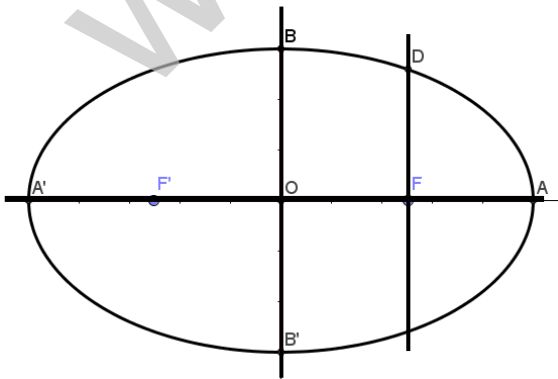
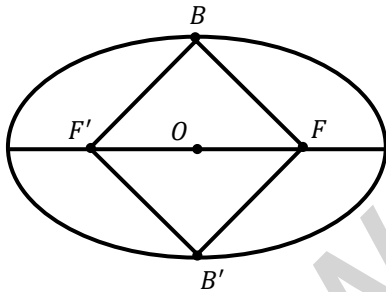


سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	تعداد صفحه : ۳	
https://www.teo.medu.ir			

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) ماتریس <math>A</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> است که <math> A  = 2</math>. در این صورت <math>\left  \frac{1}{2}A \right </math> کدام گزینه است؟</p> <p>(۱) ۴ (۲) <math>\frac{1}{4}</math> (۳) ۱ (۴) <math>\frac{1}{8}</math></p> <p>ب) اگر معادله حاصل از برخورد خط و دایره را تشکیل دهیم، شرط آنکه خط بر دایره مماس شود این است که:</p> <p>(۱) <math>\Delta &gt; 0</math> (۲) <math>\Delta &lt; 0</math> (۳) <math>\Delta = 0</math> (۴) <math>\Delta \geq 0</math></p> <p>ج) نقاط <math>A(-2, 2, 2)</math>، <math>B(3, 0, 5)</math> و <math>C(1, 2, -3)</math> سه رأس مثلث <math>ABC</math> هستند. طول میانه <math>AM</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>3\sqrt{2}</math> (۲) <math>2\sqrt{3}</math> (۳) <math>2\sqrt{2}</math> (۴) <math>3\sqrt{3}</math></p> <p>د) مساحت ناحیه بین نمودار رابطه های <math>x^2 + y^2 \leq 16</math> و <math>x^2 + y^2 - 4x \geq 0</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>8\pi</math> (۲) <math>12\pi</math> (۳) <math>10\pi</math> (۴) <math>15\pi</math></p>	۱
۲	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) جمع ماتریس ها دارای خاصیت شرکت پذیری است.</p> <p>ب) دستگاه معادلات <math>\begin{cases} -2x + 3y = 2 \\ 4x - 6y = -4 \end{cases}</math> دارای جواب منحصر به فرد است.</p> <p>ج) بردارهای <math>\vec{a}</math> و <math>2\vec{a}</math> همواره هم جهت هستند.</p> <p>د) همه نقاطی که مختصات آنها در رابطه <math>\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}</math> صدق می کند، محور <math>Z</math> ها را مشخص می کنند.</p>	۱
۳	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) شرط لازم و کافی برای اینکه <math>A^{-1}</math> وجود داشته باشد آن است که ..... باشد.</p> <p>ب) اگر <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> و <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد، مقدار <math>a</math> برابر است با .....</p> <p>ج) هرگاه در یک سطح مخروطی صفحه <math>p</math> به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور <math>L</math> نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی ..... است.</p> <p>د) حجم مکعب حاصل از برخورد صفحات به معادلات <math>x = 1</math>، <math>x = 3</math>، <math>y = 1</math>، <math>y = 4</math>، <math>z = -2</math> و <math>z = 2</math> برابر است با .....</p>	۱

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	<a href="https://www.teo.medu.ir">https://www.teo.medu.ir</a>	

۱/۲۵	اگر $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = y + x \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ ، مقدار $y$ را به دست آورید.	۴
۱/۵	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد. سپس جواب دستگاه را با استفاده از $A^{-1}$ بیابید.	۵
۱/۵	دو نقطه $A$ و $B$ و خط $d$ که شامل هیچ یک نیست، در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله باشد و از خط $d$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد. ( در وجود جواب بحث کنید. )	۶
۰/۵ ۱	الف) حدود $m$ را طوری به دست آورید که معادله $x^2 + y^2 - 3x + 5y + m = 0$ معادله یک دایره باشد. ب) وضعیت دو دایره $C : x^2 + y^2 = 1$ و $C' : x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ نسبت به هم چگونه است؟	۷
۱	اگر در بیضی مقابل $BF'B'F$ مربع باشد، خروج از مرکز بیضی را بیابید. ( $F$ و $F'$ کانون ها و $B$ و $B'$ دو سر قطر کوچک هستند.)	۸
۱/۵	مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای $x$ و $y$ منطبق هستند و فاصله $F$ از هر دو نقطه $O$ و $A$ برابر ۴ است. اگر خطی که در نقطه $F$ بر $AA'$ عمود کرده ایم، بیضی را در نقطه $D$ قطع کرده باشد، مختصات $D$ را به دست آورید.	۹



سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	<a href="https://www.teo.medu.ir">https://www.teo.medu.ir</a>	

۱/۲۵	الف) سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳، دایره ای رسم می کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۱۰
۱	ب) مختصات کانون و همچنین معادله سهمی را به رأس $A(4,6)$ و خط هادی $x = 9$ بنویسید.	
۰/۷۵	ج) قطر دهانه یک دیش ماهواره ای که از دوران سهمی حول محورش حاصل شده برابر ۳۲ متر و عمق دیش برابر ۸ متر است. فاصله کانونی سهمی چقدر بوده است؟	
۰/۵	الف) معادله صفحه ای را بنویسید که از نقطه $A(2,3,4)$ بگذرد و با صفحه $xoy$ موازی باشد.	۱۱
۰/۵	ب) در فضای $\mathbb{R}^3$ نقطه $(-3,2,-5)$ در کدام ناحیه (کنج) از دستگاه مختصات قرار دارد؟	
۱	ج) اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (1,2,1)$ ، طول بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ چقدر است؟	
۱/۲۵	اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول ۲ باشند به طوری که $ \vec{a} + \vec{b}  = \sqrt{10}$ حاصل $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ را بیابید.	۱۲
۱	تصویر قائم بردار $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (1, -1, 0)$ بیابید.	۱۳
۱/۵	اگر $A(-1,2,3)$ ، $B(-2,4,1)$ و $C(1,3,5)$ سه رأس یک مثلث باشند، کسینوس زاویه $A$ را در مثلث $ABC$ به دست آورید.	۱۴

موفق باشید

۱- الف ۲ ، ب ۳ ، ج ۱ ، د ۲

۲- الف ۱ درست ، ب ۲ نادرست ، ج ۳ نادرست ، د ۴ درست

۳- الف ۱ مریی بوده و در همینان آن مخالف هم باشد

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+2a & -8+2a \\ b-2 & -2b-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -8+2a=0 \\ b-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases}$$

ج ۱

$$V = 2 \times 2 \times 4 = 16 \quad (D)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times (-2-1) - 2 \times (2-2) + 7 \times (2-2) = -3 + 0 + 0 = -3$$

۴-

$$y + 2 \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = y + 2(2 - (-7)) = y + 18$$

$$\begin{cases} y + 18 = 3 + 9x \\ \boxed{y = 3} \end{cases}$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$$

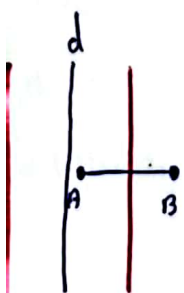
$$X = A^{-1} \times B$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4 - (-2)} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{14} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

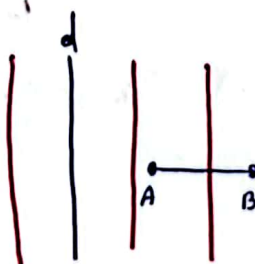
$$X = \frac{1}{14} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \frac{1}{14} \begin{bmatrix} 12 \\ 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6/7 \\ 16/7 \end{bmatrix}$$

۶- مکان هندسی نقاطی که از ۲ نقطه A و B به یک فاصله باشد خط عمود منصف یا خط AB است  
 مکان هندسی نقاطی از خط d به فاصله ۳ باشد ۲ خط موازی خط d در طرفین خط d قرار می‌دهند



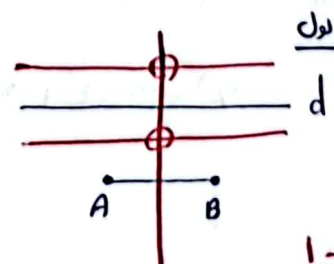
حالت اول

عمود منصف



حالت دوم

موازی خط d



حالت اول

۲ نقطه

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y + m = 0$$

(الف) -V

$$(x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + m = 0 \rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2} - m >$$

$$\frac{1}{2} - m > 0 \rightarrow m < \frac{1}{2}$$

C:  $x^2 + y^2 = 1$

O:  $R=1$

$OO' = \sqrt{1}$

(-)

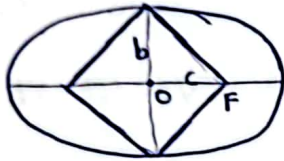
C':  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

O':  $R'=1$

$R+R'=2$

$OO' > R+R'$

دایره متقاطع هستند.



$2b = 2c \Rightarrow b = c$

ا- در این صورت مربع قطرهای با هم برابرند پس داریم

$a^2 = b^2 + c^2 = 2c^2 \rightarrow a = \sqrt{2}c$

خرج از مرکز  $e = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{2}c} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D | F, A | A', F | F'

ا

$DF + DF' = 2a$

$\sqrt{(f-f_1)^2 + (p-0)^2} + \sqrt{(f+f_1)^2 + (p-0)^2} = 2 \times a$

$|\beta| + \sqrt{4\epsilon + \beta^2} = 14 \Rightarrow \sqrt{4\epsilon + \beta^2} = 14 - |\beta| \xrightarrow{\uparrow 2} 4\epsilon + \beta^2 = 196 - 28|\beta| + \beta^2$

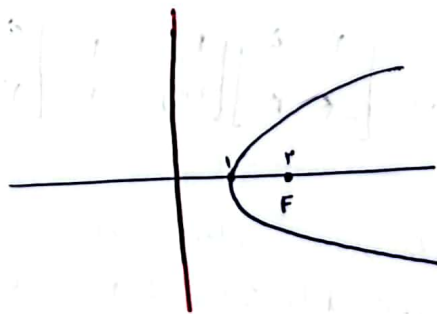
$|\beta| = 4 \Rightarrow \beta = \pm 4 \rightarrow D | \frac{F}{4}, D' | \frac{F}{-4}$

سهمی  $y^2 = 4(x-1) *$

S:  $p=1$

ا- (الف)

O:  $R=r \rightarrow (x-r)^2 + y^2 = r^2 *$

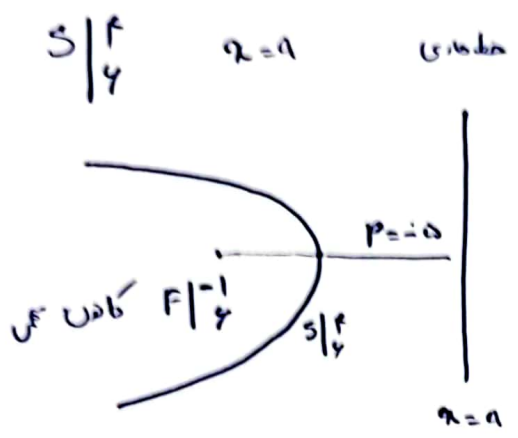


\*, \*  $\Rightarrow (x-r)^2 + 4(x-1) = r^2$

$x^2 - 2rx + r^2 + 4x - 4 = r^2 \rightarrow x^2 - 2rx + 4x - 4 = 0$

$x = \pm r \rightarrow A | \frac{r}{r\sqrt{2}}, B | \frac{r}{-r\sqrt{2}}$

خطی  $\Delta: 2 = 0$



مردن خط طاری عمود است پس معنی افق را بد  
 $(y-4)^2 = -2.0(x-1)$

(2)  $\text{فاصله کانونی} = \frac{r^2 \times r^2}{\lambda} = 128 \text{ m}$

11 - (الف)  $Z = 4$

(2)  $\vec{a} = (2, 0, -1)$   
 $\vec{b} = (1, 2, 1)$   
 $\vec{a} - r\vec{b} = (2, 0, -1) - r(1, 2, 1) = (0, -4, -3)$   
 $|\vec{a} - r\vec{b}| = \sqrt{0 + 16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

12  $|\vec{a}| = r$   
 $|\vec{b}| = r$   
 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{r^2} \xrightarrow{\uparrow r} |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \rightarrow \underline{\vec{a} \cdot \vec{b} = 1}$

$(\vec{a} - r\vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = |\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} - r\vec{b} \cdot \vec{a} + r|\vec{b}|^2 = r - \vec{a} \cdot \vec{b} + r = 12 - 1 = 11$

13  $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \rightarrow \vec{a}' = \frac{r}{r} (1, -1, 0) = (1, -1, 0)$   
 $a(2, -1, 1), b(1, -1, 0) \rightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 + 1 + 0 = 3 \\ |\vec{b}| = \sqrt{2} \end{cases}$

14  $A(-1, 2, 3) \rightarrow \vec{AB} = (-1, 2, -2)$   
 $B(-2, 1, 1) \rightarrow \vec{AC} = (2, 1, 2)$   
 $C(1, 2, 4)$   
 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos A$   
 $-2 + 2 - 4 = \sqrt{1+4+4} \times \sqrt{4+1+4} \cos A$   
 $-4 = 9 \cos A \rightarrow \boxed{\cos A = -\frac{4}{9}}$