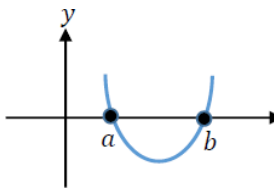
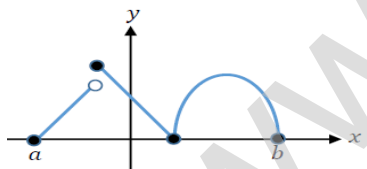

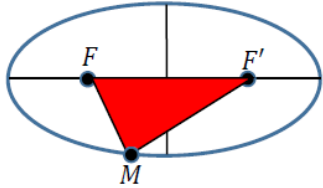
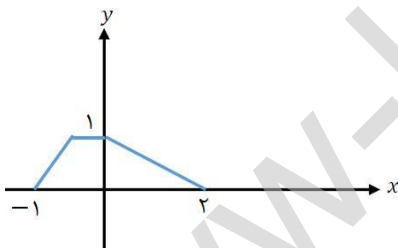


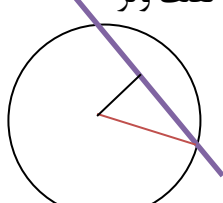
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه		رشته: علوم تجربی	
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		تعداد صفحه: ۳	
نام و نام خانوادگی:		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۰۴	
ردیف		سئوالات	
۰/۷۵	۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = x^3$، تابعی اکیدا نزولی است.</p> <p>ب) دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر π است.</p> <p>ج) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر است.</p>	
۰/۷۵	۲	<p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = \sqrt{x}$ آنگاه مقدار $g \circ f(1)$ برابر است.</p> <p>ب) با توجه به نمودار تابع f' در شکل روبرو تابع f در نقطه‌ای به طول دارای مینیمم نسبی است.</p> <p>ج) حجم شکل حاصل از دوران یک مستطیل به عرض ۳ و طول ۴ حول عرض آن برابر است.</p> 	
۱/۵	۳	<p>سوالات چهار گزینه‌ای:</p> <p>(a) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ چند است؟ الف) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ پ) ۱ ت) $\frac{1}{8}$</p> <p>(b) نمودار تابع f در بازه $[a, b]$ به صورت زیر رسم شده است. تابع f در این بازه در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟ الف) ۲ ب) ۳ پ) ۴ ت) ۵</p>  <p>(c) فاصله کانونی یک بیضی با قطر بزرگ ۱۰ و قطر کوچک ۶ برابر کدام یک از موارد زیر است؟ الف) ۴ ب) ۸ پ) $\sqrt{34}$ ت) $2\sqrt{34}$</p>	
۰/۵	۴	<p>با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ داده شده در زیر، نمودار تابع $y = \frac{1}{4}f(2x)$ را رسم کنید.</p> 	
۱	۵	<p>با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^2 - 4x + 7$ یک تابع یک به یک بدست آورده سپس وارون آنرا بنویسید.</p>	

۱/۲۵	<p>شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx) + c$ است. مقادیر a, b, c را بدست آورید.</p>	۶
۲	<p>حدود زیر را در صورت وجود، به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x - 1}}{x^2 - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} \frac{1}{\cos x - \frac{1}{4}}$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x}{x^2 + 7x + 13}$</p>	۷
۰/۷۵	<p>با توجه به نمودار تابع f و خط d در شکل زیر، $f'(2)$ و $f'(3)$ را به دست آورید.</p>	۸
۱	<p>به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = (x - 1)[x]$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. [] نماد جزء صحیح است</p>	۹
۱	<p>مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> $f(x) = \sqrt{3x^2 + 2x} (x^3 + 1)$	۱۰
۱/۵	<p>گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$ بدست آید، در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 100]$ می شود؟</p>	۱۱
۰/۷۵	<p>با توجه به نمودار تابع f در شکل روبرو، به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) تعداد نقاط بحرانی این تابع را بنویسید.</p> <p>ب) طول نقطه مینیمم نسبی تابع را در صورت وجود مشخص کنید.</p> <p>پ) طول نقطه ماکسیمم نسبی تابع را در صورت وجود مشخص کنید.</p>	۱۲
«ادامه سوالات در صفحه سوم»		

۱/۲۵	<p>با تشکیل جدول تغییرات تابع زیر مشخص کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی اکید و در کدام بازه نزولی اکید است؟</p> $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$	۱۳
۱/۲۵	<p>ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور xها و دو رأس دیگرش بالای محور xها و روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشند.</p>	۱۴
۱/۲۵	<p>معادله دایره‌ای به صورت $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ می‌باشد. الف) مختصات مرکز و اندازه شعاع این دایره را بنویسید. ب) اگر این دایره روی خط $3x + 4y = 25$ و تری جدا کند، طول وتر را بدست آورید.</p>	۱۵
۱	<p>اگر خروج از مرکز بیضی زیر برابر $0/5$ باشد محیط مثلث MFF' چند برابر قطر بزرگ بیضی است؟</p> 	۱۶
۲	<p>سامان در یک مسابقه شرکت کرده است. سه بسته سؤال که یکی شامل سؤال های ادبیات، یکی ریاضی و یکی اطلاعات عمومی است، وجود دارد. به احتمال ۵۰ درصد بسته سوالات ادبیات، به احتمال ۳۰ درصد بسته سوالات ریاضی و به احتمال ۲۰ درصد بسته اطلاعات عمومی به او تعلق می‌گیرد. اگر احتمال برنده شدن وی در سوالات ادبیات ۹۰ درصد، در سوالات ریاضی ۶۰ درصد و در سوالات اطلاعات عمومی ۸۰ درصد باشد، احتمال برنده شدن سامان در مسابقه چقدر است؟</p>	۱۷
۲۰	<p>تلاش جادویی است که موفقیت را می‌سازد.</p>	

پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه		رشته: علوم تجربی		تعداد صفحه: ۳		مدت امتحان:	
پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۰۴		نوبت صبح	
ردیف							نمره
راهنمای تصحیح							
۱	۰/۷۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) غ ب) د ج) غ					
۲	۰/۷۵	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) ۲ ب) b ج) 48π					
۳	۱/۵	سوالات چهار گزینه‌ای: الف) $\frac{1}{4}$ ب) ۴ ب) ۸ ج) ۸					
۴	۰/۵						
۵	۱	$f(x) = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3 \quad x \geq 2$ $y = (x - 2)^2 + 3 \rightarrow y - 3 = (x - 2)^2 \rightarrow \sqrt{y - 3} = x - 2$ $\rightarrow x = \sqrt{y - 3} + 2 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x - 3} + 2$					
۶	۱/۲۵	$c = \frac{y+1}{y} = 4 \quad (۰/۲۵) \quad , \quad a = \frac{y-1}{y} = 3 \quad (۰/۲۵)$ $T = \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad ab < 0 \quad (۰/۲۵)$ $y = -3 \sin\left(\frac{1}{4}x\right) + 4 \quad (۰/۲۵)$					

۲	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{2x-1})(x + \sqrt{2x-1})}{(x^2 - x)(x + \sqrt{2x-1})} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x^2 - x)(x + \sqrt{2x-1})} \quad (0/25)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x(x-1)(x + \sqrt{2x-1})} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{x(x + \sqrt{2x-1})} = 0 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} \frac{1}{\cos x - \frac{1}{2}} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x}{x^2 + 7x + 13} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{x^2} = 3 \quad (0/25)$	۷
0/75	$f'(3) = \frac{4 - (-1)}{-6} = -\frac{5}{6} \quad (0/5)$ $f'(2) = 0 \quad (0/25)$	۸
۱	<p>تابع در نقطه $x = 1$ پیوسته است (0/25)</p> $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)[x] - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)[x]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} [x] = 0 \quad (0/25)$ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)[x] - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)[x]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} [x] = 1 \quad (0/25)$ $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ <p>پس تابع در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر نیست (0/25)</p>	۹
۱	$f'(x) = \underbrace{\left(\frac{6x+2}{2\sqrt{3x^2+2x}} \right)}_{(0/75)} (x^2+1) + \underbrace{(\sqrt{3x^2+2x})(3x^2)}_{(0/25)}$	۱۰
۱/۵	$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V(100) - V(0)}{100 - 0} = \frac{0 - 40}{100} = -0/4 \quad (0/5)$ $V' = 80 \left(1 - \frac{t}{100} \right) \left(\frac{-1}{100} \right) \quad (0/5)$ $V' = 80 \left(1 - \frac{t}{100} \right) \left(\frac{-1}{100} \right) = -0/4 \quad (0/25) \quad t = 50 \quad (0/25)$	۱۱
0/75	<p>الف) ۲ ب) b پ) a</p>	۱۲

۱/۲۵	$f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+1)^2} = 0 \quad (0/25) \quad x = 0 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f'</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↗</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↘</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/25) در بازه $(0, +\infty)$ اکیدا نزولی (0/25) (0/25) در بازه $(-\infty, 0)$ اکیدا صعودی (0/25)</p>	x	0		f'	+	-	f	↗	↘	۱۳
x	0										
f'	+	-									
f	↗	↘									
۱/۲۵	$S_x = 2xy = 2x(12 - x^2) = 24x - 2x^3 \quad (0/25)$ $S'_x = 24 - 6x^2 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">طول $2x = 4 \quad (0/25)$</p> $y = 12 - (2)^2 = 8 \quad (0/25)$	۱۴									
۱/۷۵	<p style="text-align: right;">(الف)</p> $O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (2, 1) \quad (0/25) \quad , \quad r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 5 \quad (0/5)$ <p style="text-align: center;">(ب) فاصله مرکز دایره از خط داده شده برابر است با</p> $d = \frac{ 3(2) + 4(1) - 25 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \quad (0/5)$ <p style="text-align: center;">طول وتر = $8 \quad (0/25) \Rightarrow$ طول نصف وتر = $4 \quad (0/25)$</p> 	۱۵									
۱	<p style="text-align: center;">مجموع فواصل هر نقطه بیضی از کانونها = طول قطر بزرگ بیضی = $2a$</p> $FF' = 2c, \quad MF + MF' = 2a, \quad \frac{c}{a} = 0/5 \quad (0/25)$ $\rightarrow c = 0/5a \rightarrow \text{محیط} = 2c + 2a = a + 2a = 3a \rightarrow \frac{\text{محیط}}{\text{قطر بزرگ}} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2} \quad (0/25)$	۱۶									
۲	$P(B) = P(A_1)P(B A_1) + P(A_2)P(B A_2) + P(A_3)P(B A_3) \quad (0/25)$ $P(B) = \underbrace{0/5 \times 0/9}_{(0/5)} + \underbrace{0/3 \times 0/6}_{(0/5)} + \underbrace{0/2 \times 0/8}_{(0/5)} = 0/79 \quad (0/25)$	۱۷									
در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است											