frac{-1}{(x-1)^r}$$

$$f'(x_0) = \frac{-1}{(x_0-1)^r}$$

$$\frac{-1}{(x_0-1)^r} = \frac{-1}{x} \Rightarrow (x_0-1)^r = x$$

$$x_0 - 1 = \pm x^{\frac{1}{r}}$$



$$x_0 = x$$

خ. ق. ق. ۱ $x_0 = -1$

$$f'(x) = 4x^2 + 4x - 12$$

13

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4(x^2 + x - 3) = 0$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array} \right.$$

ع. ق. ق. $x = -2$

$$f(-1) = -1 + 3 + 12 = 14$$

$$f(2) = 16 + 12 - 24 = 4$$

$$f(1) = 1 + 3 - 12 = -8$$

مطلق ← $(-1, 14)$ ما لزیور

مطلق ← $(1, -8)$ مینیمم

$$f'(x) = 2x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 4x + 2a$$

$$A(-1, 1) \Rightarrow f''(-1) = 0$$

نقطہ پتہ

$$-4 + 2a = 0$$

$$a = 2$$

از طرفی مختصات نقطہ A در معادله ی تابع

صدق می کند

$$f(-1) = 1 \Rightarrow -1 + a - b - 1 = 1$$

$$a = 2 \Rightarrow$$

$$1 - b = 1$$

$$\Rightarrow$$

$$b = 0$$

۱۵

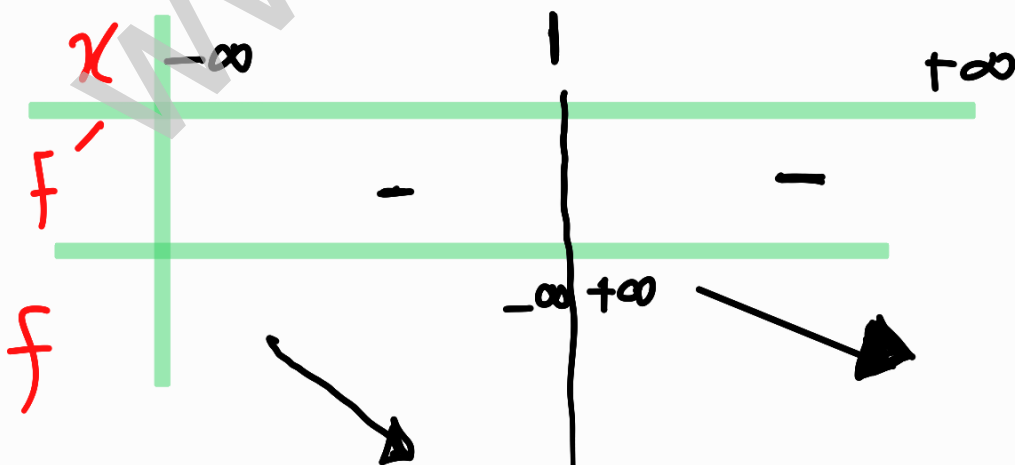
$x=1$ جانب قائم است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x-1} = 1$$

$y=1$ جانب افقی است.

$$f'(x) = \frac{x-1 - x-2}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) < 0$$



$$f(-2) = 0$$
$$f(0) = -2$$

