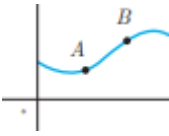
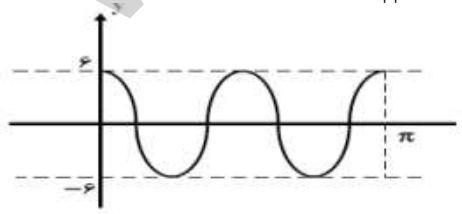


تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۱/۲۶	بسمه تعالی	سؤالات شبه نهایی درس : حسابان ۲
زمان امتحان : ۱۲۰ دقیقه	آموزش و پرورش استان کرمانشاه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه رشته ریاضی فیزیک
تعداد صفحات : ۲ صفحه	مرکز سنجش و پایش کیفیت	نام و نام خانوادگی :
تعداد سؤالات : ۱۷	آموزشی (نوبت صبح)	دانش آموزان سراسر استان در فروردین ۱۴۰۲

امام علی (ع) فرمود: کسی که با دانش خود به پیکار با جهل خویش برخیزد، به بالاترین خوشبختی می رسد.

ردیف	متن سؤالات صفحه ی اول	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع <math>f(x) = x^2 - 6x</math> روی بازه ی <math>[-3, 0]</math> اکیدا صعودی است.</p> <p>ب) نقاطی به فرم <math>x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}</math> در دامنه تابع تنازنت قرار ندارند.</p> <p>پ) در شکل روبرو شیب خط مماس در نقطه A بیشتر از نقطه B است.</p>  <p>ت) اگر <math>x = c</math> طول اکسترمم نسبی تابع <math>f(x)</math> باشد و <math>f'(c)</math> موجود باشد آنگاه <math>f'(c) = 0</math> است.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر <math>f'(1) = 2</math> و <math>g'(1) = -3</math> باشد، حاصل <math>(3f + g)'(1)</math> برابر با . . . است.</p> <p>ب) در یک تابع مشتق پذیر، هر نقطه ای که در آن جهت تقعر تابع عوض شود آن نقطه . . . . . تابع است.</p>	۱
۳	<p>با کمک رسم نمودار تابع <math>y = \sqrt{x}</math>، نمودار تابع با ضابطه ی <math>f(x) = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}</math> را رسم کنید.</p>	۰/۷۵
۴	<p>چند جمله ای <math>x^6 - 1</math> را به عامل <math>x - 1</math> تجزیه کنید.</p>	۰/۷۵
۵	<p>صعودی یا نزولی بودن تابع <math>f(x) = -2(x-1)^3 - 1</math> را بررسی کنید.</p>	۰/۷۵
۶	<p>شکل مقابل نمودار تابع <math>y = a \cos(bx)</math> است. مقدار تابع را در نقطه <math>x = \frac{7\pi}{12}</math> محاسبه کنید.</p> 	۱
۷	<p>معادله مثلثاتی <math>\sin^2 x = \cos^2 x + 1</math> را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.</p>	۰/۷۵
۸	<p>حدود زیر را محاسبه کنید.</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{x^2 - 4}</math></p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{ 9 - x^2 }{x - 3}</math></p>	۱

بارم	متن سؤالات صفحه ی دوم	ردیف
۱	<p>اگر نمودار تابع <math>f(x)</math> به صورت مقابل باشد، نمودار تابع <math>g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{f(-x)}}</math> در اطراف نقطه ی <math>x = -1</math> به چه صورت است؟ دلیل بیاورید.</p> <p>(الف) تعریف نشده (ب) (ج) (د)</p>	۹
۰/۵	مجانِب های افقی تابع $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+x}$ را در صورت وجود بیابید.	۱۰
۱	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^2 + 3$ ، در نقطه ای به طول ۲- را بنویسید.	۱۱
۱/۵	مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 + x $ را در نقطه ای به طول $x = -1$ بررسی کنید.	۱۲
۲/۲۵	<p>مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن لازم نیست)</p> <p>الف) <math>\frac{(2x^2-4)(2x-5)^3}{1-x}</math></p> <p>ب) <math>\tan^2(2x) - 2\sin\sqrt{x}</math></p>	۱۳
۱/۵	<p>یک توده باکتری پس از <math>t</math> ساعت دارای جرم <math>g(t) = t^2 + 2t</math> است.</p> <p>نسبت آهنگ متوسط تغییر جرم باکتری در بازه زمانی <math>1 \leq t \leq 1.2</math> به آهنگ لحظه ای تغییر جرم در <math>t = 1</math> را به دست آورید.</p>	۱۴
۱/۵	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 2 \\ 4-x & x \geq 2 \end{cases}$ را در صورت وجود بیابید.	۱۵
۱/۵	<p>اگر قاعده ی مثلث مقابل ۳۶ و ارتفاع آن ۱۲ باشد، بیشترین مساحت مستطیل رنگی چقدر است؟</p>	۱۶
۲/۲۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{-x}{x+3}$ را رسم کنید.	۱۷
۲۰نمره	جمع بارم	سربلندی شما آرزوی ماست.

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱/۲۶	بسمه تعالی	راهنمای تصحیح درس حسابان ۲
زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه	آموزش و پرورش استان کرمانشاه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
تعداد صفحات: صفحه	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	
تعداد سوالات: ۱۷	(نوبت صبح)	دانش آموزان سراسر استان در فروردین ۱۴۰۲

- ① (الف) نادرست (۲۵٪)      (ب) درست (۲۵٪)
- (ب) نادرست (۲۵٪)      (ت) درست (۲۵٪)

- ① (الف) ۳ (۲۵٪)
- (ب) نقطه عطف (۲۵٪)

①/۷۵

۳- تعیین راسه ← (۲۵٪)  $\Rightarrow \sqrt{x} \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$

$$f(x) = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \neq 0$$

$$f(x) = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \times \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = \frac{(1-x)(1+\sqrt{x})}{(1-x)} = 1+\sqrt{x} \quad (۲۵٪)$$

رسم نمودار (۲۵٪)

①/۷۵

$$x^7 - 1 = (x-1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \quad -۴$$

(۲۵٪)      (۲۵٪)

①/۷۵

۵-  $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - 1 < x_2 - 1 \Rightarrow$

$$(x_1 - 1)^3 < (x_2 - 1)^3 \Rightarrow -2(x_2 - 1)^3 < -2(x_1 - 1)^3 \quad (۲۵٪)$$

$$-2(x_2 - 1)^3 - 1 < -2(x_1 - 1)^3 - 1$$

$$f(x_2) < f(x_1) \quad (۲۵٪)$$

ابتدا نزولی

①

$$T = \frac{\pi}{f} = \frac{2\pi}{|b|}$$

(1/50)

$$(x = \pi |b| \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{x} \quad (1/50) \quad -4$$

$$y_{\max} = |a| + C \Rightarrow y = |a| \Rightarrow a = y \quad (1/50)$$

$$f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{11}\right) = 4 \cos\left(\sqrt{\pi} \times \frac{\sqrt{\pi}}{11}\right) = 4 \cos\left(\frac{\sqrt{\pi}}{11}\right) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{11}\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \quad (1/50)$$

(1/50)

$$\sin^2 x = \cos^2 x + 1 \Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = 1 \quad -1$$

$$-\cos^2 x = +1 \quad (1/50)$$

$$\cos^2 x = -1 = \cos \pi \quad (1/50) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \pi$$
  
$$x = k\pi \quad (1/50)$$

①

$$\text{ا) } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|9-x^2|}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-(9-x^2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = 6 \quad (1/50) \quad -1$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{x^2-4} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \end{cases} \quad \text{موجود نیست} \quad (1/50)$$

①



(1/50)  $f(-x)$  رسم بنماز

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 0^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt{\frac{-2}{0^-}} = +\infty \quad (1/50)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \sqrt{\frac{-2}{0^+}} \quad \text{تعریف نیست} \quad (1/50)$$

باتوجه به تحلیل نمودار  $x = -1$  مجانب قائم است و (سمت راست -1) است پس گزینش "ب" صحیح است. (1/50)

(10)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2(\frac{1}{x^2} + 1)}{x^2(1 + \frac{1}{x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \quad (10) \quad -10$$

(10) . بجانب انتی تابع f(x) است .

1

$$x = -r \rightarrow f(-r) = v \Rightarrow (-r, v) \in f \quad (10) \quad -11$$

$$m = f'(-r) = \left. \frac{dx}{dy} \right|_{x=-r} = -r \quad (10)$$

$$y = mx + b \Rightarrow y = -r(x + b) \xrightarrow{(-r, v)} v = -r(-r + b) \quad (10)$$

$$\Rightarrow v = r + b \Rightarrow \underline{b = -1} \Rightarrow y = -r(x - 1) \quad \text{معادله خط مستقیم}$$

(10)

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad (10) \quad -12$$

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2 + x| - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2 + x|}{x + 1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1 & (10) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1 & (10) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f'_+(-1) &= 1 \\ f'_-(-1) &= -1 \end{aligned} \Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1) \quad \text{در } x = -1 \text{ مشتق یکتا نیست.} \quad (10)$$

(10)

$$\begin{aligned} \text{الف) } & \frac{((rx^r - c)(x-a)^r)' \cdot x(1-x) - (1-x)' \cdot (rx^r - c)(x-a)^r}{(1-x)^2} \quad (10) \quad -13 \\ & = \frac{rx(rx-a)^r + r(rx-a)^{r-1} \cdot r \cdot x(rx^r - c) \cdot x(1-x) + 1 \cdot (rx^r - c)(x-a)^r}{(1-x)^2} \end{aligned}$$

$$\rightarrow) \underbrace{2 \tan^2 x \times (1 + \tan^2 x) \times 2}_{(15)} - \underbrace{\frac{2}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}}_{(15)}$$

(110)  $\frac{\Delta g}{\Delta t} = \frac{g(1,2) - g(1)}{1,2 - 1} = \frac{2 \cdot 1,2 - 2}{1} = \frac{2,4 - 2}{1} = \frac{0,4}{1} = 0,4, 1 \leq t \leq 1,2$  -14

$$g'(t) = 2t + 2 \Big|_{t=1} = 4 \quad (15)$$

$$\rightarrow \frac{\Delta g / \Delta t}{g'(t)} = \frac{0,4}{4} = 0,1 \quad (15)$$

(110)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 2 \\ \varepsilon - x & x \geq 2 \end{cases}$  -15 راه حل اول:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & 0 < x < 2 \\ -1 & x > 2 \end{cases} \quad (15)$$

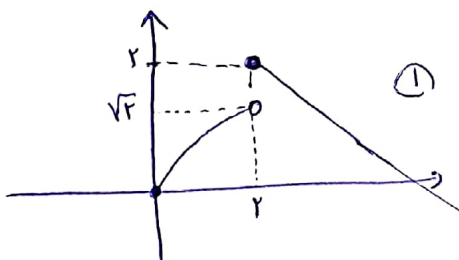
x	0	2
y	$\infty$	$+$ $\infty$ $-$
y	0	$\nearrow$ 2 $\searrow$

(15)

( $\infty$ : تعریف نشود)

(15) با توجه به جدول تعیین علامت نقطه‌ی (2,2) ماکزیمم نسبی است و ماکزیمم مطلق نیز نیست.

راه حل دوم : بارسم نمودار

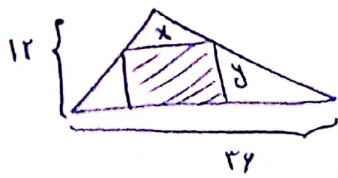


با توجه به نمودار نیز مشخص است که نقطه‌ی (2,2) ماکزیمم نسبی و مطلق است. (15)

ماکزیمم نسبی و مطلق است. (15)



(110)



باب کارتری قضاة :  $\frac{12-y}{12} = \frac{x}{24}$  (1/25) -14

$\Rightarrow 3(12-y) = x$

(1/20)  $24 - 3y = x$  \*

مساحة  $S = xy = (24 - 3y)y = 24y - 3y^2$  (1/20)

$S' = 0 \rightarrow 24 - 6y = 0 \Rightarrow 24 = 6y \Rightarrow y = 4$  (1/20)

\*  $x = 24 - 3 \times 4 = 24 - 12 = 12$  (1/20)

$\rightarrow S_{max} = xy = 12 \times 4 = 48$  بهترین حالت (1/20)

(115)

$D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$

$f(x) = \frac{-x}{x+3}$  -17

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$  جانب افقی (1/25)

$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -\infty \end{array} \right. \rightarrow x = -3$  جانب عمودی (1/25)

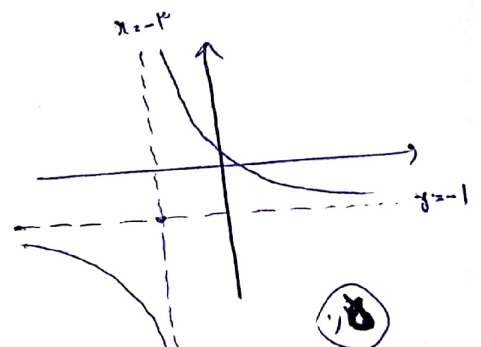
$x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow$  عمل بر محور با محورها (1/25)

$f'(x) = \frac{-3}{(x+3)^2} < 0$

$f''(x) = \frac{6}{(x+3)^3}$

$\Rightarrow$

x	$-\infty$	$-3$	$0$	$+\infty$
$f'$	-	-	-	-
$f''$	(-)	(+)	(+)	
y	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$



همکار برای حسین نباشد

(1/25)

(1/25)