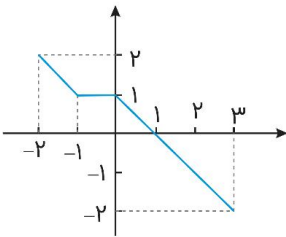
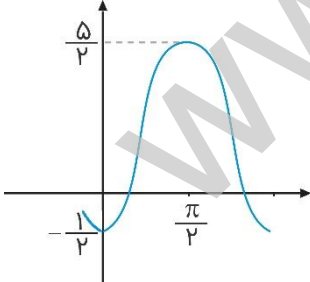


نام و نام خانوادگی:	بسمه تعالی	رشته: ریاضی فیزیک	نام درس: حسابان (۲)
نام منطقه/ناحیه:	اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی	وقت لازم: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ: ۱۴۰۱/۲/۱۳
نام دبیرستان:	اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه: دوازدهم
نام دبیر:		شماره کلاس:	نوبت: شبه نهایی

بارم	ردیف	دانش آموزان گرامی سوالات در ۲ صفحه و شامل ۱۶ سوال می باشد.
۱	۱	مشخص کنید کدام عبارت درست و کدام نادرست است. الف) دوره تناوب تابع $f(x) = \cos \frac{x}{\pi}$ برابر $T = \pi$ است. ب) نقطه $(3, -6)$ روی تابع $f(x)$ متناظر نقطه $(1, -3)$ روی تابع $y = \frac{1}{\pi} f(2x + 1)$ است. ت) حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{7\pi}{3})^+} \frac{x+1}{\sin x + 1}$ برابر $+\infty$ است. ث) تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ روی بازه $(2, 5)$ وارون پذیر است.
۱	۲	جای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) دامنه تابع $f(x) = \tan(3x)$ برابر است. ب) اگر چند جمله ای $3x^3 + ax^2 + 4x - 5$ بر $2x + 1$ بخش پذیر باشد a برابر است. ج) مجانب(های) قائم تابع $f(x) = \frac{4x-4}{x^2-1}$ برابر است با د) اگر $f'(2) = -3$ و $g'(2) = 1$ باشد مقدار $(3f - 2g)'(2)$ برابر است با
۱	۳	اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت روبه‌رو باشد نمودار $g(x) = 2f(-2x + 1) - 1$ را رسم کرده و دامنه برد آن را بیابید. 
۱	۴	حدود x را به گونه ای بیابید که رابطه $\log_{1/3}(3x^2 + 2x) \leq \log_{1/3}(3x + 2)$ برقرار باشد. (مبنای لگاریتم $\frac{1}{3}$ است.)
۱	۵	نمودار روبرو مربوط به یک دوره تناوب تابعی با ضابطه $f(x) = a \sin bx + c$ یا $f(x) = a \cos bx + c$ است. ضابطه آنرا مشخص کنید. 
۰/۷۵	۶	مجموع جواب‌های معادله $\sin 2x = \sin 3x$ در بازه $[0, 2\pi]$ را بیابید.
۱	۷	دهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 4x - 5}{2x^3 - 5x^2 + 4x - 1} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{16x^2 + 3x - 1} + 2x}{x - \sqrt{4x^2 - 1}} =$

نام و نام خانوادگی:	بسمه تعالی	رشته: ریاضی فیزیک	نام درس: حسابان (۲)
نام منطقه/ناحیه:	اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی	وقت لازم: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ: ۱۴۰۱/۲/۱۳
نام دبیرستان:	اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه: دوازدهم
نام دبیر:		شماره کلاس:	نوبت: شبه نهایی

۱	نمودار $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$ در اطراف مجانب افقی خود چگونه است؟ (دلیل خود را بیان کنید)	۸
۱/۵	نشان دهید نقطه $x = 2$ نقطه گوشه تابع $f(x) = x^2 - 2x $ است.	۹
۱/۲۵	ابتدا شیب خط مماس بر تابع $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ در نقطه‌ای به طول $x = -1$ را به کمک تعریف مشتق بیابید، سپس معادله خط مماس بر منحنی در این نقطه را بنویسید.	۱۰
۲	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{2x + 1}$ ب) $g(x) = \cos^3(\sqrt{2x+1})$	۱۱
۱/۵	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$ در بازه $[1, 9]$ چه مقدار با آهنگ لحظه‌ای در $x=4$ اختلاف دارد؟	۱۲
۱/۵	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^3}{3} - x + 1$ در بازه $[-2, 0]$ را بیابید.	۱۳
۱	صعودی و نزولی بودن تابع $f(x) = \frac{x^2+8}{x+1}$ در بازه‌های مختلف را بررسی کنید.	۱۴
۱/۵	مقادیر a, b را به گونه‌ای بیابید که نقطه $(2, -4)$ نقطه عطف تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x + 12$ باشد.	۱۵
۲	به کمک جدول تغییرات نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ را رسم کنید.	۱۶
۲۰		جمع

۱- الف) نادرست

$$f(x) = \cos \frac{x}{4} \quad T = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = \frac{2\pi}{1/4} = 8\pi$$

ب) درست

$$(x_1 - x_2) \xrightarrow{+f(x_1)} (1, 9 - 2)$$

ت) درست

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{x+1}{\sin x + 1} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{\sin(\frac{\pi}{2}) + 1} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{0^+} = +\infty$$

ث) درست

$$\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x + k\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right\}$$

۲- الف)

$$2n^2 + an^2 + 2n - a = (n-1)q(n) + 0 \quad n = \frac{1}{2} \rightarrow 2 \times \frac{1}{4} + \frac{a}{2} + 2 - a = 0$$

ب) $\frac{a}{2}$

$$f(x) = \frac{f(x-1)}{2(x-1)}$$

ج) $x=1$

$$(2f - 2g)'(x) = 2f'(x) - 2g'(x) = 2(-2) - 2(1) = -4$$

د) -4

$$g(x) = 2f(-2x+1) - 1$$

$$\frac{f(x) \mid (-5, 2) \mid (-1, 1) \mid (1, 0) \mid (1, 0) \mid (3, 2)}{g(x) \mid (3, 2) \mid (1, 1) \mid (1, 1) \mid (0, -1) \mid (-5, -2)}$$

۳



$$\text{دامنه} \rightarrow D_f(x) = [-2, 3]$$

$$-2x+1 = -2 \quad x = \frac{3}{2}$$

$$-2x+1 = 3 \quad x = -1$$

$$D_g(x) = [-1, \frac{3}{2}]$$

$$\text{بهره} \rightarrow R_f(x) = [-2, 2]$$

$$-2 \times 2 - 1 = -5$$

$$-2 \times 2 - 1 = 3$$

$$R_g(x) = [-5, 3]$$

$k < 1 \Rightarrow (r_{n+1}) > r_n + 1$ $r_{n+1} - n - 1 > 0$

$$\begin{array}{c|c|c} \textcircled{1} & - & \textcircled{1} \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \quad (-\infty, -\frac{1}{r}] \cup [1, +\infty) \quad \textcircled{1}$$

$\begin{cases} r_{n+1} > \\ r_n + r_n \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{r} \quad \textcircled{1}$
 $n(r_{n+1}) > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c} & - & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow [1, +\infty)$

$\max = \frac{1}{r} \quad \min = -\frac{1}{r} \quad \frac{1}{r} = \frac{r}{r} \rightarrow r = \sqrt{r}$

$\begin{cases} \max = +|a| + C = \frac{1}{r} \\ \min = -|a| - C = -\frac{1}{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = \frac{1}{r} \\ |a| = \frac{1}{r} \end{cases}$ $\frac{r}{|b|} = \sqrt{r} \rightarrow |b| = \sqrt{r}$

$y = -\frac{r}{r} \cdot x + 1$

$\sin r_n = \sin r_n \quad [0, \pi]$

$\begin{cases} r_n = r_k r + r_n & x = -r_k r \\ r_n = r_k r + r - r_n & x = \frac{r_k r + r}{2} \end{cases}$

$k=1 \rightarrow r$
 $k=2 \rightarrow \frac{r}{2}$
 $k=3 \rightarrow \frac{r}{3}$
 $k=4 \rightarrow \frac{r}{4}$
 $k=5 \rightarrow \frac{r}{5}$

$\rightarrow r + \frac{r}{2} + \frac{r}{3} + \frac{r}{4} + \frac{r}{5} + \dots = \frac{r}{1} + \frac{r}{2} + \frac{r}{3} + \frac{r}{4} + \frac{r}{5} + \dots$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^r + \varepsilon x - \Delta}{x^r - \Delta x^r + \varepsilon x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x+\Delta)(x-1)}{(x-1)(x^r - \varepsilon x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+\Delta}{x^r - \varepsilon x + 1} = \frac{1+\Delta}{1-\varepsilon+1} = \frac{1+\Delta}{2-\varepsilon} \approx \frac{1+\Delta}{2}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + r} - 1 + r}{x - \sqrt{4x^2 - 1}} \xrightarrow{\text{L'Hopital}} \frac{2x + r}{-2x} = -\frac{r}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{1} = 1 \quad \text{چون } \frac{1}{x^2} \rightarrow 0$$

در صورتی که صورت و مخرج هر دو به بی‌نهایت میل کنند، می‌توانیم از قانون هسپیتال استفاده کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x(x-1)| - 0}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x-1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x(x-1)| - 0}{x-1} = \frac{-x(x-1)}{x-1} = -1$$

$$f(x) = x^2 + x - 1 \quad f(-1) = -1$$

$$f'(x) = 2x + 1 \xrightarrow{x=-1} f'(-1) = -1$$

$$\text{مشتق در } x = -1 \rightarrow (y+1) = -1(x+1) \quad y = -x - 2$$

$$\text{الف) } f'(x) = \frac{(x+2)(x+1) - (x^2+x+1)(2)}{(x+1)^2}$$

$$\text{ب) } g'(x) = -\cos(\sqrt{x+1}) \cdot \sin(\sqrt{x+1}) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)$$

$$f(1) = 2 \quad f(9) = \frac{8}{3}$$

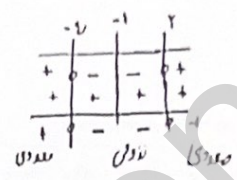
$$\frac{f(9) - f(1)}{9 - 1} = \frac{\frac{8}{3} - 2}{8} = \frac{\frac{2}{3}}{8} = -\frac{1}{12}$$

$$\text{گ) مشتق } f'(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} (\sqrt{x+1})}{(\sqrt{x})^2} = \frac{1}{14}$$

$$\left| -\frac{1}{12} - \left(-\frac{1}{14}\right) \right| = \frac{1}{84}$$

$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} = 1 + \frac{1}{x^2 - 1}$
 $f'(x) = 0 + \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2} = -\frac{2x}{(x^2 - 1)^2}$
 $x = -1 \rightarrow$ *lokales Maximum*
 $f(-1) = \frac{1}{1 - 1} \rightarrow$ *undefiniert*
 $f(1) = \frac{1}{1 - 1} \rightarrow$ *undefiniert*
 $f(0) = 1$ $f(-1) = \frac{1}{1 - 1} \rightarrow$ *Maximum*

$f'(x) = \frac{2x(x+1) - (x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^2 + 2x - 2x^3 - 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^3}{(x^2+1)^2}$



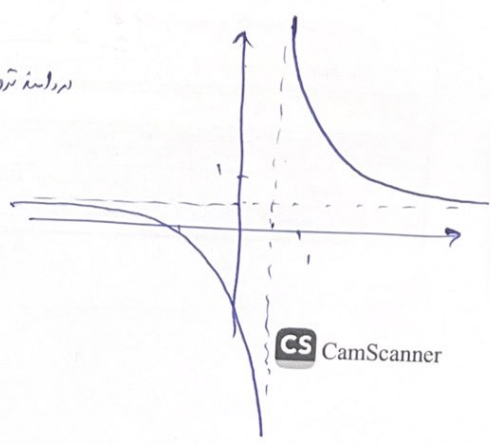
$f(x) = ax^2 + bx^2 + \lambda x + \mu$
 $f'(x) = 2ax + 2bx + \lambda$
 $f''(x) = 2a + 2b \xrightarrow{x=1} 2a + 2b = 0 \Rightarrow a + b = 0$
 $f(1) = -2 \rightarrow \lambda + \mu + 1 + 1 = -2 \Rightarrow \lambda + \mu = -4$
 $\lambda + \mu = -4 \quad \mu + b = -1$

$\begin{cases} a + b = 0 \\ \lambda + \mu = -4 \end{cases} \xrightarrow{+} -\lambda - \mu = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$

$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad a = \frac{1}{x} \text{ f\u00f6r } x > 1$
 $j = \frac{1}{x} \text{ f\u00f6r } x < 1$

$f'(x) = \frac{1(x-1) - (x+1) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$

$f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3}$



x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f'	-	-	-
f''	-	+	+
j	$\frac{1}{2}$	$-\infty$ $+\infty$	$\frac{1}{2}$

راهنمای تصحیح

بسمه تعالی
اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

نام درس: حسابان ۲

تاریخ: ۱۴۰۲/۲/۱۳

نوبت: شبه نهایی

ردیف	همکاران گرامی سوالات در ۳ صفحه و شامل ۱۶ سوال می باشد.	بارم
۱	الف) غ (ب) ص (ت) ص (ث) غ هر مورد (۰/۲۵)	۱
۲	الف) $R - \left\{ \frac{2k+1}{6} \pi \right\}$ (ب) $\frac{59}{2}$ (ج) $x = -1$ (د) -11 هر مورد (۰/۲۵)	۱
۳	الف) $D_g = \left[-1, \frac{3}{2} \right]$ و $R_g = [-0.5, 3]$ (۰/۵) رسم شکل (۰/۵)	۱
۴	الف) غ ق $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq \frac{-2}{3} \end{cases}$ (۰/۵) $3x^2 + 2x \geq 3x + 2 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 \geq 0$ $3x^2 + 2x > 0 \Rightarrow \begin{array}{c c c} & \frac{-2}{3} & \\ \hline + & - & + \end{array}$ $3x + 2 > 0 \Rightarrow x > -\frac{2}{3}$	۱
۵	$ a = \frac{Max-min}{2} = \frac{3}{2}$ (۰/۲۵) $c = \frac{Max+min}{2} = \frac{2}{2} = 1$ (۰/۲۵) $T = \pi \Rightarrow b = 2$ (۰/۲۵) $y = -\frac{3}{2} \cos 2x + 1$ (۰/۲۵)	۱
۶	$\begin{cases} 2x = 2k\pi + 3x \Rightarrow x = 2k\pi \Rightarrow x = 0, x = 2\pi \\ 2x = (2k+1)\pi - 3x \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{5} \Rightarrow x = \frac{\pi}{5}, x = \frac{3\pi}{5}, x = \frac{5\pi}{5}, x = \frac{7\pi}{5}, x = \frac{9\pi}{5}, x = \frac{11\pi}{5} \end{cases}$ مجموع جواب‌های معادله $\frac{46\pi}{5}$ است. (۰/۲۵)	۰/۷۵
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 4x - 5}{2x^2 - 5x^2 + 4x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)(x-1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x+5)}{(2x^2 - 2x + 1)} = \frac{6}{0^-} = -\infty$ ب) قاعده توان $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ 4x + 2x}{x - 2x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + 2x}{x - (-2x)} = \frac{-2}{3}$ (۰/۵)	۱
۸	گزینه ۳ (۰/۲۵) مجانب افقی این تابع خط $y=1$ است. (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 1 - \frac{1}{x^2} < 1$ (۰/۵)	۱

راهنمای تصحیح

بسمه تعالی
اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

نام درس: حسابان ۲

تاریخ: ۱۴۰۲/۲/۱۳

نوبت: شبه نهایی

۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = 0 \leftarrow \text{تابع } f \text{ در نقطه } 2 \text{ پیوسته است. (۰/۵)}$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x(x-2)}{x-2} = -2 \text{ (۰/۵)}$ $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{+x(x-2)}{x-2} = 2 \text{ (۰/۵)}$	۹
۱/۲۵	$m = f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 + 3x - 1) - (-2)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x+1)}{x+1} = -1 \text{ (۰/۷۵)}$ $y = -x + b \Rightarrow -2 = 1 + b \Rightarrow b = -3 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow y = -x - 3 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۰
۲	<p>الف) $f'(x) = \frac{(2x+2)(2x+1) + 2(x^2+2x+1)}{(2x+1)^2}$ (نمره ۱)</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+1}} \times 3 \cos^2(\sqrt{2x+1}) \times (-\sin(\sqrt{2x+1}))$ (نمره ۱)</p>	۱۱
۱/۵	<p>آهنگ متوسط $\frac{f(9)-f(1)}{9-1} = \frac{9-2}{8} = -\frac{1}{12}$ (۰/۵)</p> <p>$f'(x) = \frac{-1}{x} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ (۰/۵)} \Rightarrow f'(4) = -\frac{1}{16}$ (۰/۲۵)</p> <p>اختلاف $\frac{1}{48}$ (۰/۲۵)</p>	۱۲
۱/۵	<p>$f'(x) = x^2 - 1 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow x = -1 \text{ (۰/۵)}, x = +1 \text{ بحرانی}$</p> <p>$f(-2) = \frac{1}{3} \text{ min}, f(-1) = \frac{5}{3} \text{ Max}, f(0) = 1 \text{ (۰/۷۵)}$</p>	۱۳
۱	<p>$f'(x) = \frac{2x(x+1) - x^2 - 8}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}$ (۰/۵)</p> <p style="text-align: center;"> $\begin{array}{c} -4 \quad 2 \\ \hline x^2 + 2x - 8 \quad \quad + \quad \quad - \quad \quad + \end{array}$ </p> <p>در بازه $(-4, 2)$ نزولی و در $R - (-4, 2)$ صعودی است. (۰/۵)</p>	۱۴
۱/۵	<p>$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 8 \Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b \text{ (۰/۵)}$</p> <p>$f''(2) = 0 \Rightarrow 12a + 2b = 0 \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>$f(2) = -4 \Rightarrow 8a + 4b + 16 + 12 = -4 \Rightarrow 8a + 4b = -32 \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>$\Rightarrow a = 2, b = -12 \text{ (۰/۵)}$</p>	۱۵

راهنمای تصحیح

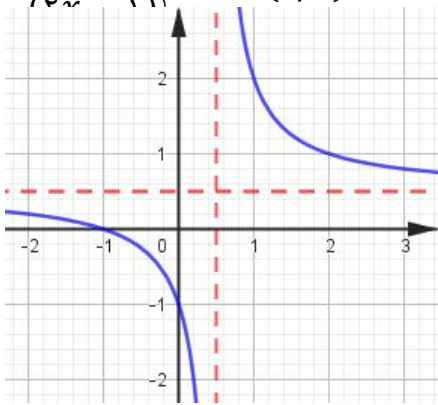
بسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

نام درس: حسابان ۲

تاریخ: ۱۴۰۲/۲/۱۳

نوبت: شبه نهایی

۲	<p>$D_f = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$, مجانب قائم $x = \frac{1}{2}$, مجانب افقی $y = \frac{1}{2}$ (۰/۵)</p> <p>$f'(x) = \frac{-3}{(x-\frac{1}{2})^2} < 0$ (۰/۵)</p> <table border="1" data-bbox="156 577 619 851"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>\leftarrow</td> <td></td> <td>\rightarrow</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$\frac{1}{2}$</p>  <p style="text-align: right;">جدول ۰/۵ و رسم نمودار ۰/۵</p>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	y'	\leftarrow		\rightarrow	y	\nearrow	$+\infty$	\searrow	۱۶
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$											
y'	\leftarrow		\rightarrow											
y	\nearrow	$+\infty$	\searrow											
۲۰		جمع												