

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۰۳/۰۷	باسمه تالی آموزش و پرورش منطقه ۱۶ تهران  دبیرستان غیردولتی پردیس شریف (دخترانه دوره دوم) امتحانات نوبت دوم	نام درس: حسابان
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه		نام و نام خانوادگی:
نمره به عدد:		کلاس و رشته: یازدهم ریاضی
نمره با حروف:		نام دبیر: خانم جواهری
امضای دبیر		شماره صندلی:

بارم	صفحه	شماره
۱	در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟	۱
۱	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ را بدست آورید.	۲
۲	معادلات زیر را حل کنید. الف) $x(x^2 - 9)\sqrt{x - 2} = 0$ ب) $  x - 1  - 3  < 3$	۳
۱	ضابطه تابع وارون $f(x) = \frac{5x+1}{x-3}$ را بدست آورید.	۴
۱	اگر $g(x) = 2x - 1$ و $f \circ g(x) = \frac{x}{x-3}$ باشد، مقدار $f(3)$ را بدست آورید.	۵
۱	اگر $f = \{(1,2)(2,5)(3,1)\}$ و $g = \{(1,4)(2,3)(3,1)\}$ باشد، آنگاه $f \circ g$ را بدست آورید.	۶
۳	معادلات لگاریتمی زیر را رسم کنید. الف) $\log_5(2x - 1) + \log_5(3x - 5) = 1$ ب) $2 \log \sqrt{2x + 3} = \frac{1}{2} \log 49 - \log(2x - 3)$	۷
۲	حاصل عبارت های زیر را بدست آورید. الف) $\lim \frac{\tan(x - \frac{\pi}{4}) \cos(\frac{2\pi}{3} + x) - \sin^2(\frac{7\pi}{4} - x)}{\cos(x - \frac{\pi}{4}) \tan(\frac{2\pi}{3} + x)}$ ب) $\frac{\sin 160^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$ ( $\tan 20^\circ = 0.36$ )	۸

بارم	صفحه ۲ از ۲...۲.....	شماره
۲	<p>نمودار توابع زیر را رسم کنید.</p> <p>الف) <math>y = \Delta \cos x - 1</math>      ب) <math>y =  \sin x  + 2</math>      پ) <math>y = 3 \sin x - 1</math></p>	۹
۴	<p>حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - x - 2 }{2x - \sqrt{x^2 + 12}}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+14} - 2x}</math>      <math>\frac{-2}{x+14-4x^2} \quad \frac{x^2 - x - 2}{-4x^2 + x + 14}</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}</math></p> <p>ت) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 -  \cos x }{ \sin x  \sin x}</math></p>	۱۰
۲	<p>تابع ضابطه <math>f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x - 1 &amp; , x &gt; 1 \\ x - 1 &amp; , x \leq 1 \end{cases}</math> به ازای کدام مقدار <math>a</math> در <math>x = 1</math> پیوسته است؟</p>	۱۱
۲۰	موفق باشید ...	

① در یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول آن  $\frac{1}{3}$  مجموع ۵ جمله ی بعدی است. جمله ی دوم چند برابر جمله ی اول است؟

پاسخ:

فرمول محاسبه مجموع جملات دنباله حسابی:  $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$

$S_5 = \frac{5}{2} (2a_1 + 4d) = 5a_1 + 10d \rightarrow$  مجموع ۵ جمله اول

$S_{10} = \frac{10}{2} (2a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d$        $S_{10} - S_5 = 5a_1 + 35d \rightarrow$  مجموع ۵ جمله ی دوم

$5a_1 + 10d = \frac{1}{3} (5a_1 + 35d)$

$15a_1 + 30d = 5a_1 + 35d$

$10a_1 = 5d$

$2a_1 = d$

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 2a_1}{a_1} = 3$

② اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $4x^2 - 12x + 1 = 0$  باشند، مقدار  $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$  را به دست آورید.

مجموع ریشه ها  $S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{12}{4} = 3$

$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$

پاسخ:

محضرب ریشه ها  $P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$

$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{3+1} = 2$

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

③ معادلات زیر را حل کنید.

$x(x^2-9)\sqrt{x-2} = 0$

(الف)

$x(x-3)(x+3)\sqrt{x-2} = 0$

پاسخ:

$x-2 \geq 0$   
 $x \geq 2$

غیر قابل قبول  $x = 0$

$x-3 = 0 \quad x = 3 \checkmark$

$x+3 = 0 \quad x = -3 \times$  غیر قابل قبول

$\sqrt{x-2} = 0 \quad x = 2 \checkmark$

$$|x-1|-3 < 3$$

(ب)

$$|x-1|-3 < 3 \rightarrow -3 < |x-1|-3 < 3 \rightarrow \underbrace{0 < |x-1| < 6}_{\text{پاسخ:}}$$

با توجه به خواص قدر مطلق این بخش از نامعادله به ازای هر  $x$  به جز یک برقرار است.

$$|x-1| < 6 \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 - 2x + 1 < 36 \quad x^2 - 2x - 35 < 0 \quad (x+5)(x-7) < 0$$

$$-5 < x < 7$$

$$\text{پاسخ نهایی} \rightarrow x \in (-5, 7) - \{1\}$$

(۴) ضابطه‌ی تابع وارون  $f(x) = \frac{5x+1}{x-3}$  را به دست آورید.

پاسخ: برای به دست آوردن وارون تابع باید  $x$  را بر حسب  $y$  به دست آوریم.

$$y = \frac{5x-1}{x-3} \quad yx - 3y = 5x - 1 \quad yx - 5x = 3y - 1 \quad x(y-5) = 3y-1$$

$$x = \frac{3y-1}{y-5} \xrightarrow{\text{برای نوشتن ضابطه نهایی } f^{-1} \text{ جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{x-5} \quad (x \neq 5)$$

(۵) اگر  $g(x) = 2x-1$  و  $f \circ g(x) = \frac{x}{x-3}$  باشد، مقدار  $f(3)$  را به دست آورید.

$$g(a) = 3 \quad 2a-1 = 3 \quad a = 2 \quad \text{پاسخ:}$$

$$f(3) = f(g(a)) = f(g(2)) = \frac{2}{2-3} = \boxed{-2}$$

(۶) اگر  $f = \{(1,2), (2,5), (3,1)\}$  و  $g = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$  باشد، آن گاه  $f \circ g$  را به دست آورید.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{2, 3\} \quad \text{پاسخ:}$$

$$f \circ g = \{(2,1), (3,2)\}$$

$$f(g(2)) = f(3) = 1 \quad f(g(3)) = f(1) = 2$$

⑦ معادلات لگاریتمی زیر را رسم کنید.

الف)  $\log_{\omega}(2n-1) + \log_{\omega}(2n-\omega) = 1$

پاسخ:  $\log_{\omega}(2n-1)(2n-\omega) = 1 \rightarrow \log_{\omega}(2n-1)(2n-\omega) = \log_{\omega} \omega \rightarrow (2n-1)(2n-\omega) = \omega$

$\rightarrow 4n^2 - 2n - 1.0n + \omega = \omega \quad 4n^2 - 12n = 0 \quad n(4n-12) = 0$   
 در دامنه نیست  $x$   
 $n = 0$   $x$   
 $n = \frac{12}{4} = 3$  ✓

بررسی دامنه:  $2n-1 > 0 \rightarrow n > \frac{1}{2}$ ,  $2n-\omega > 0 \rightarrow n > \frac{\omega}{2} \Rightarrow n > \frac{\omega}{2}$

ب)  $2 \log \sqrt{2n+3} = \frac{1}{p} \log 9 - \log(2n-3)$

پاسخ:  $2 \log \sqrt{2n+3} = \frac{1}{p} \log 9 - \log(2n-3) \quad 2n+3 \geq 0 \rightarrow n \geq -\frac{3}{2} \quad 2n-3 > 0 \rightarrow n > \frac{3}{2}$

$\log 2n+3 = \log v - \log(2n-3)$

$\log 2n+3 = \log \frac{v}{2n-3}$

$2n+3 = \frac{v}{2n-3}$

$4n^2 - 9 = v$

$4n^2 - 16 = 0$

$4(n-2)(n+2) = 0 \rightarrow n = 2$  ✓  
 $n = -2$   $x$   
 در دامنه نیست.

⑧ حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{\tan(n - \frac{\pi}{p}) \cos(\frac{2\pi}{p} + n) - \sin^2(\frac{\sqrt{2}\pi}{p} - n)}{\cos(n - \frac{\pi}{p}) \tan(\frac{2\pi}{p} + n)}$

پاسخ:  $\frac{-\tan(\frac{\pi}{p} - n) \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot (-\cot n)} = \frac{-\cot n \cdot \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot (-\cot n)}$

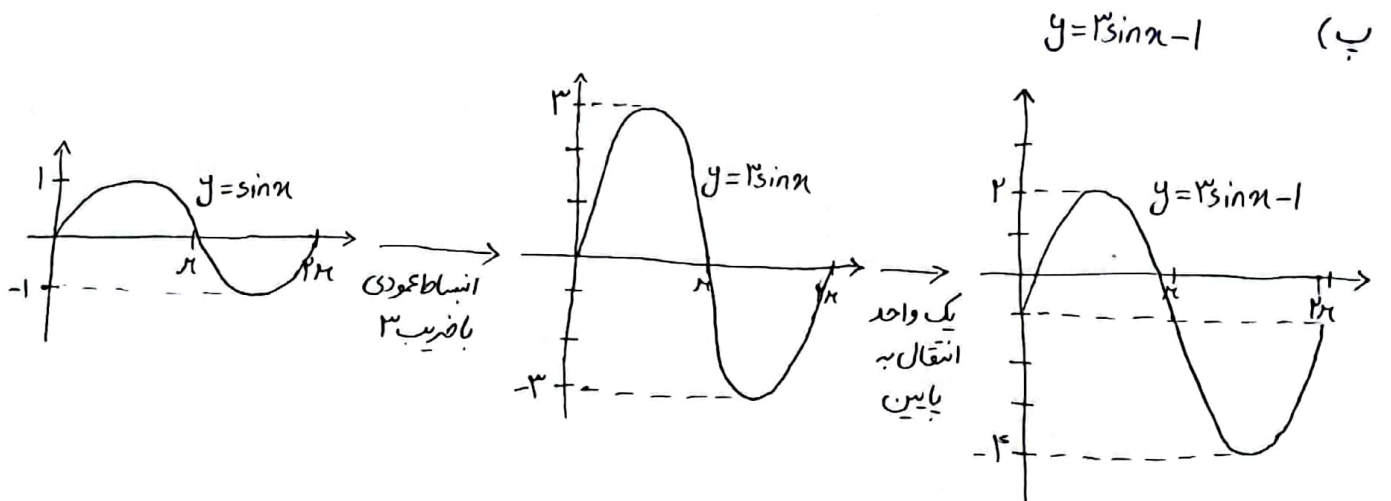
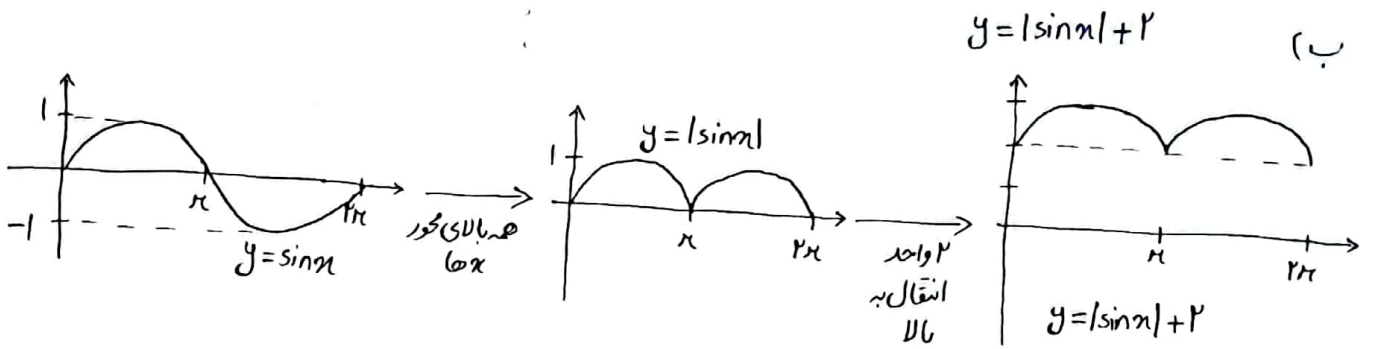
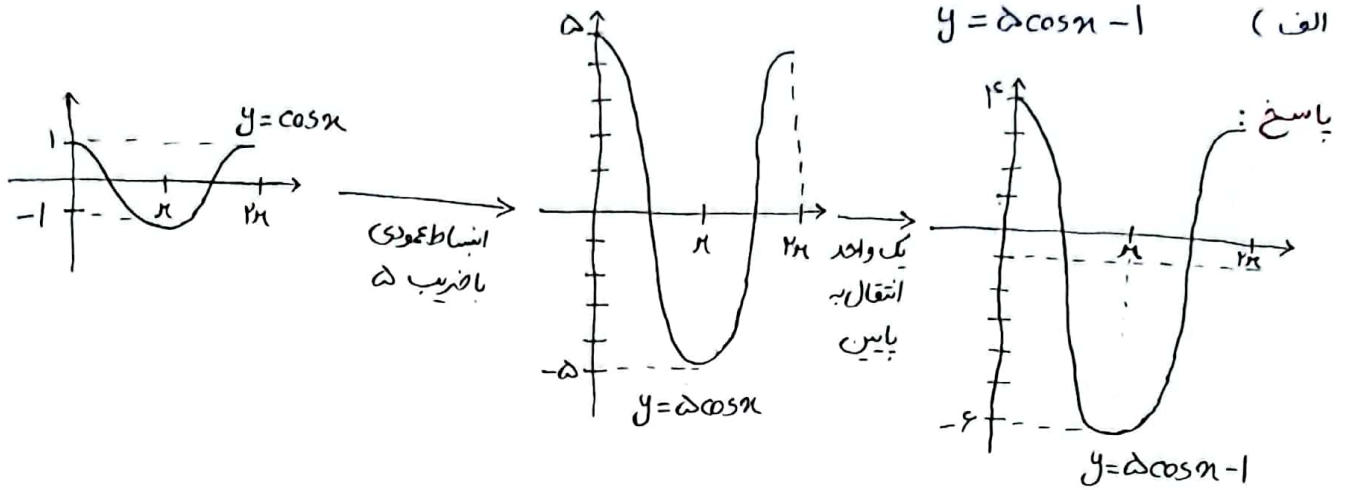
$= \frac{-\frac{\cos n}{\sin n} \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot (-\frac{\cos n}{\sin n})} = \frac{-\cos n + \cos^2 n}{-\cos n} = 1 - \cos^2 n = \sin^2 n$

ب)  $\frac{\sin 160^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$

پاسخ:  $\frac{\sin(180-20) - \cos(180+20)}{\cos(90+20) + \sin(90-20)} = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}$   
 صورت و مخرج تقسیم بر  $\cos 20^\circ$   
 $\frac{\tan 20^\circ + 1}{1 - \tan 20^\circ} = \frac{1.36}{0.64}$



۹) نمودار توابع زیر را رسم کنید.



۱۰) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$

پاسخ:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|(x+1)(x-2)|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \times \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{2x + \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{4x^2 - x^2 - 12}$

$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{3(x+2)(x-2)} = \frac{-3 \times 1}{3 \times 4} = \boxed{-\frac{1}{4}}$

(ب)

$$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{n - \sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1} - 2n}$$

$$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{n - \sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1} - 2n} \times \frac{n + \sqrt{n+2}}{n + \sqrt{n+2}} \times \frac{\sqrt{n+1} + 2n}{\sqrt{n+1} + 2n} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{(n^2 - n - 2)(\sqrt{n+1} + 2n)}{(n+1 - 4n^2)(n + \sqrt{n+2})}$$

پاسخ:

$$= \lim_{n \rightarrow 2} \frac{(n+1)(n-2)(\sqrt{n+1} + 2n)}{-(n-2)(4n+1)(n + \sqrt{n+2})} = \frac{3 \times 1 \times 3}{-1 \times 9 \times 3} = \boxed{-\frac{1}{9}}$$

(پ)

$$\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(n + \frac{\pi}{4})}{\cos n - \sin n}$$

$$* \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos n - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin n}{\cos n - \sin n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

پاسخ:

(ت)

$$\lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - |\cos n|}{|\sin n| \sin n}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos n}{-\sin^2 n} = \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos n}{-(1 - \cos^2 n)} = \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos n}{-(1 + \cos n)(1 - \cos n)}$$



پاسخ:

$$= \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1}{-(1 + \cos n)} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

تابع ضابطه‌ی (11)

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n^2 - n - 1}{n - 1} & n > 1 \\ an - a + 3 & n \leq 1 \end{cases}$$

بزرگی کدام مقدار  $a$  در  $n = 1$  پیوسته است؟

پاسخ: برای این که تابع در  $n = 1$  پیوسته باشد باید مقدار حد راست و چپ تابع در  $n = 1$  برابر باشند.

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= a - a + 3 = 3 \\ \lim_{n \rightarrow 1^-} f(n) &= a - a + 3 = 3 \\ \lim_{n \rightarrow 1^+} f(n) &= \lim_{n \rightarrow 1^+} \frac{(n-1)(n+1)}{(n-1)} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{پس این تابع به ازای هر مقدار } a \text{ در } n = 1 \text{ پیوسته است.}$$

① در یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول آن  $\frac{1}{3}$  مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله ی دوم چند برابر جمله ی اول است؟

پاسخ:  $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$  فرمول های ساده مجموع جمله های دنباله حسابی:

$$S_5 = \frac{5}{2} (2a_1 + 4d) = 5a_1 + 10d \rightarrow \text{مجموع ۵ جمله اول}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d \quad S_{10} - S_5 = 5a_1 + 35d \rightarrow \text{مجموع ۵ جمله دوم}$$

$$5a_1 + 10d = \frac{1}{3} (5a_1 + 35d)$$

$$15a_1 + 30d = 5a_1 + 35d$$

$$10a_1 = 5d$$

$$2a_1 = d$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 2a_1}{a_1} = 3$$

② اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $4x^2 - 12x + 1 = 0$  باشند، مقدار  $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$  را بدست آورید.

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = 3$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{3+1} = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

③ معادلات زیر را حل کنید.

$$x(x^2-9)\sqrt{x-2} = 0$$

(الف)

$$x(x-3)(x+3)\sqrt{x-2} = 0$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$x=0 \quad \times \text{ غیر قابل قبول}$$

$$x-3=0 \quad x=3 \checkmark$$

$$x+3=0 \quad x=-3 \quad \times \text{ غیر قابل قبول}$$

$$\sqrt{x-2}=0 \quad x=2 \checkmark$$

پاسخ:



$$| |x-1| - 3 | < 3 \quad (ب)$$

$$| |x-1| - 3 | < 3 \rightarrow -3 < |x-1| - 3 < 3 \rightarrow \underbrace{0 < |x-1| < 6}_{\text{پاسخ:}}$$

باتوجه به خواص قدر مطلق این بخش از نامعادله به ازای هر  $x$  به جز یک برقرار است.

$$|x-1| < 6 \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 - 2x + 1 < 36 \quad x^2 - 2x - 35 < 0 \quad (x+5)(x-7) < 0$$

$$-5 < x < 7$$

$$\text{پاسخ نهایی} \rightarrow x \in (-5, 7) - \{1\}$$

(۴) ضابطه‌ی تابع وارون  $f(x) = \frac{5x+1}{x-3}$  را به دست آورید.

پاسخ: برای به دست آوردن وارون تابع باید  $x$  را بر حسب  $y$  به دست آوریم.

$$y = \frac{5x-1}{x-3} \quad yx - 3y = 5x - 1 \quad yx - 5x = 3y - 1 \quad x(y-5) = 3y-1$$

$$x = \frac{3y-1}{y-5} \xrightarrow{\text{بلی نوشتن ضابطه نهایی f-1 جای x و y ماعضی می کنیم}} f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{x-5} \quad (x \neq 5)$$

(۵) اگر  $g(x) = 2x-1$  و  $f \circ g(x) = \frac{x}{x-3}$  باشد، مقدار  $f(3)$  را به دست آورید.

$$g(a) = 3 \quad 2a-1 = 3 \quad a = 2 \quad \text{پاسخ:}$$

$$f(3) = f(g(a)) = f(g(2)) = \frac{2}{2-3} = \boxed{-2}$$

(۶) اگر  $f = \{(1,2), (2,5), (3,1)\}$  و  $g = \{(1,4), (2,3), (3,1)\}$  باشد، آن گاه  $f \circ g$  را به دست آورید.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{2, 3\} \quad \text{پاسخ:}$$

$$f \circ g = \{(2,1), (3,2)\}$$

$$f(g(2)) = f(3) = 1 \quad f(g(3)) = f(1) = 2$$

⑦ معادلات لگاریتمی زیرارسم کنید.

$$\log_{\Delta}(2x-1) + \log_{\Delta}(3x-5) = 1 \quad \text{الف)}$$

$$\log_{\Delta}(2x-1)(3x-5) = 1 \rightarrow \log_{\Delta}(2x-1)(3x-5) = \log_{\Delta} \Delta \rightarrow (2x-1)(3x-5) = \Delta$$

پاسخ:

$$\rightarrow 6x^2 - 13x - 10x + 5 = \Delta \quad 6x^2 - 13x = 0 \quad x(6x-13) = 0$$

در دامنه نیست  $x=0$   
 $x = \frac{13}{6}$  ✓

$$2x-1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{2}, \quad 3x-5 > 0 \rightarrow x > \frac{5}{3} \Rightarrow x > \frac{5}{3}$$

بررسی دامنه:

$$2 \log \sqrt{2x+3} = \frac{1}{4} \log 16 - \log(2x-3) \quad \text{ب)}$$

$$2 \log \sqrt{2x+3} = \frac{1}{4} \log 16 - \log(2x-3) \quad 2x+3 \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \quad 2x-3 > 0 \rightarrow x > \frac{3}{2}$$

پاسخ:

$$\log 2x+3 = \log 4 - \log(2x-3)$$

$$\log 2x+3 = \log \frac{4}{2x-3} \quad 2x+3 = \frac{4}{2x-3} \quad 4x^2 - 9 = 4 \quad 4x^2 - 16 = 0$$

$$4x^2 - 16 = 0 \rightarrow 4(x-2)(x+2) = 0$$

$x=2$  ✓  
 $x=-2$  ✗  
 در دامنه نیست.

⑧ حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\frac{\tan(x - \frac{\pi}{4}) \cos(\frac{3\pi}{4} + x) - \sin^2(\frac{\sqrt{x}}{4} - x)}{\cos(x - \frac{\pi}{4}) \tan(\frac{3\pi}{4} + x)} \quad \text{الف)}$$

$$\frac{-\tan(\frac{\pi}{4} - x) \sin x + \cos^2 x}{\sin x \cdot (-\cot x)} = \frac{-\cot x \cdot \sin x + \cos^2 x}{\sin x \cdot (-\cot x)}$$

پاسخ:

$$= \frac{-\frac{\cos x}{\sin x} \sin x + \cos^2 x}{\sin x \cdot (-\frac{\cos x}{\sin x})} = \frac{-\cos x + \cos^2 x}{-\cos x} = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\frac{\sin 160^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ} \quad \text{ب)}$$

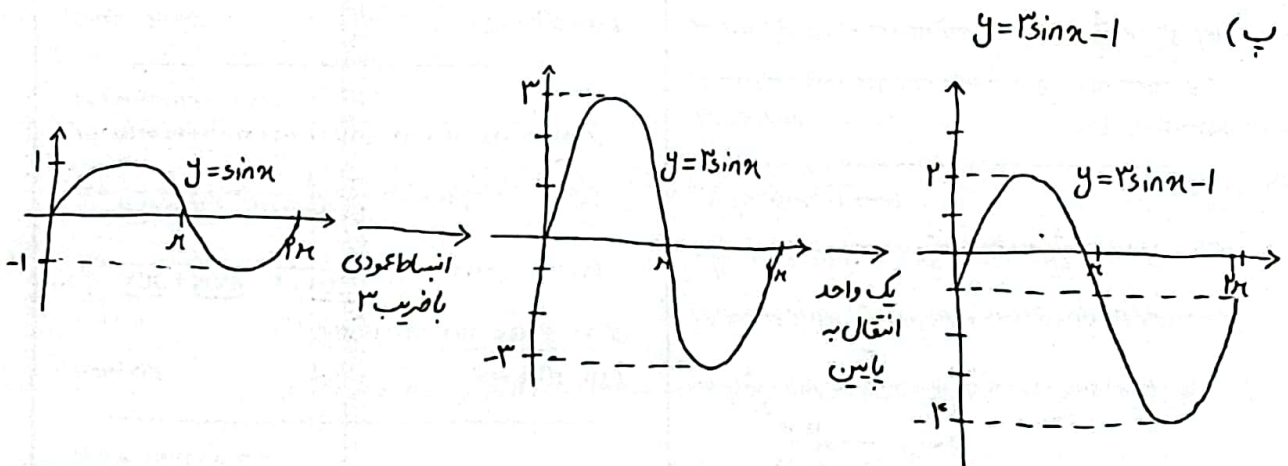
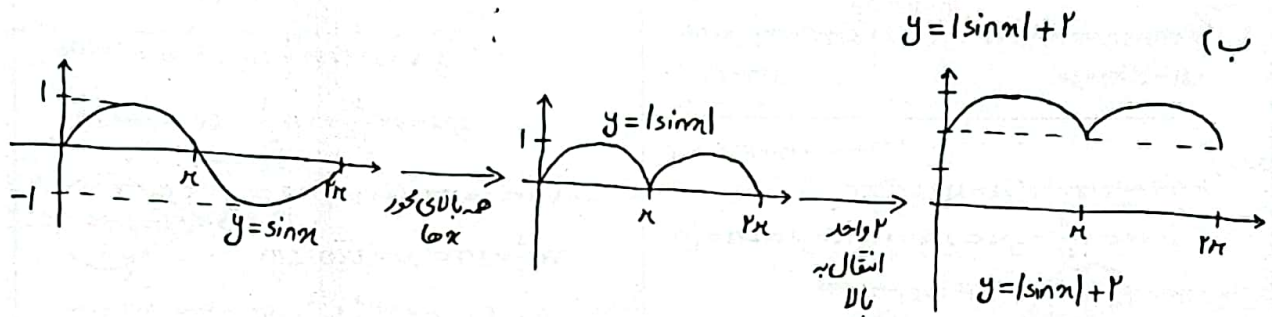
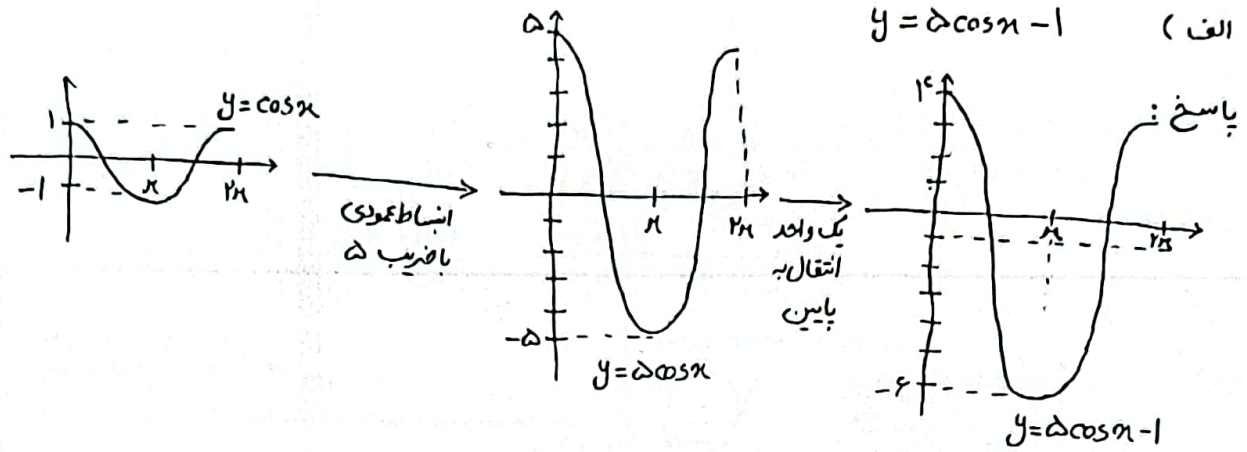
$$\frac{\sin(180^\circ - 20^\circ) - \cos(180^\circ + 20^\circ)}{\cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(90^\circ - 20^\circ)} = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}$$

صورت وخرج تقسیم بر  $\cos 20^\circ$

$$\frac{\tan 20^\circ + 1}{1 - \tan 20^\circ} = \frac{1.36}{0.64}$$

پاسخ:

۹) نمودار توابع زیر را رسم کنید.



۱۰) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|(x+1)(x-2)|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \times \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{2x + \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{4x^2 - x^2 - 12}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{3(x+2)(x-2)} = \frac{-3 \times 1}{3 \times 4} = \boxed{-\frac{1}{4}}$$



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 2x}$$

(ب)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 2x} \times \frac{x + \sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x+1} + 2x}{\sqrt{x+1} + 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - x - 2)(\sqrt{x+1} + 2x)}{(x+1 - 4x^2)(x + \sqrt{x+1})} \quad \text{پاسخ:}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-2)(\sqrt{x+1} + 2x)}{-(x-2)(4x+1)(x + \sqrt{x+1})} = \frac{3 \times 1 \times 2}{-1 \times 9 \times 2} = \boxed{-\frac{2}{9}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}$$

(پ)

$$* \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x}{\cos x - \sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - |\cos x|}{|\sin x| \sin x}$$

(ت)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{-\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{-(1 - \cos^2 x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{-(1 + \cos x)(1 - \cos x)}$$



پاسخ:

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{-(1 + \cos x)} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

تابع ضابطه‌ی 11)  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1} & x > 1 \\ ax - a + 3 & x \leq 1 \end{cases}$  برای  $x=1$  پیوسته است؟

پاسخ: برای این تابع در  $x=1$  پیوسته باشد باید مقدار حد راست و چپ تابع در  $x=1$  برابر باشند.

$$f(1) = a - a + 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a - a + 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)} = 3$$

$\Rightarrow$  پس این تابع به ازای هر مقدار  $a$  در  $x=1$  پیوسته است.