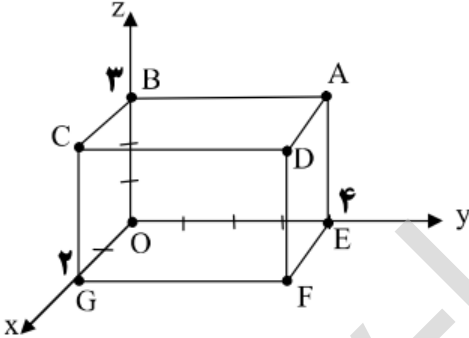


سوال‌ات شبه نهایی درس : هندسه ۳		مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه		رشته : ریاضی و فیزیک		تعداد صفحه : ۲	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		ساعت شروع : ۱۱:۰۰ صبح		تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۲/۱۱		نام و نام خانوادگی:	
آزمون هماهنگ شبه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم				اداره کل آموزش و پرورش استان اردبیل - معاونت آموزش متوسطه			
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.							
ردیف	دانش آموز عزیز جواب سوالات را با خودکار آبی یا مشکی در برگ پاسخنامه بنویسید.						
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف: اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و $rA = rB$ آنگاه داریم: $A = B$ ۰.۲۵</p> <p>ب: در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک دایره می شود. ۰.۲۵</p> <p>پ: رابطه ی $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$ معادله یک دایره است. ۰.۲۵</p> <p>ت: برای هر دو بردار \vec{a} و \vec{b}، نامساوی $\vec{a} \cdot \vec{b} \geq \vec{a} \vec{b}$ برقرار است. ۰.۲۵</p>						
۲	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.</p> <p>الف: اگر A یک ماتریس 3×3 و $A = 5$ باشد، آنگاه $\frac{1}{3}A$ برابر است. ۰.۲۵</p> <p>ب: در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک خواهد بود. ۰.۲۵</p> <p>پ: اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بیضی باشد، نقطه A در بیضی است. ۰.۲۵</p> <p>ت: حاصل ضرب خارجی دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} که باهم موازی هستند، برابر بردار است. ۰.۲۵</p>						
۳	<p>الف) اگر $A = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m-2 & n \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد، مقادیر m و n را بیابید. ۱/۲۵</p> <p>ب) اگر $b_{ij} = \begin{cases} i+1 & i=j \\ j-2 & i < j \\ 1 & i > j \end{cases}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$، ماتریس B را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ۱/۲۵</p>						
۴	<p>ماتریس $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ مفروض است، ماتریس A را بدست آورید. ۱</p>						
۵	<p>مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}$ جواب نداشته باشد. ۱/۲۵</p>						
۶	<p>نقاط A, B, C, D در صفحه مفروض اند، نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید). ۱/۵</p>						
۷	<p>در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر آن رسم کرده ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید. ۱/۲۵</p>						
۸	<p>در یک بیضی مختصات کانون‌ها $F(4, 0)$ و $F'(-2, 0)$ و طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است. اگر نقطه $P(1, m)$ روی این بیضی قرار داشته باشد، مقدار m را بیابید. ۱/۵</p>						
ادامه سوالات در صفحه بعد							

سؤالات شبه نهایی درس : هندسه ۳	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	رشته : ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه : ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع : ۱۱:۰۰ صبح	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۲/۱۱	نام و نام خانوادگی:
آزمون هماهنگ شبه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم		اداره کل آموزش و پرورش استان اردبیل - معاونت آموزش متوسطه	
ردیف	دانش آموز عزیز جواب سؤالات را با خودکار آبی یا مشکی در برگ پاسخنامه بنویسید.		
۹	معادله سهمی را بنویسید که $F(-۳, ۲)$ مختصات کانون و معادله خط هادی آن $x = ۱$ باشد.		
۱۰	سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ دایره ای رسم می کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.		
۱۱	نقاط $A = (۲, ۱, ۳)$ و $B = (-۱, ۱, ۳)$ در R^3 مفروض اند. معادلات مربوط به پاره خط AB را بنویسید.		
۱۲	<p>وجه های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل، قسمت هایی از صفحات به معادلات $(x = ۰, x = ۲)$ و $(y = ۰, y = ۴)$ و $(z = ۰, z = ۳)$ هستند.</p> <p>الف: مختصات نقطه ی A را مشخص کنید.</p> <p>ب: معادلات مربوط به پال AD و وجه $CDFG$ را بنویسید.</p> 		
۱۳	اگر $\vec{a} = (\sqrt{\lambda}, ۲, ۴)$ و $\vec{b} = -۶\vec{j} + \lambda\vec{k}$ و $r = -\frac{1}{۲}$ بردار $r\vec{a} + \vec{b}$ را بیابید.		
۱۴	بردارهای $\vec{a} = (۱ - ۳, ۲)$ و $\vec{b} = (-۲, ۱, -۵)$ را در نظر بگیرید: الف: تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار \vec{b} به دست آورید. ب: برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} بنویسید.		
۱۵	بردارهای \vec{a} و \vec{b} مفروض اند. اگر $ \vec{a} = ۳$ و $ \vec{b} = ۲۶$ و $ \vec{a} \times \vec{b} = ۷۲$ باشد، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را محاسبه کنید.		
۱۶	اگر بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ، $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ، $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ باشد، ثابت کنید: $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$		
۲۰	جمع بارم	گروه ریاضی متوسطه دوره دوم استان اردبیل موفق و سربلند باشید.	

پایسج امتحان شبہ نہائی ہندسہ ۳ استادن اردبیل

۱- الف) درست (ب) درست (پ) نادرست (ت) نادرست

۲- الف) $\frac{5}{8}$ (ب) بیضی (پ) خارج (ت) صفر

۳- الف)
$$\begin{cases} m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \\ n = m \Rightarrow n = 2 \end{cases}$$

(ب)
$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

۴- وارون وارون یک ماتریس، برابر خود آن ماتریس است، پس داریم:

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{2 \times 3 - (-1) \times 2} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

۵-
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-1 \end{cases}$$

$$m=2 \Rightarrow \frac{2}{1} \neq \frac{1}{3}$$

$$m=-1 \Rightarrow -\frac{1}{1} \neq \frac{1}{3}$$

بنابراین ہر دو جواب قابل قبول ہتند۔

۶- تقاطعی از صنفہ کہ از تقاطع A و B بہ یک فاصلہ باشند، روی محور منصف پارہ خط AB و تقاطعی از صنفہ کہ از تقاطع C و D بہ یک فاصلہ باشند، روی محور منصف پارہ خط CD قرار دارند۔ نقطہ تلاقی این دو محور منصف جواب مسئلہ است۔

الف) اگر دو محور منصف متقاطع باشند، مسئلہ یک جواب دارد۔

ب) اگر دو محور منصف موازی باشند، مسئلہ جواب ندارد۔

پ) اگر دو محور منصف بر ہم منطبق باشند، مسئلہ بی شمار جواب دارد۔

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3 \Rightarrow \text{مرکز: } O(1, 1) \quad -7$$

$$m_{OA} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{3 - 1}{2 - 1} = 2$$

اگر خط مماس بر دایره در نقطه A را d بنامیم، آنگاه داریم:

$$m_d = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{معادله خط d: } y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

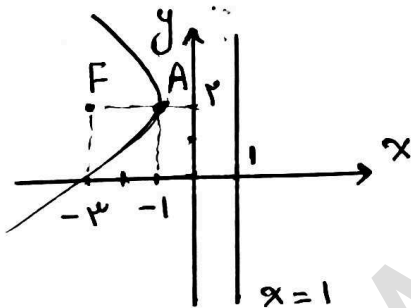
$$\Rightarrow 2y - 6 = -x + 2 \Rightarrow x + 2y = 8$$

$$PF = \sqrt{(4-1)^2 + (0-m)^2} = \sqrt{m^2 + 9} \quad -8$$

$$PF' = \sqrt{(-2-1)^2 + (0-m)^2} = \sqrt{m^2 + 9}$$

$$PF + PF' = 2a \Rightarrow 2\sqrt{m^2 + 9} = 10 \Rightarrow \sqrt{m^2 + 9} = 5$$

$$\xrightarrow{\text{مربع کردن}} m^2 + 9 = 25 \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4$$



9- مطابق شکل رأس سهمی نقطه A(-1, 2) و

فاصله کانونی آن $a = 2$ است و سهمی رو به چپ
باز می شود. بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:

$$(y - 2)^2 = -4x^2(x + 1)$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = -8(x + 1)$$

10- رأس سهمی نقطه A(1, 0) و فاصله کانونی آن $a = 1$ است. سهمی رو به راست باز می شود، پس داریم:

$$F(h + a, k) = (1 + 1, 0) \Rightarrow F(2, 0)$$

$$\text{معادله دایره: } (x - 2)^2 + y^2 = 9 \xrightarrow{y^2 = 4x - 4} x^2 - 4x + 4 + 4x - 4 = 9$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{2} \\ x = -3 \text{ غنق} \end{cases}$$

بنابراین نقاط تقاطع دایره و سهمی عبارتند از: $(3, 2\sqrt{2})$ و $(3, -2\sqrt{2})$

AD ج: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$ CDF $G_{x,y,z}$: $\begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}$ A = (0, 4, 3) (الف - 12)

$-\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{a} + \vec{b} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(2\sqrt{2}, 2, 4) + (0, -6, 8) = (-\sqrt{2}, -7, 6)$ - 13

الف) اگر \vec{a}' تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b} باشد، آنگاه داریم:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{-2 - 3 - 10}{4 + 1 + 25} (-2, 1, -5) = -\frac{1}{2} (-2, 1, -5) = (1, -\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$$

ب) بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود است، بنابراین داریم:

$$\vec{a} = (1, -3, 2) \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (13, 1, -5)$$

$$\vec{b} = (-2, 1, -5)$$

$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow 17^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 3^2 \times 26^2$ - 15

$\Rightarrow 289 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \frac{9 \times 676}{60.14} \Rightarrow (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 900 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 30$

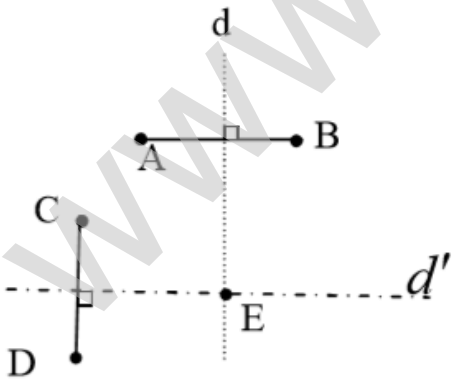
$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + a_3(b_3 + c_3)$ - 16

$= a_1 b_1 + a_1 c_1 + a_2 b_2 + a_2 c_2 + a_3 b_3 + a_3 c_3$

$= (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3) + (a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3)$

$= \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

راه حل سوال 11 - : معادلات مرتبه یک است: $-1 \leq x \leq 2, y = 1, z = 3$

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : هندسه ۳	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع : ۱۱:۰۰ صبح	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۲/۱۱
آزمون هماهنگ شبه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم	اداره کل آموزش و پرورش استان اردبیل - معاونت آموزش متوسطه	
ردیف	راهنمای تصحیح	پارم
۱	الف : درست (۰/۲۵) ب : درست (۰/۲۵) پ : نادرست (۰/۲۵) ت : نادرست (۰/۲۵)	۱
۲	الف : $\frac{5}{8}$ (۰/۲۵) ب : بیضی (۰/۲۵) پ : بیرون (۰/۲۵) ت : صفر (۰/۲۵)	۱
۳	الف : $n = m = 2$ (۰/۲۵) $m = 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m - 2 = 0$ (۰/۲۵) ب)	۱/۲۵
	$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ (۰/۵)	
۴	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = 8$ (۰/۲۵) , $A = \underbrace{(A^{-1})^{-1}}_{(۰/۲۵)} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۵)	۱
۵	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m(m-1) = 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m = -1$ (۰/۲۵) , $m = 2$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند. عمود منصف پاره خط AB است. این خط را d می نامیم (۰/۲۵). مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه C و D به یک فاصله باشد. عمود منصف پاره خط CD است. این خط را d' می نامیم (۰/۲۵). بنابراین نقطه برخورد خطوط d و d' جواب مسئله است. (نقطه E) (۰/۲۵) اگر خطوط d و d' متقاطع باشند مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵) اگر خطوط d و d' منطبق باشند مسئله بیشمار جواب دارد. (۰/۲۵) اگر خطوط d و d' موازی باشند مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵)	۱/۵
		
۷	مرکز دایره برابر است با $O(1, 1)$ (۰/۲۵) شیب خط عمود بر دایره در نقطه $A(2, 3)$ برابر است با : $m_{AO} = \frac{3-1}{2-1} = 2$ (۰/۲۵) شیب خط مماس بر دایره در نقطه $A(2, 3)$ قرینه و برعکس شیب خط عمود است $m' = -\frac{1}{m_{OA}} = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) معادله خط مماس بر دایره برابر است با : $y - 3 = \frac{-1}{2}(x - 2)$ (۰/۵)	۱/۲۵
	ادامه در صفحه بعد	

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : هندسه ۳		مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		ساعت شروع : ۱۱:۰۰ صبح	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۲/۱۱
آزمون هماهنگ شبه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم		اداره کل آموزش و پرورش استان اردبیل - معاونت آموزش متوسطه	
ردیف	راهنمای تصحیح		
بارم			
۱/۵	$PF + PF' = 2a \quad (./۵) \Rightarrow \sqrt{9 + m^2} + \sqrt{9 + m^2} = 10 \quad (./۵) \Rightarrow m = \pm 4 \quad (./۵)$		
۱/۲۵	<p>با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی ، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. (./۲۵)</p> <p>مختصات راس سهمی $A(-1, 2)$ ، (./۲۵) در این سهمی $a = AF = 2$ (./۲۵)</p> <p>معادله آن برابر است با : (./۵) $(y - 2)^2 = -8(x + 1)$</p>		
۱/۵	$y^2 = 4(x - 1) \Rightarrow S(1, 0) , F(2, 0) , (x - 2)^2 + y^2 = 9$ $\begin{cases} y^2 = 4x - 4 \\ (x - 2)^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow (x - 2)^2 + 4x - 4 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ $M(3, 2\sqrt{2}) , M'(3, -2\sqrt{2})$		
۰/۵	AB معادلات مربوط به پاره خط AB : $-1 \leq x \leq 2$ (./۲۵) , $y = 1$, $z = 3$ (./۲۵)		
۱/۵	<p>الف : $A(0, 4, 3)$ (./۵)</p> <p>ب : $AD: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases} \quad (./۵) , ADFG: \begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (./۵)$</p>		
۰/۷۵	$\vec{b} = -6\vec{j} + 8\vec{k} = (0, -6, 8)$ (./۲۵) $r\vec{a} = -\frac{1}{4}(\sqrt{8}, 2, 4) = (-\sqrt{2}, -1, -2)$ (./۲۵) $r\vec{a} + \vec{b} = (-\sqrt{2}, -1, -2) + (0, -6, 8) = (-\sqrt{2}, -7, 6)$ (./۲۵)		
ادامه در صفحه بعدی			

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : هندسه ۳	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع : ۱۱:۰۰ صبح	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۲/۱۱
آزمون هماهنگ شبه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم		اداره کل آموزش و پرورش استان اردبیل - معاونت آموزش متوسطه
ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۱۴	الف : $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1(-2) + (-3)(1) + (2)(-5) = -15$ $ \vec{b} ^2 = (-2)^2 + (1)^2 + (-5)^2 = 30$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} } \vec{b} = \frac{-15}{\sqrt{30}} (-2, 1, -5) = \left(1, -\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)</p> $\vec{a} \times \vec{b} = (1, -3, 2) \times (-2, 1, -5) = (13, 1, -5) \quad (۰/۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $\vec{b} \times \vec{a} = (-2, 1, -5) \times (1, -3, 2) = (-13, -1, 5)$	۱/۲۵
۱۵	$ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 17 = 3 \times \sqrt{30} \times \sin \theta \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sin \theta = \frac{17}{13} \quad (۰/۲۵)$ $\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{17}{13}\right)^2} = \pm \frac{5}{13} \quad (۰/۲۵)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \quad (۰/۲۵) = 3 \times \sqrt{30} \times \left(\pm \frac{5}{13}\right) = \pm 30 \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۶	$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + a_3(b_3 + c_3) \quad (۰/۵)$ $a_1 b_1 + a_1 c_1 + a_2 b_2 + a_2 c_2 + a_3 b_3 + a_3 c_3 \quad (۰/۵)$ $a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3 \quad (۰/۲۵)$ $= \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">موفقیت شما آرزوی قلبی ماست . گروه ریاضی متوسطه دوره دوم استان اردبیل</p>	۱/۵
	مصحح گرامی ، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارجم به تناسب منظور گردد.	۲۰