

نام و نام خانوادگی:	باسمه تعالی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۳/۱۶
آزمون درس: ریاضی ۱		مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
پایه: دهم	اداره کل آموزش و پرورش استان البرز	تعداد صفحات: ۴
رشته: تجربی-ریاضی	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ کرج	ساعت امتحان: ۱۰ صبح
نام دبیر: ابراهیمزاده صفید	دبیرستان فرزندگان ۳، دوره دوم	
شماره داوطلب:	خرداد-۱۴۰۲	

نمره به عدد:

نمره به حروف:

بارم	ردیف	دانش آموزان عزیز! پاسخ‌های خود را در برگه‌ی سؤالات با خودکار آبی یا مشکی بنویسید.
۲	۱	<p>* درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف. $(-1, 4] \cap (2, +\infty) = (2, 4]$. درست (✓) نادرست ()</p> <p>ب. اگر $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ باشد α می‌تواند در ناحیه سوم دایره مثلثاتی باشد. درست () نادرست (✓)</p> <p>پ. اگر $a > 1$ باشد، $\sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$ است. درست (✓) نادرست ()</p> <p>ت. معادله‌ی $-x^2 + 4x - 4 = 0$، ریشه حقیقی ندارد. درست () نادرست (✓)</p> <p>ث. رابطه‌ای که به هر فرد گروه خونی او را نسبت می‌دهد، تابع است. درست (✓) نادرست ()</p> <p>ج. دامنه تابع همانی، برابر \mathbb{R} است. درست (✓) نادرست ()</p> <p>چ. $\frac{6!}{2!} = 3!$ درست () نادرست (✓)</p> <p>ح. اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع آوری داده‌ها است. درست (✓) نادرست ()</p>
۳/۵	۲	<p>* جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$، در این صورت A و B را دو پیشامد <u>متضاد</u> می‌نامیم.</p> <p>ب. در پرتاب یک تاس و دو سکه با هم، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2\} \times \{1, 2\}$ است.</p> <p>پ. حاصل $P(n, 1)$ برابر است با n.</p> <p>ت. اگر دامنه‌ی تابع $y = -2x$، مجموعه اعداد حقیقی نامنفی باشد، برد تابع $[0, +\infty)$ است.</p> <p>ث. اگر $f(x) = \frac{-5}{x}$ باشد، مقدار $f(\frac{-\sqrt{3}}{4})$ برابر با $-\frac{20\sqrt{3}}{3}$ است.</p> <p>ج. معادله محور تقارن سهمی $y = -2x^2 + 4x - 3$، خط $x = 1$ است.</p> <p>چ. اعداد ۵ و $\sqrt{2}$ ریشه‌های دوم عدد 10 می‌باشند.</p> <p>ح. حاصل $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$، برابر 2 است. (ادامه در صفحه دوم)</p>

خ. خط $y = x - 2$ با جهت مثبت محور x زاویه α می‌سازد.

د. اگر α زاویه‌ای در ناحیه دوم مثلثاتی باشد و $\cos \alpha = \frac{-3}{5}$ باشد، مقدار $\sin \alpha$ برابر $\frac{4}{5}$ است.

ذ. جمله شانزدهم دنباله حسابی $1, 7, 13, \dots$ برابر 95 است.

$$x = \frac{5 + 17}{2} = 11$$

$$t_{17} = a_1 + (n-1)d = 5 + 15(2) = 95$$

$$\binom{5}{3} = 10$$

ر. تعداد زیر مجموعه‌های ۳ عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی برابر با 10 است.

ز. جمله‌ی پنجم الگوی $a_n = -13 + 2n^2$ برابر با 27 است.

$$a_5 = -13 + 50 = 37$$

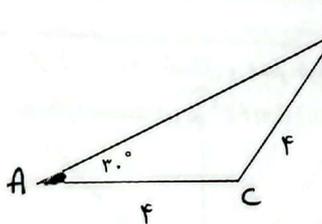
۰/۱۷۵

بین دو عدد 24 و -81 ، دو عدد چنان قرار دهید که چهار عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی بدهند.

$$24, \frac{24}{r}, \frac{24}{r^2}, -81$$

$$r^{4-1} = \frac{t_4}{t_1} \rightarrow r^3 = \frac{-81}{24} \rightarrow r^3 = -\frac{27}{8} \rightarrow r = -\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2}$$

۰/۱۷۵



مساحت مثلث زیر را بیابید. $\hat{B} = \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = 120^\circ$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 120^\circ = 8 \times \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

۱/۲۵

مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x}^2 + \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x})^3 - (1)^3} = \frac{\sqrt{x}^2 + \sqrt{x} + 1}{x-1}$$

۱/۵

نامعادله‌ی $\frac{x^3-x}{x^2-2x+2} \leq 0$ را حل کنید و مجموعه جواب را بنویسید.

$$x^3 - x = 0 \rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(1)(2) = -4 < 0 \text{ (ریشه حقیقی ندارد)}$$

x	-1	0	1	
$x^3 - x$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x^2 - 1$	$+$	0	$-$	$+$
$x^2 - 2x + 2$	$+$	$+$	$+$	$+$
کل عبارت	$-$	$+$	$-$	$+$

$$CF = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$$

(۱/۵)

برای تابع خطی f می‌دانیم $f(0) = -5$ و $f(2) = 11$ است. نمایش جبری تابع را بنویسید.

۰/۷۵

$$f(x) = ax + b \quad \cdot/۲۵$$

$$f(0) = a(0) + b \rightarrow -5 = b \quad \cdot/۲۵$$

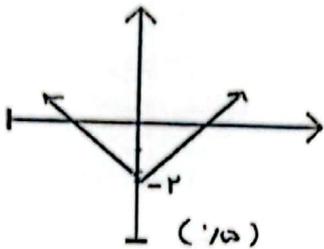
$$f(2) = 2a + b \rightarrow 11 = 2a - 5 \rightarrow 14 = 2a \rightarrow a = 7 \quad \cdot/۲۵$$

$$f(x) = 7x - 5$$

۷

تابع $y = -|x| - 2$ را رسم کنید و برد آن را معلوم کنید.

۰/۷۵

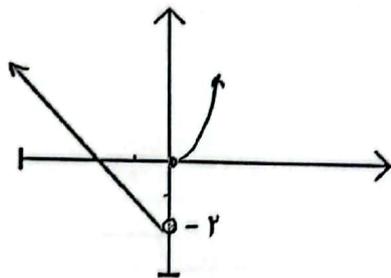


$$\text{برد} = [-2, +\infty)$$

$$(\cdot/۲۵)$$

۸

تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -x - 2 & ; x < 0 \end{cases}$ مفروض است.
الف: نمودار آن را رسم کنید.



۱/۵

ب. حاصل $\frac{f(0)+f(-1)}{f(3)}$ را حساب کنید.

$$f(0) = 0^2 = 0$$

$$f(-1) = -(-1) - 2 = -1$$

$$f(3) = (3)^2 = 9$$

$$\Rightarrow \frac{f(0) + f(-1)}{f(3)} = \frac{-1}{9}$$

۹

با ارقام ۰، ۳، ۴، ۶، ۹ چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟

۱/۲۵

$$\frac{0}{4} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{6}{1}$$

$$\frac{3}{3} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{6}{2}$$

$$4 \times 3 \times 1 + 3 \times 3 \times 2 = 12 + 18 = 30 \quad (\cdot/۲۵)$$

۱۰

با حروف کلمه (جایگشت) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آنها دو حرف (ج و ت) کنار هم قرار گرفته باشند؟

۰/۱۵

(ج = ای گ ش)

$$5! \times 2! = 120 \times 2 = 240 \quad \cdot/۲۵$$

$$\cdot/۲۵ \quad \cdot/۲۵$$

۱۱

در یک جعبه ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سبز متمایز وجود دارد. به چند روش می‌توان ۵ مهره انتخاب کرد به طوری که حداقل ۲ تایی آن‌ها قرمز باشد.

۲ تایی از سبزها و ۳ تایی از آبی‌ها
 ۳ تایی از سبزها و ۲ تایی از آبی‌ها
 ۳ تایی از قرمزها

۱/۲۵

۱۲

$$\binom{3}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{3}{3} \binom{4}{2} = 3 \times 4 + 1 \times 15 = 33 \quad (۱/۲۵)$$

در پرتاب ۲ تاس با هم، احتمال آن که حاصلضرب اعداد رو شده ۱۲ باشد چقدر است؟

۰/۱۷۵

۱۳

$$n(S) = 4 \times 4 = 34 \quad (۱/۲۵)$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{34} \quad (۱/۲۵)$$

$$A = \{(2,4), (4,2), (3,4), (4,3)\} \quad (۱/۲۵)$$

در گروه پژوهش مدرسه، ۵ دانش آموز پایه دهم و ۴ دانش آموز پایه یازدهم داریم می‌خواهیم ۳ نفر از این گروه انتخاب کنیم مطلوب است احتمال آنکه:

۱/۵

۱۴

الف: هر سه از یک پایه باشند.

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10 + 4}{84} = \frac{14}{84} \quad (۰/۱۷۵)$$

$$n(S) = \frac{3 \times 4 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

ب. فقط یک نفر از یازدهم باشد.

$$P(B) = \frac{\binom{4}{1} \times \binom{5}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{4 \times 10}{84} = \frac{4}{84} \quad (۰/۱۷۵)$$

نوع هر متغیر را به طور کامل مشخص کنید.

الف: اقوام ایرانی - کیفی - اسی ۱/۵

ب: قد دانش آموزان کیفی - پیوسته ۱/۵

پ: تعداد فرزندان یک خانواده کیفی - گسسته ۱/۵

ت: میزان تحصیلات (دیپلم - کارشناسی - کارشناسی ارشد - ...) کیفی - ترتیبی ۱/۵

۲

۱۵