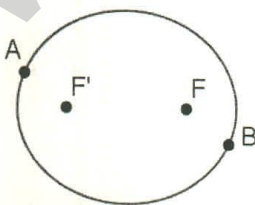


تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۱/۲۲	بسمه تعالی	سؤالات شبه نهایی درس : هندسه (۳)
زمان امتحان : ۱۲۰ دقیقه	آموزش و پرورش استان کرمانشاه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
تعداد صفحات : ۲ صفحه	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	نام و نام خانوادگی :
تعداد سؤالات : ۱۶	(نوبت ظهر)	دانش آموزان سراسر استان در فروردین ۱۴۰۲

امام علی (ع) فرمود: کسی که با دانش خود به پیکار با جهل خویش برخیزد، به بالاترین خوشبختی می رسد.

ردیف	سؤالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار باشند، داریم: $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \theta$ ب) مکان هندسی نقطه هایی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، نیمساز آن زاویه است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) اگر تمام درآیه های یک ماتریس صفر باشند، آن ماتریس را ماتریس می نامند. ب) معادله $y = 0$ در فضای \mathbb{R}^3 نشان دهنده صفحه می باشد.	۰/۵
۳	در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -3 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ مقدار x را بیابید.	۱/۲۵
۴	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i \cdot j & i > j \\ i^2 & i = j \\ i - j & i < j \end{cases}$ ماتریس $3A - 2I$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، نشان دهید ماتریس $2I - 3A^{-1}$ وارون پذیر نیست.	۱/۲۵
۶	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(2, 1)$ بوده و بر خط $5x + 12y = 1$ مماس باشد.	۱
۷	نقطه های A, B, C و D در صفحه مفروضند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید).	۱
۸	آیا $x^2 + y^2 + 3x - 2y + 5 = 0$ معادله یک دایره است؟	۰/۷۵
۹	معادله سهمی را بنویسید که مختصات کانون آن $F(2, 3)$ و $x = 4$ خط هادی آن باشد.	۲
۱۰	اگر مختصات کانون های بیضی $F(9, 2)$ ، $F'(1, 2)$ و $\frac{c}{a} = 8/5$ باشد، طول قطر بزرگ، طول قطر کوچک و مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقطه های F و F' کانون های بیضی هستند. اگر $AF' = BF$ باشد. ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند.	۱/۵



ادامه ی سؤالات در صفحه دوم

ردیف	سؤالات	بارم
۱۲	مساحت مثلث ABC را در صورتی که $A = (۲, ۰, ۲)$ ، $B = (-۲, ۱, -۲)$ و $C = (۰, ۰, -۵)$ باشد، محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارهای $\vec{a} = (۲, -۱, ۲)$ و $\vec{b} = (۲, ۴, -۲)$ مفروض اند. قرینه بردار $\vec{a} + \vec{b}$ را نسبت به امتداد بردار $a-b$ محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	در صفحه \mathbb{R}^2 نمودار رابطه های مربوطه را رسم کنید. الف) $y = x^2$ ، $-1 < x \leq 2$ ب) $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ -2 \leq y \leq 1 \end{cases}$	۱/۵
۱۵	اگر $\vec{a} = ۲i + j - k$ و $\vec{b} = ۲j - k$ باشند، مطلوب است: $(a+b) \times (a-b)$.	۱/۵
۱۶	اگر a و b دو بردار دلخواه باشند، ثابت کنید: $ ab \leq a \cdot b $	۱/۵
	سربلندی شما آرزوی ماست.	جمع باریم ۲۰نمره

www-kanoon.ir

تویب لهور

یا سخته هدره ۳

1 الفنا لهورت (۰.۲۵) بی اوست (۰.۲۵)

2 الفنا صغریه (۰.۲۵) بی اوست (۰.۲۵)

3
$$\begin{bmatrix} 3x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 3x-2 & -2x+12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (3x-2)(-1) + (-2x+12)(1) = 0 \Rightarrow x = 2$$

4
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, 2A - 3I = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 2 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 2 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$$

5
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & . \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \dots (-2) = 2 \Rightarrow \bar{A} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

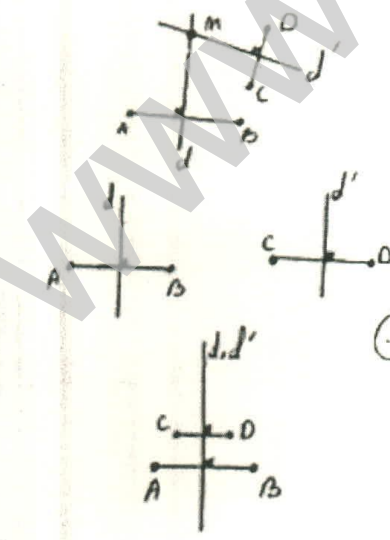
6
$$B = 2I - 3\bar{A} = 2 \begin{bmatrix} 1 & . \\ . & . \end{bmatrix} - 3 \times \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 0$$

 چون دترمینان ماتریس B برابر صفر است، پس این ماتریس وارون پذیر نیست. (۰.۲۵)

7
$$R = OH = \frac{1 \times 12 + 12 \times 11}{\sqrt{25 + 144}} = \frac{144}{13}$$

 ناهمبسته خط مماس برابر شعاع دایره است. (۰.۲۵)
 معادله دایره: $(x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{144}{129}$ (۰.۲۵)

8 نمودار منفی باره خط AB را رسم کرده خط d می‌کشیم. مماس بودن مستقیم به خط CD را هم بررسی کرده خط d' را هم رسم کرده خط d و d' جواب مسئله است. (۰.۲۵)



الف اگر خط‌های d, d' متقاطع باشند، مستقیم جواب دارد. (نقطه M) (۰.۲۵)

ب) اگر خط‌های d, d' موازی و متمایز باشند، مسئله جواب ندارد. (۰.۲۵)

ج) اگر خط‌های d, d' بر هم منطبق باشند، مسئله بی‌شمار جواب دارد. (۰.۲۵)

$a=3, b=-2, c=5$

(۸) $(-2, 5)$

$a^2 + b^2 - c^2 = 9 + 4 - 25 = -12 < 0 \Rightarrow$ عبارت صحیح است

(۹) چون خط مماس بر دایره $x=3$ و $x_F < 3$ بنابراین دایره همبندی روی چپ است (۱۰) $(-1, 3)$
 معادلات: $x=3$ و $F(a+h, k) = (3, 3) \Rightarrow \begin{cases} -aeh = 2 \\ k = 3 \end{cases}$ (۱۵)

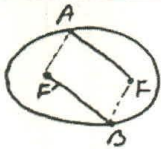
$\begin{cases} aeh = 2 \\ -aeh = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 2 \\ a = 1 \end{cases} \rightarrow$ دایره همبندی $(3, 3) \Rightarrow (y-k)^2 = -2a(x-h)$ (۲۰) $(-1, 3)$
 $\Rightarrow (y-3)^2 = -2(x-3)$ (۲۵)

(۱۰) مرکز بیضی وسطه $F(9, 2)$ و $F'(1, 2) \rightarrow$ بیضی افقی (۲۵)

$c = OF = \sqrt{(9-5)^2 + (2-2)^2} = 4$ (۲۵) $O = (\frac{9+1}{2}, \frac{2+2}{2}) \Rightarrow O(5, 2)$

$\frac{c}{a} = 1.8 \rightarrow \frac{c}{a} = 1.8 \rightarrow a = 2.2 \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 2.2^2 = b^2 + 4^2 \rightarrow b = 3$ (۲۵)

$2a = 10$ قطر بزرگ (۲۵) $2b = 6$ قطر کوچک (۲۵)



(۱۱) چهارضلع $AFBF'$ را در نظر بگیرید، داریم (۲۵) $AF + AF' = BF + BF' = 2a$
 $AF = BF' \Rightarrow AF = BF'$ (۲۵)

یعنی هر دو ضلع در دو طرف ضلعی فوق بهم برابرند، پس این چهارضلع متوازی الاضلاع است (۲۵)

$AF' = BF, AF = BF' \rightarrow$ چهارضلع متوازی الاضلاع است $\Rightarrow AF \parallel BF, BF' \parallel AF$ (۱۵)

$\vec{AB} = B - A = (-2, 3, -2)$ و $\vec{AC} = C - A = (-2, 5, -7)$ (۱۵) (۱۲)

$\cos \theta = \frac{1}{r} |AB \times AC|, AB \times AC = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 3 & -2 \\ -2 & 5 & -7 \end{vmatrix} = (-7, -2, 2)$ (۲۵)

$S = \frac{1}{2} \sqrt{49 + 4 + 4} = \frac{\sqrt{57}}{2}$ (۱۵)

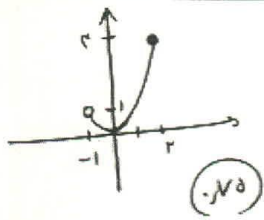
$\vec{a} + \vec{b} = (2, 3, 2) \rightarrow |a+b| = \sqrt{4+9+4} = 5$ (۱۵)

$\vec{a} - \vec{b} = (0, -5, 2) \rightarrow |a-b| = \sqrt{0+25+4} = \sqrt{29}$ (۲۵)

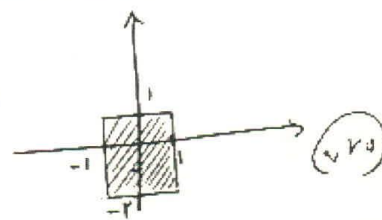
فرمول $\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{(a+b) \cdot (a-b)}{|a+b||a-b|} = (-\frac{2}{5}, \frac{2}{\sqrt{29}}, -\frac{12}{5})$ (۲۵)

(۱۴)

(الف)



(ب)



(۷۵) $\vec{a} + \vec{b} = r\vec{i} + r\vec{j} - r\vec{k}$, $\vec{a} - \vec{b} = r\vec{i} - \vec{j}$ (۷۵)

(۱۵)

$(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r & r & -r \\ r & -1 & 0 \end{vmatrix} = -r\vec{i} - r\vec{j} - r\vec{k}$ (۷۵)

$-1 \leq \cos \theta \leq 1 \Rightarrow |\cos \theta| \leq 1 \times \frac{|a||b|}{|a||b|} \Rightarrow |a||b| \cos \theta \leq |a||b| \Rightarrow |a \cdot b| \leq |a||b|$

(۷۵) (۷۵) (۷۵) (۷۵) (۷۵)

(۱۶)