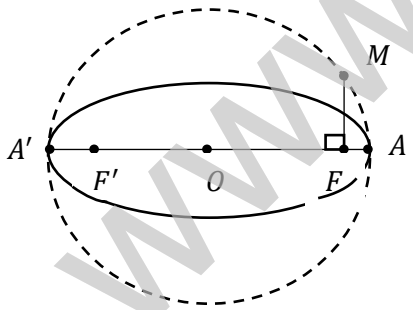
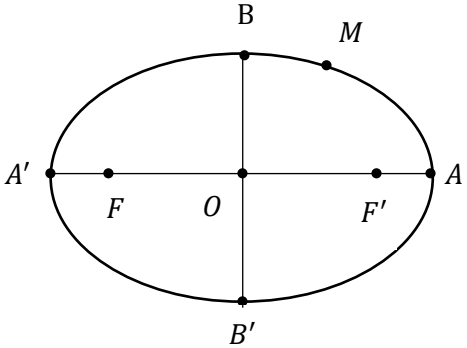
باسمه تعالی

سؤالات آزمون شبه نهایی درس : هندسه ۳	**رشته : ریاضی و فیزیک**	**ساعت شروع : ۸ صبح**	**مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه**
نام و نام خانوادگی :		**تاریخ: ۱۴۰۲ /۰ ۲/۱۳**	**تعداد صفحه: ۲ صفحه**
دانش آموزان پایه دوازدهم در اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۲		**اداره کل آموزش و پرورش استان قزوین**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A=\begin{bmatrix}4 & a\\ b & -1\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ مقادیر $a\,.\,b$ را طوری بدست آورید که $A\times B$ ماتریس قطری باشد .	۱,۵
۲	اگر $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ در اینصورت اعداد حقیقی $a.b.c.d$ را چنان بیابید که تساوی $\lvert A\rvert^2-5\lvert A\rvert+6=0$ برقرار باشد .	۱,۵
۳	اگر $A=\begin{bmatrix}4\lvert A\rvert & \lvert A\rvert\\ 8 & \lvert A\rvert\end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $(\lvert A\rvert^2-\frac{1}{4})$ را بیابید .	۱,۵
۴	اگر A و B دو ماتریس 2×2 و تعویض پذیر باشند نشان دهید $(A+B)^2=A^2+2\,AB+B^2$.	۱
۵	به ازاء چه مقادیری از k دستگاه $\begin{cases} kx+3\,y=4\\ 4\,x+2\,ky=3\end{cases}$ یه دسته جواب منحصر بفرد دارد .	۱,۵
۶	الف) مکان هندسی مرکزهای همه دایره های با شعاع r که بر خط d در صفحه مماس اند ، خطی موازی با d به فاصله r از آن است . (درست – نادرست) ب) خط $x+y=4$ و دایره $x^2+y^2-2\,y-3=0$ نقطه برخوردی ندارد . (درست – نادرست) پ) هر چقدر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک باشد ، شکل بیضی به دایره .....است .	۱
۷	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(-1.1)$ بوده و بر دایره $x^2+y^2-2\,x+2\,y=0$ مماس بیرونی باشد .	۱,۵
۸	وضعیت دایره های به معادلات $x^2+y^2=4$ و $x^2+y^2-2\,y=4$ را نسبت به هم مشخص کنید .	۱,۵
۹	قطر دایره C ، مانند شکل ،قطر بزرگ بیضی e است و از کانون عمودی بر AA' رسم کرده ایم تا دایره ، را در نقطه ای مانند M قطع کند ، ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است . 	۱,۵
۱۰	نقطه M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است . الف) نشان دهید $OM=OF=OF'$. ب) نشان دهید مثلث MFF' قائم الزاویه است . ج) طول های MF و MF' را به دست آورید . 	۱,۵

ادامه سوالات در صفحه دوم

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

سؤالات آزمون شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :		تاریخ: ۲/۱۳ /۰ ۱۴۰۲	تعداد صفحه: ۲ صفحه
دانش آموزان پایه دوازدهم در **اردیبهشت ماه** سال ۱۴۰۲		اداره کل آموزش و پرورش استان قزوین	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	معادله سهمی را بنویسید که $F = (-2.2)$ ، کانون آن و معادله خط هادی آن $x = 1$ است .	۱,۵
۱۲	مشخصات نقاط برخورد سهمی $y^2 = 4\,x - 4$ وو دایره $(x-1)^2 + y^2 = 9$را بیابید .	۱,۵
۱۳	فضای $\mathbb{R}^3$ را توصیف کنید .	۰,۷۵
۱۴	شکل کلی مربوط به روابط $x = y^2$ و $1 < y \leq 2$ را در فضای دوبعدی رسم کنید .	۰,۷۵
۱۵	اگر $\vec{a} = (\frac{1}{2}.0.-1)$ و $\vec{b} = (-\sqrt{2}.\frac{1}{\sqrt{2}}.0)$ باشد ، مطلوب است . الف) $4\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}$ ب) طول بردار $\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}$ را بیابید .	۱,۵

www-kanoon-ir

پاسخ امتحان نهایی هندسه ۳ استان قزوین

سؤال ۱ -

$$A\times B=\begin{bmatrix}4 & a\\ b & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4+3a & -8+2a\\ b-3 & -2b-2\end{bmatrix}$$

در یک ماتریس قطری درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی برابر صفر هستند، پس داریم:

$$\begin{cases}-8+2a=0 \Rightarrow a=4\\ b-3=0 \Rightarrow b=3\end{cases}$$

سؤال ۲ -

$$|A|^2-5|A|+6=0 \Rightarrow (|A|-2)(|A|-3)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases}|A|=2\\ |A|=3\end{cases}$$

بنابراین کافی است مقادیر a، b، c و d را طوری انتخاب کنیم که دترمینان ماتریس A برابر ۲ یا ۳ باشد. به عنوان مثال داریم:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 8\end{bmatrix} \Rightarrow |A|=2 \qquad A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 3\end{bmatrix} \Rightarrow |A|=3$$

سؤال ۳ -

$$A=\begin{bmatrix}4|A| & |A|\\ 8 & |A|\end{bmatrix} \Rightarrow |A|=4|A|^2-8|A|$$

$$\Rightarrow 4|A|^2-9|A|=0 \Rightarrow |A|(4|A|-9)=0 \Rightarrow \begin{cases}|A|=0\\ |A|=\frac{9}{4}\end{cases}$$

$$|A|=0 \Rightarrow |A|^2-\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}$$

$$|A|=\frac{9}{4} \Rightarrow |A|^2-\frac{1}{4}=\frac{81}{16}-\frac{1}{4}=\frac{77}{16}$$

سؤال ۴ - اگر A و B دو ماتریس تعویض پذیر باشند، آنگاه $AB=BA$ است و در نتیجه داریم:

$$(A+B)^2=(A+B)(A+B)=A^2+AB+BA+B^2=A^2+AB+AB+B^2$$

$$=A^2+2AB+B^2$$

سؤال ۵ - دستگاه $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ جواب منحصر به فرد دارد درصورتی که $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$ باشد.

بنابراین داریم:

$$\frac{k}{4}\neq\frac{3}{2} \Rightarrow k\neq 6$$

سؤال ۶ - الف) نادرست (دو خط موازی با d به فاصلهٔ ۲)

ب) درست $\quad R=2 \quad , \quad d=\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow d>R \quad$ و $O(0,1)$

پ) نزدیک‌تر

www.kanoon.ir

سؤال ۷ -

$x^2+y^2-2x+2y=0 \Rightarrow O'(1,-1)$

$R'=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+2^2}=\sqrt{2}$

$OO'=\sqrt{(1+1)^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{2}$

شرط مماس بیرون : $OO'=R+R' \Rightarrow 2\sqrt{2}=R+\sqrt{2} \Rightarrow R=\sqrt{2}$

معادلهٔ دایره : $(x+1)^2+(y-1)^2=2$

سؤال ۸ -

$x^2+y^2=4 \Rightarrow O(0,0)\ ,\ R=2$

$x^2+y^2-2y-4=0 \Rightarrow O'(0,1)\ ,\ R'=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2-4(-4)}=\sqrt{5}$

$OO'=\sqrt{(0-0)^2+(1-0)^2}=1$

$|2-\sqrt{5}|<1<2+\sqrt{5} \Rightarrow |R-R'|<OO'<R+R' \Rightarrow$ دو دایره متقاطع‌اند

سؤال ۹ - در شکل OM شعاع دایره است، پس $OM=OA=a$. از طرفی $OF=c$ ،

بنابراین طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OMF داریم :

$MF^2=OM^2-OF^2=a^2-c^2=b^2 \Rightarrow MF=b$

سؤال ۱۰ -

الف)

$2a=10 \Rightarrow a=5\ ,\ 2b=6 \Rightarrow b=3$

$c^2=a^2-b^2=25-9=16 \Rightarrow c=4 \Rightarrow OF=OF'=4=OM$

ب) در مثلث MFF' ، طول میانهٔ وارد بر ضلع FF' ، نصف طول این ضلع است،

پس $F\hat{M}F'=90^\circ$ و در نتیجه مثلث MFF' قائم‌الزاویه است.

پ) فرض کنید $MF=x$ باشد. در این صورت داریم :

$MF+MF'=2a=10 \Rightarrow MF'=10-x$

$M\hat{F}F'$: $MF^2+MF'^2=FF'^2 \Rightarrow x^2+(10-x)^2=8^2$

$\Rightarrow x^2+100-20x+x^2=64 \Rightarrow 2x^2-20x+36=0$

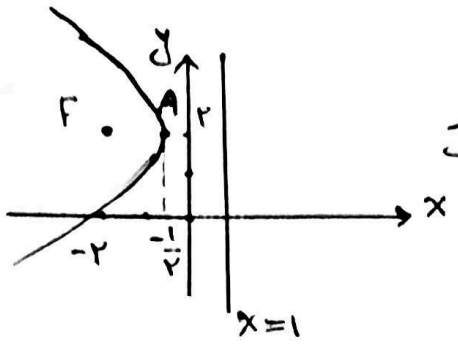
$\Rightarrow x^2-10x+18=0 \Rightarrow \begin{cases} x=5-\sqrt{7} \\ x=5+\sqrt{7} \end{cases}$

مطابق شکل $MF<MF'$ ، بنابراین داریم :

$\begin{cases} MF=5-\sqrt{7} \\ MF'=5+\sqrt{7} \end{cases}$

www-kanoon-ir

سؤال ۱۱ -



رأس سهمی دقیقاً وسط خط هادی و کانون قرار دارد،
بنابراین مطابق شکل نقطهٔ $A(-\frac{1}{2}, 2)$ رأس سهمی است
و سهمی رو به چپ باز می‌شود. از طرفی فاصلهٔ کانونی سهمی
برابر $a=\frac{3}{2}$ است، پس داریم:

معادلهٔ سهمی: $(y-2)^2 = -4(\frac{3}{2})(x+\frac{1}{2}) \Rightarrow (y-2)^2 = -6(x+\frac{1}{2})$

سؤال ۱۲-

$$(x-1)^2 + y^2 = 9 \xrightarrow{y^2 = 4x-4} (x-1)^2 + 4x - 4 = 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 4x - 4 = 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{13} \\ x = -1 - \sqrt{13} \end{cases}$$

با توجه به اینکه سهمی رو به راست باز می‌شود، تنها مقدار $x = -1 + \sqrt{13}$ قابل قبول است.

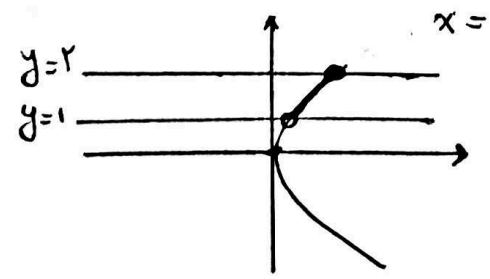
به ازای این مقدار داریم: $y^2 = 4(-1+\sqrt{13}) - 4 = 4\sqrt{13} - 8$

سؤال ۱۳ - مجموعهٔ همهٔ سه‌تایی‌های مرتب (x,y,z) که در آن‌ها x,y,z اعداد حقیقی‌اند،
فضای $\mathbb{R}^3$ نامیده می‌شود.

$$\mathbb{R}^3 = \{(x,y,z) \mid x,y,z \in \mathbb{R}\}$$

فضای $\mathbb{R}^3$ با استفاده از یک دستگاه مختصات متشکل از سه محور دو به دو عمود بر هم
که در نقطه‌ای مانند O متقاطع‌اند، نمایش داده می‌شود.

سؤال ۱۴ -



قسمتی از سهمی که بین دو خط
$y=1$ و $y=2$ قرار دارد، ناحیهٔ
مطلوب است.

سؤال ۱۵ - الف) $4\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b} = (2,0,-4) - (-2,1,0) = (4,-1,-4)$

ب) $\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b} = (\frac{1}{2},0,-1) - (-2,1,0) = (\frac{5}{2},-1,-1)$

$$\Rightarrow |\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = \sqrt{\frac{25}{4} + 1 + 1} = \frac{\sqrt{33}}{2}$$