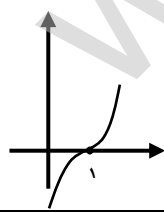


سؤالات امتحان شبه نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : تجربی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	تعداد صفحه : ۳	
https://www.teo.medu.ir			

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) هر تابع اکیداً یکنوا، یک به یک است.</p> <p>ب) نمودار تابع $y = (-x + 2)^3$ را می توان با ۲ واحد انتقال $y = -x^3$ به سمت چپ رسم کرد.</p> <p>ج) اگر صفحه P در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس عبور نکند، شکل حاصل هذلولی است.</p> <p>د) مقدار مینیمم مطلق تابع $y = \tan x$ در بازه $[0, \frac{\pi}{4}]$ برابر صفر می باشد.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) تابع $y = x^2 x$ در بازه $(-\infty, a]$ نزولی است. حداکثر مقدار a عبارت است از</p> <p>ب) اگر $f(x) = x^3 - 1$ در این صورت $f^{-1}(7)$ برابر است با</p> <p>ج) خروج از مرکز بیضی با فاصله کانونی ۸ و طول قطر بزرگ ۱۰ برابر است با</p> <p>د) شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن می باشد.</p>	۱
۳	<p>در هر قسمت گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = x^2 + 4x + 5$ در کدام یک از بازه های زیر وارون پذیر است؟ (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $[2, +\infty)$ (۴) $[-3, +\infty)$</p> <p>ب) اگر $\frac{3\pi}{4} < \alpha < 2\pi$، در این صورت کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟ (۱) $\sin \alpha > \tan \alpha$ (۲) $\sin \alpha < \tan \alpha$ (۳) $\sin \alpha = \tan \alpha$ (۴) $\sin \alpha = -\tan \alpha$</p> <p>ج) اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{f(x)}$ کدام است؟ (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) 0 (۴) 2</p> 	۰/۷۵
۴	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$، در این صورت:</p> <p>الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با تعریف به دست آورید.</p> <p>ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید.</p>	۱/۵

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : تجربی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
تعداد صفحه : ۳	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

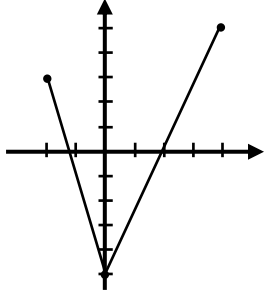
۱		<p>شکل رو به رو نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد.</p> <p>نمودار تابع $y = 3 - 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.</p>	۵
۱		مقادیر Max و Min و دوره تناوب تابع $y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 1$ را به دست آورید.	۶
۱/۵		معادله $2 \cos 3x - \sqrt{2} = 0$ را در بازه $[0, \pi]$ حل کنید.	۷
۱/۷۵		الف) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 - 2x}{1 - 4x^2} = 2$ در این صورت مقدار a را به دست آورید. ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$ را به دست آورید.	۸
۱		با توجه به نمودار مقابل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - f(x)}{x - 1}$ را به دست آورید.	۹
۱/۵		آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x - \frac{4}{x}$ در بازه $[1, 4]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای در کدام نقطه از این بازه برابر است؟	۱۰
۱/۵		اگر m_1 شیب نیم‌مماس چپ و m_2 شیب نیم‌مماس راست تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 0 \\ -x^2 - 2x & x < 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ باشند، مقدار $m_1 - m_2$ را به دست آورید.	۱۱

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : تجربی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

۱۲	الف (مشتق تابع $f(x) = (\sqrt[4]{x} + x^2)^5$ را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) ب (اگر $f(x) = x^2 x - 2 $ مقدار $f''(1)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	اگر طول نقطه مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax$ برابر ۳ باشد، مقدار ماکزیمم نسبی تابع را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	از بین مستطیل هایی به قطر ۶ سانتی متر، بیشترین مساحت چقدر است؟	۱
۱۵	نقاط $F \left \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right.$ و $F' \left \begin{matrix} -2 \\ 2 \end{matrix} \right.$ کانون های یک بیضی هستند و $P(2,3)$ روی این بیضی است. طول قطر کوچک بیضی را به دست آورید.	۱
۱۶	وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$ و $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$ نسبت به هم چگونه است؟	۱/۵

موفق باشید

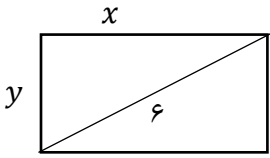
پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

ردیف	پاسخ	بارم																	
۱	الف) درست (الف) درست (ب) نادرست (ج) نادرست (د) درست	۱																	
۲	الف) صفر (ب) ۲ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) نیم کره	۱																	
۳	الف) گزینه ۳ (ب) گزینه ۱ (ج) گزینه ۱	۰/۷۵																	
۴	$D_f: [1, +\infty), D_g: \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x \in \mathbb{R} x^2 \geq 1\}$ $= (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ <p>ب) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{(2x^2 - 1) - 1} = \sqrt{2x^2 - 2}$</p>	۱/۵																	
۵	<table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-۱</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> <td rowspan="2" style="padding: 0 10px;">⇒</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x'</td> <td style="padding: 5px;">-۲</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۴</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۴</td> <td style="padding: 5px;">-۱</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">۳</td> <td style="padding: 5px;">-۵</td> <td style="padding: 5px;">۵</td> </tr> </table> 	x	-۱	۰	۲	⇒	x'	-۲	۰	۴	y	۰	۴	-۱	y'	۳	-۵	۵	۱
x	-۱	۰	۲	⇒	x'		-۲	۰	۴										
y	۰	۴	-۱		y'	۳	-۵	۵											
۶	$y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 1 = 3 \cos 2x + 1$ $\text{Max} = a + c = 4, \quad \text{min} = - a + c = -2, \quad T = \frac{2\pi}{2} = \pi$	۱																	
۷	$2 \cos 2x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ $\Rightarrow x = \frac{2k\pi \pm \frac{\pi}{4}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} \\ x = \frac{7\pi}{8} \\ x = \frac{9\pi}{8} \end{cases}$	۱/۵																	

پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

۱/۷۵	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^r - 2x}{1 - 4x^r} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^r}{-4x^r} = \frac{a}{-4} = 2 \Rightarrow a = -8$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^r + x - 2} \times \frac{(x + \sqrt{x})}{(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^r - x}{(x^r + x - 2)(x + \sqrt{x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$	۸
۱	$f(1) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - f(x)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} -\frac{(f(x) - f(1))}{x - 1} = -f'(1) = -1$ $\text{شیب خط مماس} = \frac{3 - 0}{1 - (-2)} = \frac{3}{3} = 1 = f'(1)$	۹
۱/۵	$f'(x) = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} \Rightarrow 1 + \frac{4}{x^r} = \frac{3 - (-3)}{3}$ $1 + \frac{4}{x^r} = 2 \Rightarrow \frac{4}{x^r} = 1 \Rightarrow x^r = 4 \Rightarrow x = \pm 2$	۱۰
۱/۵	$m_1 = f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x^r - 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x(-x - 2)}{x} = -2$ $m_2 = f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^r + x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x(x + 1)}{x} = 1$ $\Rightarrow m_1 - m_2 = -2 - 1 = -3$	۱۱
۱/۵	$\text{الف) } f'(x) = \frac{4}{3\sqrt{x^r}} \times (4\sqrt{x^r} + x^r) \times \left(\frac{4}{3\sqrt{x^r}} + 2x\right)$ $\text{ب) } f(x) = \begin{cases} x^r - 2x^r & x \geq 2 \\ -x^r + 2x^r & x < 2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 3x^r - 4x & x > 2 \\ -3x^r + 4x & x < 2 \end{cases} \Rightarrow$ $\text{مشتق دوم در ضابطه اول} \rightarrow f''(x) = 6x - 4 \quad f''(1) = 2$	۱۲

پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱
دانش آموزان روزانه شهرستان‌های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران	https://www.teo.medu.ir	

۱/۵	$\overbrace{f'(3) = 0}^{./۲۵}, \overbrace{f'(x) = 3x^2 - 6x + a}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{27 - 18 + a = 0}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{a = -9}^{./۲۵}$ $\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 \Rightarrow 3(x^2 - 2x - 3) = 0$ $\Rightarrow \overbrace{3(x-3)(x+1) = 0}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{x = -1, x = 3}^{./۲۵}$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">+ 0 - 0 +</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘ ↗</td> </tr> </table> $\Rightarrow \overbrace{f(-1) = 5}^{./۲۵}$	x	-1	3	f'	+ 0 - 0 +			↗	↘ ↗	۱۳
x	-1	3									
f'	+ 0 - 0 +										
	↗	↘ ↗									
۱	 $\overbrace{S = x \times y = x\sqrt{36 - x^2}}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{S'(x) = 0}^{./۲۵}$ $1 \times \sqrt{36 - x^2} + x \times \frac{-2x}{2\sqrt{36 - x^2}} = 0 \Rightarrow 36 - x^2 = x^2$ $\Rightarrow \overbrace{2x^2 = 36}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{x = 3\sqrt{2}}^{./۲۵}$ $\overbrace{S_{max} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{36 - 18} = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 18}^{./۲۵}$	۱۴									
۱	$\overbrace{FF' = 2c = 4}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{c = 2}^{./۲۵}$ $\overbrace{PF + PF' = 2a}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{\sqrt{(2-2)^2 + (3-0)^2} + \sqrt{(2+2)^2 + (3-0)^2} = 2a}^{./۲۵}$ $\overbrace{3 + 5 = 2a}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{2a = 8}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{a = 4}^{./۲۵}$ $\overbrace{b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 4 = 12}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{b = 2\sqrt{3} \rightarrow 2b = 4\sqrt{3}}^{./۲۵}$	۱۵									
۱/۵	$\overbrace{x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{O \left ^{-1}\right.}^{./۲۵}, \overbrace{r = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 32} = 3}^{./۲۵}$ $\overbrace{(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9}^{./۲۵} \Rightarrow \overbrace{O' \left _{-1}^2\right.}^{./۲۵}, \overbrace{r' = 3}^{./۲۵}$ $\overbrace{OO' = d = \sqrt{(-1-2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{10}}^{./۲۵}$ $\overbrace{ r - r' < d < r + r'}^{./۲۵} \Rightarrow \text{دو دایره در دو نقطه متقاطعند.}$	۱۶									

در نهایت نظر همکار محترم صائب است.