

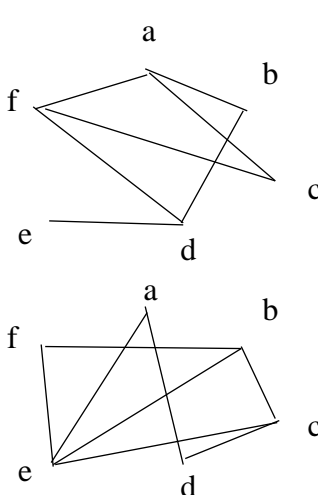
سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲		اداره کل آموزش و پرورش فارس	

ردیف	سؤالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۱	کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف) برای هر عدد طبیعی n آنگاه $2^n + 3$ عددی اول است. ب) اگر $a b$ و $a c$ آنگاه $a bc$. پ) معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) c$.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عبارت های مناسب تکمیل کنید. الف) اگر $a \in \mathbb{Z}$ حاصل $(16a^4 و [2a^2 و 4a^3])$ برابر است با ب) دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود پ) تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ای ۲ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر است با	۰/۷۵
۳	اگر $\sqrt{2}$ گنگ و $\frac{a}{3}$ گویا باشند با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{2} + \frac{a}{3}$ گنگ است.	۱
۴	ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x و y داریم: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x + y) \geq 4$	۱
۵	اگر ۱۲ اردیبهشت در یک سال دوشنبه باشد، با استفاده از همنهشتی تعیین کنید ۱۷ شهریور ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟	۰/۷۵
۶	به چند طریق می توان با ۳۹۰۰۰ تومان تعدادی مداد ۲۰۰۰ تومانی و خودکار ۵۰۰۰ تومانی خرید. تمام حالت های ممکن را با تشکیل معادله سیاله خطی بدست آورید.	۱/۲۵
۷	گراف G با مجموعه رأس های $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ab, ac, af, bd, de, df, fc\}$ را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) گراف را رسم کنید. ب) $N_G[d]$ را مشخص کنید. پ) گراف مکمل را رسم کنید. ت) یک زیر گراف با مرتبه ۴ را رسم کنید.	۲
۸	در گراف G درجه همه رئوس ۴ و $q = 3p - 8$ می باشد. مرتبه و اندازه این گراف را به دست آورید.	۱
۹	گراف G_7 را رسم کرده و عدد احاطه گری آن را مشخص کنید	۱/۲۵

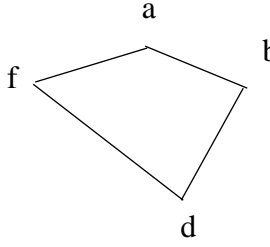
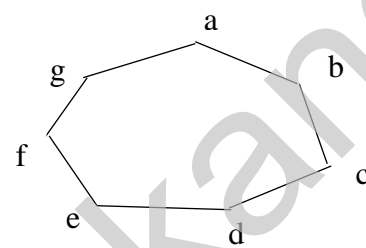
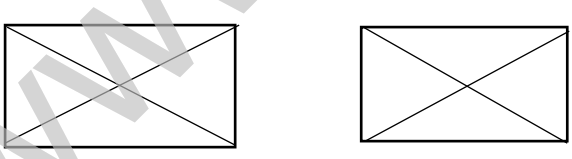
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴	پایه: دوازدهم
اداره کل آموزش و پرورش فارس		مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	

۱/۲۵		الف) گراف همبند را تعریف کنید ب) یک گراف ناهمبند 3 - منتظم مرتبه ۸ و اندازه ۱۲ رسم کنید	۱۰
۱/۵		با توجه به گراف مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد. ب) عدد احاطه‌گری گراف را مشخص کنید و ادعای خود را ثابت کنید.	۱۱
۱		تعداد حالتی که می‌توانیم ۹ نفر را در سه اتاق دو نفره، سه نفره و چهار نفره جای دهیم را به دست آورید	۱۲
۲		با استفاده از گل‌های مریم، رز و میخک چند دسته گل شامل ۸ شاخه می‌توان درست کرد به طوری که: الف) محدودیتی در استفاده از هر نوع گل نداشته باشیم؟ ب) حداقل سه شاخه گل رز استفاده شود؟	۱۳
۱/۵		قرار است در یک تعمیرگاه ۳ مکانیک خودرو، در ۳ روز مختلف، روی ۳ سمند و ۳ پژو متفاوت، جهت تعمیر کار کنند. برنامه ای برای این تعمیرگاه بنویسید که تداخلی در تعمیر خودروها و روزها ایجاد نشود.	۱۴
۱/۵		چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 400$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱۵
۱/۵		در یک همایش حداقل چند نفر حاضر باشند تا مطمئن شویم، حداقل ۱۳ نفر آنها ماه و روزهای هفتهٔ تولدشان یکی است؟	۱۶
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
۱	الف) نادرست ۰/۲۵ ب) درست ۰/۲۵ پ) نادرست ۰/۲۵	۰/۷۵
۲	الف) $ 4a^2 $ ۰/۲۵ ب) ندارد ۰/۲۵ پ) ۳۰ ۰/۲۵	۰/۷۵
۳	برهان خلف اگر $\sqrt{2} + \frac{a}{r}$ گنگ نباشد پس گویاست ۰/۲۵ و داریم $\sqrt{2} + \frac{a}{r} = k \rightarrow \sqrt{2} = -\frac{a}{r} + k$ ۰/۵ که طرف چپ تساوی عدد گنگ و طرف راست تساوی عددی گویاست و این تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم نادرست است ۰/۲۵	۱
۴	$(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})(x+y) \geq 4 \rightarrow 1 + \frac{y}{x} + \frac{x}{y} + 1 \geq 4 \rightarrow \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2 \rightarrow y^2 + x^2 - 2xy \geq 0 \rightarrow (x-y)^2 \geq 0$ همیشه درست ۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱
۵	$19 + 21 + 21 + 21 + 17 = 129 \rightarrow 129 \equiv 2$ پنج شنبه ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۰/۷۵
۶	$200x + 500y = 29000 \rightarrow 2x + 5y = 290 \rightarrow 2x \equiv 290 \rightarrow x \equiv 145 \rightarrow x = 5k + 2$ $y = 7 - 2k \rightarrow k = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$ $k = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$ و $k = 2 \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases}$ و $k = 3 \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 1 \end{cases}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱/۲۵
۷	الف) ۰/۵ ب) $N_G[d] = \{b, e, d, f\}$ ۰/۵ پ) ۰/۵ 	۲

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
	<p>(ت) ۰/۵</p> 	
۸	$r = 4 \rightarrow \begin{cases} q = 2p - 8 \\ 4p = 2q \end{cases}$ <p>۰/۲۵ ۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵ $P=8$</p> <p>۰/۲۵ $q=12$</p>	۱
۹	<p>رسم ۰/۵</p>  <p>$\gamma \geq \left\lfloor \frac{7}{2} \right\rfloor = 3$ احاطه گر مینیمم $D = \{b, e, g\}$</p> <p>۰/۲۵ پس عدد احاطه گری ۳ می باشد ۰/۲۵</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>الف) گرافی که بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد ۰/۷۵</p> <p>ب) ۰/۵</p> 	۱/۲۵
۱۱	<p>الف) ۰/۵</p> <p>$D = \{b, m, g, h, j, f\}$</p> <p>ب) از بین رئوس a, b, c راس c هر سه را احاطه می کند</p> <p>از بین رئوس d, m, n راس m هر سه را احاطه می کند ۰/۲۵</p> <p>از بین رئوس f, g, e, k راس e هر سه را احاطه می کند</p> <p>از بین رئوس h, p, j راس j هر سه را احاطه می کند ۰/۲۵</p> <p>پس عدد احاطه گری ۴ یا بیشتر از ۴ می باشد ۰/۲۵</p> <p>مجموعه احاطه گر مینیمم $D = \{c, m, e, j\}$ می باشد پس عدد احاطه گری ۴ می باشد ۰/۲۵</p>	۱/۵

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره																																																
۱۲	$\binom{9}{4} \binom{5}{2} \binom{2}{2} = 126 \cdot 10 = 1260$ $0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$	۱																																																
۱۳	<p>الف) $\binom{8+2-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$ انمره</p> <p>ب) $\binom{5+2-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$ انمره ۱</p>	۲																																																
۱۴	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><th></th><th>M_1</th><th>M_2</th><th>M_3</th></tr> <tr><th>R_1</th><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><th>R_2</th><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><th>R_3</th><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> <p>سه مکانیک (M) در سه روز (R) روی سه سمنند کار می کنند ۰/۵</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><th></th><th>M_1</th><th>M_2</th><th>M_3</th></tr> <tr><th>R_1</th><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><th>R_2</th><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><th>R_3</th><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <p>سه مکانیک در سه روز روی سه پژو کار می کنند ۰/۵</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><th></th><th>M</th><th>M_2</th><th>M_3</th></tr> <tr><th>R_1</th><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><th>R_2</th><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr> <tr><th>R_3</th><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> </table> <p>سه مکانیک در سه روز روی سه سمنند و سه پژو بصورت مربع لاتین بالا کار می کنند ۰/۵</p>		M_1	M_2	M_3	R_1	۱	۲	۳	R_2	۲	۳	۱	R_3	۳	۱	۲		M_1	M_2	M_3	R_1	۱	۲	۳	R_2	۳	۱	۲	R_3	۲	۳	۱		M	M_2	M_3	R_1	۱۱	۲۲	۳۳	R_2	۲۳	۳۱	۱۲	R_3	۳۲	۱۳	۲۱	۱/۵
	M_1	M_2	M_3																																															
R_1	۱	۲	۳																																															
R_2	۲	۳	۱																																															
R_3	۳	۱	۲																																															
	M_1	M_2	M_3																																															
R_1	۱	۲	۳																																															
R_2	۳	۱	۲																																															
R_3	۲	۳	۱																																															
	M	M_2	M_3																																															
R_1	۱۱	۲۲	۳۳																																															
R_2	۲۳	۳۱	۱۲																																															
R_3	۳۲	۱۳	۲۱																																															
۱۵	$ B \cup C \cup D = B + C + D - B \cap C - B \cap D - D \cap C + B \cap C \cap D $ $= 20 + 12 + 8 - 6 - 4 - 15 + 12 = 25$ $0/25 \quad 0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$ $ B' \cap C' \cap D' = A - B \cup C \cup D = 40 - 25 = 15$ $0/25$	۱/۵																																																
۱۶	<p>۸۴ لانه داریم که می خواهیم حداقل ۱۳ کیوتر در یک لانه جای بگیرد پس ۱۰۰۹ کیوتر باید داشته باشیم ۰/۷۵</p> $(13-1)84 + 1 = 1009$ $0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$	۱/۵																																																
۲۰	جمع نمره	همکاران محترم برای روشهای دیگر بارم را به نسبت تقسیم نمایید																																																

۱- الف) نادرست

ب) درست

ج) درست

۲- الف) $4a^3$ ب) ندارد ج) $[4a^2 + 4a^3] = 4a^3$ د) $(4a^3 + 4a^4) = 4a^3$

۳) $6 \times 5 = 30$

۳- فرض می‌کنیم $\sqrt{2} + \frac{a}{3}$ دو یا است (فرض خلف) اما داریم تقریبی دو عدد دو یا عددی دو یا است: $\sqrt{2} + \frac{a}{3} - \frac{a}{3} = \sqrt{2}$
 با $\sqrt{2}$ یا دو یا با $\frac{a}{3}$ خلاف فرض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.

۴-

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x+y) \geq 4 \iff \left(1 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right) \geq 4 \iff \left(\frac{x^2+y^2}{xy} + 2\right) \geq 4$$

$$(x^2+y^2+2xy) \geq 4xy \iff (x^2+y^2-2xy) \geq 0 \iff (x-y)^2 \geq 0$$

همواره برقرار است

۵- ۱۹ روز در اردیبهشت ۳۱ روز خرداد ۳۱ روز تیر ۳۱ روز مرداد و ۱۷ روز شهریور فاصله ۱۲ اردیبهشت تا شهریور است.

$$19 + 31 + 31 + 31 + 17 \leq 3$$

ب	ع	س	د
3	2	1	0

۳ متناظر با پنجشنبه است.

۶- n و y را به ترتیب تعداد خودکارها و مدادها فرض کنیم حل این مسئله معادل تعداد جواب‌های نامنفی $5000n + 2000y = 39000$

است.

$$5000n + 2000y = 39000$$

$$5n + 2y = 39$$

$$5n \leq 39$$

$$n \leq 7$$

$$n = 2k+1$$

$$5(2k+1) + 2y = 39$$

$$10k - 24 = -2y$$

$$y = -5k + 17$$

$$k=0 \begin{cases} n=1 \\ y=17 \end{cases}$$

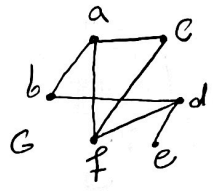
$$k=1 \begin{cases} n=3 \\ y=14 \end{cases}$$

$$k=2 \begin{cases} n=5 \\ y=11 \end{cases}$$

$$k=3 \begin{cases} n=7 \\ y=8 \end{cases}$$

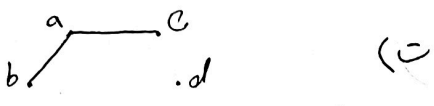
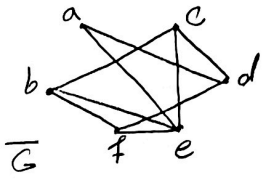
به ازای $(3, 8)$ و $(5, 11)$ و $(7, 14)$ جواب‌ها نامنفی هستند.

(الف)



(ب) همسایگی دسته راس d $N_G[d] = \{d, b, c, e, f\}$

(ب)



هر دایره دیدنی با ۴ راس از راس های گراف G به یال های آن زیر مجموعه یال های گراف G باشد جواب است.

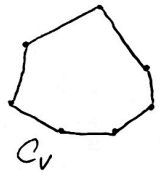
$$\sum_{i=1}^p \deg u_i = 2q$$

$$4p = 2(2p - 1)$$

$$2p = 14$$

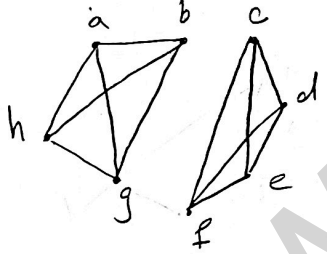
مرتبه $p = 1 \rightarrow$
اندازه $q = 2p - 1 = 2 \cdot 14 - 1 = 27$

- ۱



۹- گراف C_7 رضی است که به تنهایی از یک دور ۷ راسی تشکیل شده است
عدد احاطه تکا این گراف ۳ است

۱۰- الف) گراف G راهبندی نامیم هرگاه بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد



ب) هر دایره n راس و $2n-2$ یال داشته باشد و درجه تمام راس های آن ۲ باشد و بین حداقل ۲ راس آن مسیری وجود نداشته باشد جواب است

۱۱- الف) $\{k, p, q, r, m, n, c\}$ هر مجموعه دیگری که تعداد عضوهای آن از عدد احاطه تکا گراف بیش تر باشد و با حذف هر یک از راس های آن دیگر احاطه تکا نداشته باشد جواب است.

ب) $\chi(G) \leq 4$ است و با توجه به این مجموعه $\{n, m, c, q\}$

ب) با توجه به رابطه $\chi(G) \leq \lceil \frac{n}{\Delta+1} \rceil$ ، $\chi(G) \leq \lceil \frac{14}{4} \rceil$

یک مجموعه احاطه تکا است عدد احاطه تکا این گراف ۴ است.

$$\frac{9!}{2! \times 3! \times 4!}$$

- ۱۲

کجا نیست های ۹ نفر ۹! است چون جا به جایی خود نفری که در اتاق ۲ نفره هستند و سه نفر دیگر جا به جایی در اتاق ۳ نفره و چهار نفره حالت جدیدی تولید می کنند جایست های ۹! ← ۲! × ۳! × ۴!

روش دوم:

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \times \binom{4}{4} = \frac{9!}{2! \times 7!} \times \frac{7!}{3! \times 4!} \times 1 = \frac{9!}{2! \times 3! \times 4!}$$

(۱۳ - الف)

✓
 $k = ۲$ انواع ط
 $n = ۸$ تعداد شامها

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

(ب)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= ۸ & x_1 > ۳ & x_1 = x_1' + ۳ \\ x_1' + ۳ + x_2 + x_3 &= ۸ & x_1' + x_2 + x_3 &= ۵ \end{aligned}$$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = ۲۱$$

۱	۴	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

⇓

۱۲	۳۱	۲۳
۳۳	۲۲	۱۱
۲۱	۱۳	۳۲

۱۴ - حاصل دو مربع لاتین متعامد ۳×۳ است

- ۱۵

A ← تعدادی که بر ۲ بخش پذیر است
 B ← تعدادی که بر ۳ بخش پذیر است
 C ← تعدادی که بر ۵ بخش پذیر است

$$|A \cup B \cup C| = |S| - |A \cap B \cap C|$$

$$|S| - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|)$$

$$|S| = ۴۰۰ \quad |A| = \left[\frac{۴۰۰}{2} \right] = ۲۰۰ \quad |B| = \left[\frac{۴۰۰}{3} \right] = ۱۳۳ \quad |C| = \left[\frac{۴۰۰}{5} \right] = ۸۰$$

$$|A \cap B| = \left[\frac{۴۰۰}{6} \right] = ۶۶ \quad |A \cap C| = \left[\frac{۴۰۰}{10} \right] = ۴۰ \quad |B \cap C| = \left[\frac{۴۰۰}{15} \right] = ۲۶$$

$$|A \cap B \cap C| = \left[\frac{۴۰۰}{30} \right] = ۱۳ \quad |A \cup B \cup C| = ۴۰۰ - (۲۰۰ + ۱۳۳ + ۸۰ - ۶۶ - ۴۰ - ۲۶ + ۱۳) = ۱۰۹$$

$$12 \times v = 14$$

> این مسئله
 در $k+1$ ام 12 و در k ام 14 تعداد نامه ها 14 است و در $k+1$ ام 12 است و در k ام 14 است و در $k+1$ ام 12 است

$$k_{n+1} = 12 \times 14 + 1 = 169$$

~~Handwritten signature or scribble~~

{