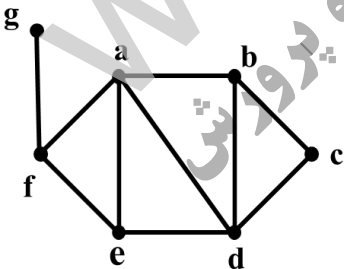


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+2, 3m+1)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه‌گری P_1 برابر عدد ۳ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در یک گراف از مرتبه p ، اگر $\chi(G) = 1$ باشد، در این صورت حداقل تعداد یالها برابر است. ب) در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر است. ج) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است.	۱/۵
۳	اگر x, y, z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$	۰/۷۵
۴	اگر $a 2m+3$ و $a m+7$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟	۱
۵	باقی‌مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می باشد، باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل)	۱/۵
۶	در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می باشد؟ (با راه حل)	۱/۲۵
۷	به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)	۱
۸	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف \bar{G} (مکمل گراف G) را مشخص کنید.	۰/۷۵



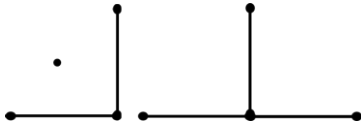
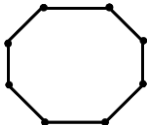
«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۹	گراف زیر را در نظر بگیرید. الف) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه گری گراف ۲ خواهد شد؟	۱/۵
۱۰	الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد. ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد.	۱
۱۱	الف) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. ب) این گراف چند γ -مجموعه دارد؟	۱/۷۵
۱۲	اگر داشته باشیم $A = \{۷, ۸, ۹\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کارکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟	۰/۷۵
۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.	۱/۵
۱۵	چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخ نهایی نمی باشد)	۱/۵
۱۶	حداقل افراد شرکت کننده در یک همایش چند نفر باشند، تا با اطمینان بتوان گفت که ۵ نفر از آن ها در یک ماه متولد شده اند و رقم یکان کد ملی آنها زوج است.	۱/۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳)	۱
۲	الف) $p-1$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) ب) ۴ (۰/۵) (صفحه ۶۳) ج) $\frac{5!}{2!} = 60$ (۰/۵) (صفحه ۷۸)	۱/۵
۳	همواره بدیهی است (صفحه ۸) $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x-y)^2}_{(0/25)} + \underbrace{z^2 + 1}_{(0/25)} \geq 0$	۰/۷۵
۴	(صفحه ۱۱) $\begin{cases} a 2m+3 \\ a m+7 \end{cases} \xrightarrow[\cdot(0/25)]{\times 2} \begin{cases} a 2m+3 \\ a 2m+14 \end{cases} \xrightarrow[\cdot(0/25)]{a 11} a 11 \rightarrow a=1, a=11$	۱
۵	(صفحه ۱۶) $\begin{cases} a = 5q_1 + 4 \quad (0/25) \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q_1 + 16 \quad (0/25) \\ a = 4q_2 + 3 \quad (0/25) \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q_2 + 15 \quad (0/25) \end{cases}$ $\xrightarrow{-} a = 20q' - 1 \quad (0/25) \rightarrow a = 20q'' + 19 \quad (0/25)$	۱/۵
۶	(صفحه ۲۸) $15x \equiv 7 \pmod{19} \xrightarrow{\cdot 19} 15x \equiv 45 \pmod{19} \xrightarrow{(15,19)=1} x \equiv 3 \pmod{19}$ $\rightarrow x = 19k + 3 \quad (0/25) \xrightarrow{k=5} x = 98 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۷	(صفحه ۴۰) $\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \quad (0/25) \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 \quad (0/5)$	۱
۸	الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) ب) $abdefa$ یا $abcdea$ (۰/۲۵) ج) ۴ (صفحه ۴۱) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۹	الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) ج) fh (صفحه ۴۷) (۰/۵) در قسمت الف و ب و ج به پاسخ های درست دیگر نمره تعلق بگیرد.	۱/۵
۱۰	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳)	۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۷۵	<p>الف) می دانیم $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left\lfloor \frac{8}{5+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی مجموعه ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه گر برای گراف (G) می باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) ۳ (۰/۵) (فعالیت صفحه ۵۰)</p>	۱۱
۰/۷۵	<p>(۰/۷۵) $\binom{3}{2} \times \binom{6}{4} \times 6!$ (صفحه ۷۱)</p>	۱۲
۱/۷۵	<p>(صفحه ۷۱) $\begin{cases} x_f = 0 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 10 \xrightarrow{(0/25)} \binom{12}{2} = 66 \quad (0/25) \\ x_f = 1 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 8 \xrightarrow{(0/25)} \binom{10}{2} = 45 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow 66 + 45 = 111 \quad (0/25)$</p>	۱۳
۱/۵	<p>(صفحه ۷۲) $\begin{matrix} \begin{array}{c ccc} & a & b & c \\ \hline \text{شنبه} & 1 & 2 & 3 \\ \text{یکشنبه} & 3 & 1 & 2 \\ \text{دوشنبه} & 2 & 3 & 1 \end{array} & \text{و} & \begin{array}{c ccc} & a & b & c \\ \hline \text{شنبه} & 1 & 3 & 2 \\ \text{یکشنبه} & 2 & 2 & 1 \\ \text{دوشنبه} & 2 & 1 & 3 \end{array} & \rightarrow & \begin{array}{c ccc} & a & b & c \\ \hline \text{شنبه} & 11 & 23 & 32 \\ \text{یکشنبه} & 33 & 12 & 21 \\ \text{دوشنبه} & 22 & 31 & 13 \end{array} \\ (0/5) & & (0/5) & & (0/5) \end{matrix}$</p> <p>به مربع های لاتین متعامد صحیح دیگر نمره تعلق بگیرد.</p>	۱۴
۱/۵	<p>$S = 5^4$ (۰/۲۵) تعداد کل رمزها</p> <p>$A = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۳</p> <p>$B = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲</p> <p>$A \cap B = 3^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳</p> <p>$\bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵)</p>	۱۵

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره
۱۶	<p>اگر افراد جامعه را به دو دسته افراد با کد ملی زوج و فرد دسته بندی کنیم. برای افراد با کد ملی زوج ۱۲ ماه سال را به عنوان ۱۲ لانه در نظر می گیریم. (۰/۲۵) $۱۲ = \text{تعداد ماه ها} = \text{تعداد لانه ها}$</p> <p>$k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰/۲۵) تعداد کبوترها $=nk+1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow[k=4]{n=12} 12 \times 4 + 1 = 49$ (۰/۵)</p> <p>اگر تعداد افراد با کد ملی فرد را m نفر در نظر بگیریم، حداقل $m+49$ نفر باید در همایش حضور داشته باشند. پس با مقادیر مختلف m مساله بیشمار جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه ۸۳)</p> <p>با توجه به باز پاسخ بودن سوال از لحاظ پاسخ دهی دانش آموزان، مصححین محترم برای پاسخ های مناسب دیگر نمره تعلق بگیرد.</p>		۱/۵
جمع نمره			۲۰