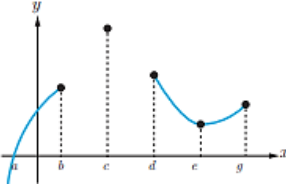
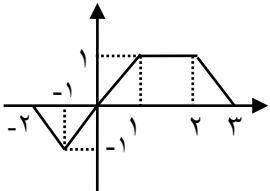
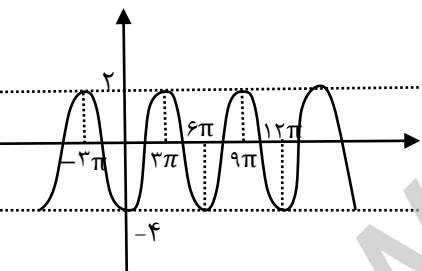


| سؤالات امتحان درس : حسابان ۲ | تعداد صفحه: ۲ | نام و نام خانوادگی: | رشته: ریاضی فیزیک |
|------------------------------|---|--|---|
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۱۴ | طراح سوال: نرگس نجف آبادی | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| ردیف | (استفاده از ماشین حساب با چهار عمل اصلی مجاز است.) | | |
| ۱ | ۰/۷۵ | درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) چند جمله ای $x^5 - 1$ بر $x + 1$ بخش پذیر است. ب) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً صعودی باشند تابع $f+g$ نیز در این فاصله اکیداً صعودی است. ج) اگر تابع f در نقطه $x = C$ پیوسته باشد و جهت تقعر نمودار تابع f در این نقطه تغییر کند آنگاه نقطه $x = C$ نقطه عطف تابع است. | |
| ۲ | ۰/۷۵ | جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) باقیمانده تقسیم چند جمله ای $x^2 - 3x + 1$ بر $2x + 1$ برابر ب) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{3h} = 5$ در این صورت $f'(2)$ برابر است. ج) تعداد نقاط اکسترمم نسبی نمودار روبرو برابر است. |  |
| ۳ | ۱ | اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل باشد نمودار تابع $y = -2f(x+1)$ را رسم کنید. |  |
| ۴ | ۰/۷۵ | تابع f اکیداً نزولی است و می دانیم $f(3x-2) \leq f(4-x)$ حدود x را بیابید. | |
| ۵ | ۱ | باتوجه به نمودار داده شده ضابطه تابع آن را بنویسید. |  |
| ۶ | ۱ | معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ | |
| ۷ | ۱/۲۵ | حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{2x+1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{ x - 3 }$ | |
| ۸ | ۱/۲۵ | مجانب های افقی و قائم تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $y = \frac{2x - x^2}{x^2 - 4}$ | |
| ۹ | ۰/۵ | اگر $f(2) = 6$ و $f'(2) = 3$ و $g(2) = -g'(2) = 3$ آنگاه $(f \cdot g)'(2)$ را بیابید. | |
| ۱۰ | ۲/۲۵ | مشتق تابع های زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (\sqrt{x^2-1})(2x-x^2)^4$ ب) $g(x) = \frac{x^3 - 5x}{\sqrt{2x-1}}$ ج) $h(x) = 3 \tan x - \cos^3(1-x^2)$ | |

| | | |
|------|---|------------|
| ۱/۵ | مشتق‌پذیری تابع $f(x) = 2x - x^2 $ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید. | ۱۱ |
| ۱/۲۵ | اگر $p(t) = 3000 + 100t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t ساعت باشد آهنگ متوسط افزایش جمعیت در ۳ ساعت اول پس از زمان $t = 2$ چقدر از آهنگ لحظه ای افزایش جمعیت در $t = 3$ بیشتر است؟ | ۱۲ |
| ۱/۲۵ | معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{3}{x-1}$ را در نقطه $x = 2$ بنویسید. | ۱۳ |
| ۱/۵ | بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2$ روی بازه $[-\frac{1}{3}, 2]$ چقدر است؟ | ۱۴ |
| ۱/۵ | شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2$ است. مقدار a و b را بیابید. | ۱۵ |
| ۰/۵ | نمودار تابعی را رسم کنید که یک نقطه ماگزیمم نسبی داشته باشد که تابع در آن ناپیوسته باشد. | ۱۶ |
| ۲ | جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید. | ۱۷ |
| ۲۰ | جمع نمرات | موفق باشید |

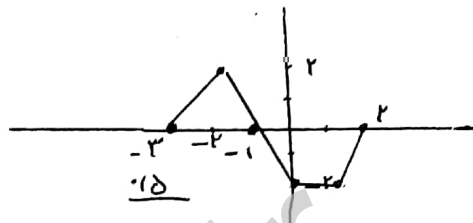
www-kanoon.ir

۱- $f(x) = \cos(x)$ در $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ مقدار -1 می‌گیرد.

۲- $f(x) = \frac{1}{x}$ در $x = 1$ مقدار 1 می‌گیرد.

| | | | | | |
|-----|------|------|-----|-----|-----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |

| | | | | | |
|-------|------|------|-----|------|-----|
| $x-1$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 0 | 2 | 0 | -2 | 0 |



۳- $x^2 - 2 \geq x - 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 \geq 1 \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x-1) \geq 0$

۴- $\max = 2 \Rightarrow |a| = 2 \cdot \frac{1}{\pi} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$
 $\min = -2 \Rightarrow c = -2 \cdot \frac{1}{\pi}$

$y = -2 \cos(\pm \frac{1}{\pi} x) - 1$

۵- $2 \sin x \cdot \cos x - \sqrt{2} \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (2 \sin x - \sqrt{2}) = 0$
 $\Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$
 $x = k\pi + \pi - \frac{\pi}{4}$

۶- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| - x}{x^2 - 1} = \frac{-x}{x^2} = -\frac{1}{x} = 0$

۷- $y = \frac{x^2 - x^3}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x^3}{x^2 - 1} = \frac{0}{0} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x^3}{x^2 - 1} = \frac{-1}{0} = \pm \infty \Rightarrow x = -1$

$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^2 - x^3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{-x^3}{x^2} = -x = -\infty$

۸- $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x) = (3)(3) + (-3)(4) = -9$

۹- $f(x) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \right) (x^2 - 1)^2 + f(x) (x^2 - 1) (\sqrt{x^2-1})$

۱۰- $g'(x) = \frac{(x^2 - 1) (\sqrt{x^2-1}) - \left(\frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \right) (x^2 - 1)}{(\sqrt{x^2-1})^2}$

$P(m) = |m - x^2| \rightarrow$ معدل $x=2 \rightarrow$

$P_+(2) = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{|2n - x^2|}{n-2} = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{-2n + n^2}{n-2} = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{n(-2+n)}{n-2} = 2$ معدل $x=2 \rightarrow P$

$P_-(2) = \lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{2n - x^2}{n-2} = \frac{-x(n-2)}{n-2} = \lim_{n \rightarrow 2^-} -x = -2$

معدل $P'(x) = \frac{P(2) - P(1)}{2-1} = \frac{2 - 1}{1} = 1$ معدل $P'(t) = 2 \cdot t$ $P'(1) = 2$

$P'(m) = \frac{-2}{m-1} \rightarrow$ معدل $m = P'(1) = -2$ $P(1) = 1$ $y-2 = -2(x-1) \Rightarrow y = -2x+4$

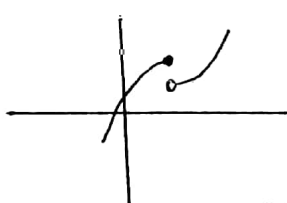
$P'(m) = -e^{2x} + e^x = 0 \Rightarrow x=0$ $x=1$

| x | 0 | 1 | -1 | 2 |
|---------|---------|---------|----------|---------|
| $P'(m)$ | $P'(0)$ | $P'(1)$ | $P'(-1)$ | $P'(2)$ |
| | 0 | ① | ① | - |
| | | ↑ | ↓ | ↘ |
| | | min | max | ↘ |

$x=1$ معدل $P'(m) = 12x^2 + 3ax^2 + 2bx$ $P'(1) = 12 + 3a + 2b = 0$

$P''(m) = 24x + 6a + 2b$ $P''(1) = 24 + 6a + 2b = 0$ $a = -4$

$12 - 24 + 2b = 0 \rightarrow b = 6$



$D = \mathbb{R} - \{2\}$ معدل

$y' = \frac{-x-1}{(x-2)^2} = \frac{-x}{(x-2)^2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x-2} = 1 \rightarrow y=1$ معدل

| x | $-\infty$ | 0 | 2 | ∞ |
|------|-----------|--------------|--------------|----------|
| P' | - | - | - | - |
| P | 1 | \downarrow | \downarrow | 1 |

