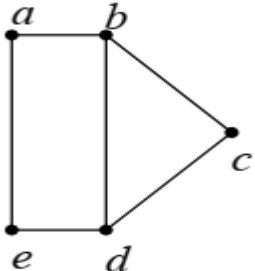
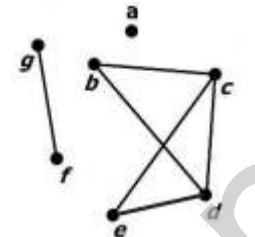
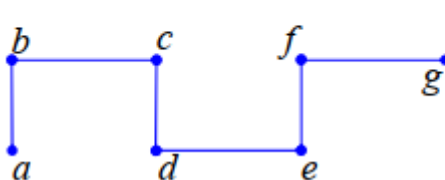


تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱/۲۸		بسمه تعالی	سوالات درس ریاضی گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه تعداد سؤالات: ۱۷ تعداد صفحات: ۲		اداره کل آموزش و پرورش استان کهگیلویه و بویراحمد معاونت آموزش متوسطه سؤالات شبه نهایی فروردین ۱۴۰۲	دوازدهم ریاضی
بارم	سؤالات		ردیف
۱	<p>درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) اگر <math>x</math> و <math>y</math> هر دو گنگ باشند آنگاه <math>x + y</math> گنگ است</p> <p>ب) اگر <math>a</math> فرد باشد، <math>8 a^2 - 1</math></p> <p>ج) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.</p> <p>د) اگر <math>ac \equiv bc \pmod{m}</math> و <math>(c, m) = 1</math> آنگاه <math>a \equiv b \pmod{m}</math>.</p>		۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:</p> <p>الف) حاصل <math>[m^3, (m^2, m^5)]</math> برابر.....است.</p> <p>ب) اگر <math>G</math> گرافی <math>n</math> رأسی باشد، مقدار <math>q(G) + q(\overline{G})</math> برابر است با .....</p> <p>ج) اگر <math>a bc</math> و <math>(a, b) = 1</math> آنگاه .....</p> <p>د) گراف <math>C_6</math> تنها یک ..... رأسی است.</p>		۲
۱	<p>به روش بازگشتی ثابت کنید اگر <math>a &gt; 0</math> آنگاه <math>a + \frac{1}{a} \geq 2</math>.</p>		۳
۱,۲۵	<p>اگر <math>a</math> عددی صحیح و فرد، <math>b a + 2</math> در این صورت باقیمانده‌ی تقسیم عدد <math>a^2 + b^2 + 3</math> بر ۸ را بیابید.</p>		۴
۱	<p>اگر <math>a \neq 0</math> عدد صحیح و دو عدد <math>6m + 5</math>، <math>7m + 6</math> بر <math>a</math> بخشپذیر باشند. ثابت کنید: <math>a = \pm 1</math>.</p>		۵
۱	<p>آخرین رقم سمت راست عدد <math>7^{103}</math> را بدست آورید.</p>		۶
۱,۵	<p>در یک دفتر پستی فقط تمبرهای ۵۰ و ۹۰ ریالی وجود دارد. برای چسپاندن تمبر روی یک بسته‌ی پستی که نیاز به ۸۵۰ ریال تمبر دارد، از هر کدام از تمبرهای فوق به چه مقدار لازم است.</p>		۷
۱	<p>آیا گرافی وجود دارد که دنباله‌ی درجات رئوس آن ۰، ۱، ۱، ۳، ۳، ۴، ۵ باشد؟ چرا؟</p>		۸
۱	<p>اگر در یک گراف ۶-منتظم با مرتبه <math>p</math> و اندازه <math>q</math>، داشته باشیم: <math>q - 2p = 16</math>، مقادیر <math>p</math> و <math>q</math> را بیابید.</p>		۹

۱	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید، سپس ادعای خود را ثابت کنید. 	۱۰
	صفحه ۱ ادامه سؤالات در صفحه بعد	
بارم	ادامه سؤالات درس ریاضی گسسته دوازدهم ریاضی	ردیف
۱,۵	گراف $G$ شکل زیر را در نظر بگیرید: الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ بنویسید. 	۱۱
	ج) دو مسیر به طول ۳ با شروع از رأس $b$ بنویسید. د) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.	
۱	گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گر آن $\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor$ باشد.	۱۲
۱,۵	قرار است ۴ مهندسی کامپیوتر با ۴ کامپیوتر مختلف روی ۴ نرم افزار متفاوت در ۴ روز اول هفته کار کنند به طوری که هر مهندس با هر کامپیوتر و هر نرم افزار دقیقا یک بار کار کند و نیز هر نرم افزار در هر کامپیوتر دقیقا یک بار استفاده شود. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.	۱۳
۱	با ارقام ۵ و ۶ و ۷ و ۷ و ۵ و ۷ چه تعداد کد ۶ رقمی می توان نوشت.	۱۴
۱,۷۵	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که، از گل نوع سوم فقط سه شاخه و از گل نوع چهارم دستکم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم.	۱۵
۱,۵	چند عدد طبیعی مانند $n$ ، به طوری که $1 \leq n \leq 630$ ، وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۳ و ۵ بخش پذیر نباشند.	۱۶
۱	از ۴۰۰ دانش آموز یک مدرسه، حداقل چند نفر در یک ماه سال متولد شده‌اند؟ چرا؟	۱۷
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع
	صفحه ۲	

شماره صندلی:		بسمه تعالی		کلید جواب سؤالات ریاضی گستره دوازدهم ریاضی	
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		اداره کل آموزش و پرورش استان گنگیلویه و بویراحمد		نام و نام خانوادگی:	
تعداد سؤالات ۱۷ تعداد صفحات: ۳		آموزش متوسط دوم سؤالات هابنک استانی شبه نهایی			
بارم	کلید جواب سؤالات				ردیف
۱	(د) درست	(ج) درست	(ب) درست	(الف) نادرست	۱
۱	(د) دور n رأسی	$a b$ (ج)	$\frac{n(n-1)}{2}$ (ب)	$m^3$ (الف)	۲
۱	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (./25) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (./25) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (./25)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می‌باشد. (مثال اول صفحه ۷)				۳
۱.۲۵	<p>چون <math>a</math> عددی صحیح و فرد است، لذا وجود دارد یک عدد صحیح مانند <math>n</math> که <math>a = 2n + 1</math>. از طرفی چون <math>a + 2   b</math> پس <math>b   a + 2</math> یا <math>b   (2n + 1) + 2</math> یا <math>b   2n + 3</math> از اینجا معلوم می‌شود که <math>b</math> عددی فرد است. پس وجود دارد یک عدد صحیح مانند <math>m</math> که <math>b = 2m + 1</math>. در نهایت خواهیم داشت.</p> $a^2 + b^2 + 3 = (2n + 1)^2 + (2m + 1)^2 + 3 = 4n^2 + 4n + 1 + 4m^2 + 4m + 1 + 3$ $= 4n(n + 1) + 4m(m + 1) + 5 = 8k_1 + 8k_2 + 5 = 8(k_1 + k_2) + 5 = 8k + 5$ <p>یعنی باقی مانده‌ی عدد <math>a^2 + b^2 + 3</math> بر ۸ برابر ۵ است.</p>				۴
۱	$\left. \begin{array}{l} a   7m + 6 \xrightarrow{\times 6} a   42m + 36 \\ a   6m + 5 \xrightarrow{\times 7} a   42m + 35 \end{array} \right\} \rightarrow a   (42m + 36) - (42m + 35)$ $\rightarrow a   1 \rightarrow a = \pm 1$				۵
۱	<p>باقی مانده‌ی تقسیم هر عدد طبیعی بر ۱۰ برابر آخرین رقم سمت راست آن است.</p> $7^9 \equiv -1 \rightarrow 7^2 \equiv -1 \rightarrow (7^2)^{50} \equiv (-1)^{50} \rightarrow 7^{100} \equiv 1 \rightarrow 7^{100} \times 7^3 \equiv 1 \times 7^3$ $\rightarrow 7^{103} \equiv 7^3 \quad 7^2 \equiv -1 \rightarrow 7^2 \times 7 \equiv -1 \times 7 \rightarrow 7^3 \equiv -7 \rightarrow 7^3 \equiv -7 + 10(1) \rightarrow 7^3 \equiv 3 \rightarrow 7^{103} \equiv 3$				۶
۱.۵	$90x + 50y = 850 \xrightarrow{=:} 9x + 5y = 85 \rightarrow y = \frac{85 - 9x}{5} = \frac{85 - 10x + x}{5} = 17 - 2x + \frac{1}{5}x$ $\frac{1}{5}x = k \rightarrow x = 5k \quad y = 17 - 2x + \frac{1}{5}x = 17 - 10k + k = 17 - 9k$ $\begin{cases} x = 5k \\ y = 17 - 9k \end{cases} \quad k = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 17 \end{cases} \quad , \quad k = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \end{cases}$				۷
ادامه در صفحه ۲		صفحه ۱			

ردیف	ادامه کلید جواب سؤالات درس ریاضی گسسته دوازدهم ریاضی اردیبهشت ماه ۱۴۰۲ صفحه ۲	بارم						
۸	خیر، زیرا این گراف ۵ رأس درجه‌ی فرد دارد، در حالی که تعداد رئوس درجه‌ی فرد باید زوج باشد.	۱						
۹	$\begin{cases} q - 2p = 16 \\ 2q = 6p \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q - 2p = 16 \\ q = 3p \end{cases} \rightarrow 3p - 2p = 16 \rightarrow p = 16, q = 48$	۱						
۱۰	<p>به سادگی معلوم است که مجموعه‌ی دو عضوی <math>\{a, c\}</math> یک مجموعه‌ی احاطه گر است. بنابراین عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است. یعنی <math>\gamma(G) \leq 2</math> اما اگر <math>\gamma(G) = 1</math>، یعنی یک رأس در گراف <math>G</math> وجود دارد که به تنهایی تمام رئوس دیگر را احاطه کرده است (به تمام رئوس وصل است). یعنی رأسی با درجه‌ی ۴ در گراف وجود دارد که با توجه به گراف <math>G</math> می‌بینیم که چنین رأسی وجود ندارد و لذا <math>\gamma(G) &gt; 1</math>. بنابراین <math>1 &lt; \gamma(G) \leq 2</math> و لذا <math>\gamma(G) = 2</math>.</p>							
۱۱	الف) $\delta(G) = 0, \Delta(G) = 3$ (الف) $\delta(G) = 0, \Delta(G) = 3$ ب) $bcedb$ (ب) $bcedb$ پ) $bcde$ یا $bdec$ یا $bdce$ دو مورد هر کدام (۰/۲۵) ت) $N_G(f) = \{g\}$ (۰/۲۵) (ص) (۴۱)	۱.۵						
۱۲	<p>در گراف <math>P_7</math> عدد احاطه گری برابر <math>\left\lceil \frac{7}{2+1} \right\rceil = 3</math></p> 	۱						
۱۳	<p>کافی است دو مربع لاتین متعامد از مرتبه‌ی ۴ تشکیل دهیم. فرض کنید که <math>W</math> نام مهندس‌ها و اعداد نوع کامپیوتر و حروف لاتین نوع نرم افزار باشند. در این صورت چون دو مربع لاتین زیر متعامد هستند، پس از تلفیق آنها مربع جدیدی حاصل می‌شود که جواب مسئله است.</p>	۱.۵						
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;"> <math display="block">A = \begin{matrix} W_1 &amp; W_2 &amp; W_3 &amp; W_4 \\ \begin{matrix} ۲ &amp; ۳ &amp; ۴ &amp; ۱ \\ ۳ &amp; ۲ &amp; ۱ &amp; ۴ \\ ۴ &amp; ۱ &amp; ۲ &amp; ۳ \\ ۱ &amp; ۴ &amp; ۳ &amp; ۲ \end{matrix} \end{matrix}</math> </td> <td style="text-align: center;"> <math display="block">B = \begin{matrix} W_1 &amp; W_2 &amp; W_3 &amp; W_4 \\ \begin{matrix} b &amp; c &amp; d &amp; a \\ d &amp; a &amp; b &amp; c \\ a &amp; d &amp; c &amp; b \\ c &amp; b &amp; a &amp; d \end{matrix} \end{matrix}</math> </td> <td style="text-align: center;"> <math display="block">A \oplus B = \begin{matrix} W_1 &amp; W_2 &amp; W_3 &amp; W_4 \\ \begin{matrix} ۲b &amp; ۳c &amp; ۴d &amp; ۱a \\ ۳d &amp; ۲a &amp; ۱b &amp; ۴c \\ ۴a &amp; ۱d &amp; ۲c &amp; ۳b \\ ۱c &amp; ۴b &amp; ۳a &amp; ۲d \end{matrix} \end{matrix}</math> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه</td> <td style="text-align: center;">شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه</td> <td style="text-align: center;">شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه</td> </tr> </table>	$A = \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ ۳ & ۲ & ۱ & ۴ \\ ۴ & ۱ & ۲ & ۳ \\ ۱ & ۴ & ۳ & ۲ \end{matrix} \end{matrix}$	$B = \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} b & c & d & a \\ d & a & b & c \\ a & d & c & b \\ c & b & a & d \end{matrix} \end{matrix}$	$A \oplus B = \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲b & ۳c & ۴d & ۱a \\ ۳d & ۲a & ۱b & ۴c \\ ۴a & ۱d & ۲c & ۳b \\ ۱c & ۴b & ۳a & ۲d \end{matrix} \end{matrix}$	شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه	شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه	شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه	
$A = \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ ۳ & ۲ & ۱ & ۴ \\ ۴ & ۱ & ۲ & ۳ \\ ۱ & ۴ & ۳ & ۲ \end{matrix} \end{matrix}$	$B = \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} b & c & d & a \\ d & a & b & c \\ a & d & c & b \\ c & b & a & d \end{matrix} \end{matrix}$	$A \oplus B = \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ \begin{matrix} ۲b & ۳c & ۴d & ۱a \\ ۳d & ۲a & ۱b & ۴c \\ ۴a & ۱d & ۲c & ۳b \\ ۱c & ۴b & ۳a & ۲d \end{matrix} \end{matrix}$						
شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه	شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه	شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه						
	ادامه در صفحه بعد	صفحه ۲						

بارم	ادامه کلید جواب سؤالات درس ریاضی گسسته دوازدهم ریاضی اردیبهشت ماه ۱۴۰۲ صفحه ۳	ردیف
	تعداد کدها $\binom{6}{2,3,1} = \frac{6!}{2! \times 3! \times 1!} = 60$	۱۴
۱.۷۵	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16 \quad x_2 = 3 \quad x_3 \geq 3, x_5 \geq 5 \quad (./\ 5) \xrightarrow{x_2=3, x_3=y_3+3, x_5=y_5+5}$ $x_1 + x_2 + 3 + y_3 + 3 + y_5 + 5 = 16 \quad (./\ 25) \quad x_1 + x_2 + y_3 + y_5 = 5 \quad x_1 \geq 0, y_3 \geq 0 \quad (./\ 25) \rightarrow$ $\binom{5+4-1}{4-1} = 56 \quad (./\ 75) \quad (ص ۷۱)$	۱۵
۱.۵	$S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 630\}$ $ \overline{A \cup B}  =  S  -  A \cup B  =  S  -  A  -  B  +  A \cap B  \quad (./\ 25)$ $ S  = 630 \quad (./\ 25),  A  = 210 \quad (./\ 25),  B  = 126 \quad (./\ 25),  A \cap B  = 42 \quad (./\ 25) \quad (ص ۸۳)$ $\Rightarrow  \overline{A \cup B}  = 336 \quad (./\ 25)$	۱۶
۱	<p>می دانیم که هر سال ۱۲ ماه است، اگر دانش آموزان را به منزله‌ی کبوتر و ماه های سال را به منزله‌ی لانه در نظر بگیریم و چون <math>400 &gt; 12</math> پس با توجه به تقسیم زیر و با در نظر گرفتن اصل لانه کبوتری حداقل ۳۴ نفر در یک ماه سال متولد شده اند.</p> $\begin{array}{r} 400 \\ 12 \overline{) 396} \\ \underline{33} \\ 4 \end{array}$ $33 + 1 = 34$	۱۷
۲۰	صفحه ۳ موفق و سربلند باشید.	جمع