

نام و نام خانوادگی:

پایه: هشتم

نام دبیر: سلیمان تبار

نام درس: ریاضیات

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۳۰

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نوبت خرداد ۱۴۰۲

ساعت شروع: ۸

تعداد صفحات: ۳

نام مصحح:

نمره با عدد:

نام مصحح:

نمره تجدید نظر با عدد:

تاریخ و امضاء:

نمره با حروف:

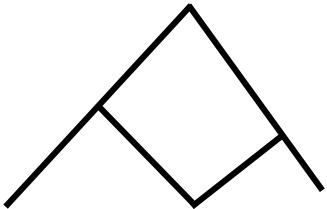
تاریخ و امضاء:

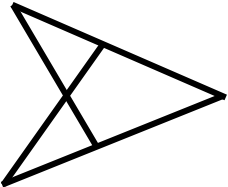
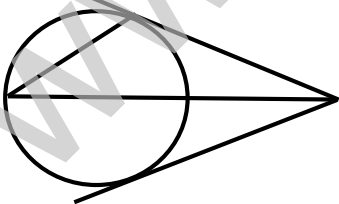
نمره تجدید نظر با حروف:

سوالات

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۰/۵	۱	<p>- اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده برابر با است .</p> <p>- ساده شده عبارت $(x^2 - x + 1)(x + 1)$ برابر است با</p> <p>- اگر اندازه وتر و یک ضلع در مثلث قائم الزاویه ای به ترتیب برابر ۱۳ و ۱۲ باشند ، اندازه ضلع دیگر برابر می باشد .</p> <p>- اگر ارتفاع وارد بر قاعده یک مثلث متساوی الساقین را رسم کنیم ، دو مثلث ایجاد شده بنا بر حالت هم نهشت هستند .</p>
۰/۵	۲	<p>مجموع زاویه های داخلی یک ده ضلعی منتظم چند درجه است؟</p> <p>۹۰۰ ۱۲۶۰ ۱۴۴۰ ۱۰۸۰</p> <p>جذر مکعب 9^3 برابر است با :</p> <p>۳۶ ۲۷۳ ۳۲۷ ۸۱۹</p>
۰/۵	۳	<p>حاصل عبارات زیر را بدست آورید</p> <p>$5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \frac{5}{27} + \dots =$</p> <p>$\frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \frac{1}{11 \times 15} + \dots + \frac{1}{51 \times 55} =$</p>

۱	<p>۴ حاصلضرب ۴ عدد اول مختلف بر چند عدد مثبت غیر اول بخش پذیر است؟</p>	۴
۱	<p>۵ در شکل زیر دو زاویه خارجی یک چهارضلعی رسم شده است. در این صورت $A + C$ چقدر است؟</p> 	۵
۱/۵	<p>۶ اگر $x - \frac{1}{x} = 5$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ چقدر است؟</p> <p>عبارت های زیر را تجزیه کنید.</p> $24x^4y^6 - 8x^5y^3 =$ $x^2 - 2xy + y^2 =$	۶
۱	<p>۷ معادله کسری زیر را حل کنید.</p> $\frac{3x - 2}{3} - \frac{2 + x}{4} = 1 - \frac{2}{5}x$	۷
۱	<p>۸ برای سه نقطه $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و C داریم $\vec{AC} = 2\vec{BC}$. در این صورت طول نقطه C را بدست آورید.</p>	۸

۲	<p>اگر $\vec{a} = 2i - j$ و $\vec{b} = -3i + 2j$ و $\vec{c} = 2\vec{b} - \vec{a}$ باشد، مقدار \vec{x} را بدست آورید.</p> $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} - \vec{c} + 2\vec{a} - \vec{x} = 3j - \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$	۹																									
۱/۵	<p>در شکل زیر $\overline{AB} = \overline{CD}$ و $\overline{AO} = \overline{DO}$ است. ثابت کنید $\overline{AC} = \overline{BD}$</p> 	۱۰																									
۱/۵	<p>احتمال اینکه در پرتاب ۳ تاس حداقل یک شماره‌ده ۶ دیده شود، چقدر است؟</p> <p>نصف عدد $\left(\frac{1}{8}\right)^{-10}$ چند برابر 4^{-8} می‌باشد؟</p>	۱۱																									
۱/۵	<p>ثابت کنید اگر در دایره ای دو وتر مساوی داشته باشیم و از مرکز دایره بر آن عمود کنیم، آن دو عمود با هم برابرند.</p>	۱۲																									
۱/۵	<p>اگر $\widehat{AC} = 130^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{ABM} چقدر است؟</p> 	۱۳																									
۲	<p>داده های آماری وزن یک کلاس ۲۵ نفره را مطابق جدول زیر بدست آورده ایم. این داده ها را در ۴ دسته، طبقه بندی کرده و سپس طبق جدول، میانگین بدست آمده چقدر است؟</p> <table border="1" data-bbox="172 1738 541 2040"> <tbody> <tr> <td>۴۸</td> <td>۴۶</td> <td>۶۸</td> <td>۵۲</td> <td>۶۱</td> </tr> <tr> <td>۴۳</td> <td>۶۰</td> <td>۴۹</td> <td>۵۳</td> <td>۵۲</td> </tr> <tr> <td>۴۹</td> <td>۶۹</td> <td>۵۱</td> <td>۵۲</td> <td>۴۷</td> </tr> <tr> <td>۵۴</td> <td>۶۷</td> <td>۶۳</td> <td>۴۱</td> <td>۵۲</td> </tr> <tr> <td>۵۶</td> <td>۴۹</td> <td>۴۳</td> <td>۶۱</td> <td>۵۸</td> </tr> </tbody> </table>	۴۸	۴۶	۶۸	۵۲	۶۱	۴۳	۶۰	۴۹	۵۳	۵۲	۴۹	۶۹	۵۱	۵۲	۴۷	۵۴	۶۷	۶۳	۴۱	۵۲	۵۶	۴۹	۴۳	۶۱	۵۸	۱۴
۴۸	۴۶	۶۸	۵۲	۶۱																							
۴۳	۶۰	۴۹	۵۳	۵۲																							
۴۹	۶۹	۵۱	۵۲	۴۷																							
۵۴	۶۷	۶۳	۴۱	۵۲																							
۵۶	۴۹	۴۳	۶۱	۵۸																							

سوالات

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

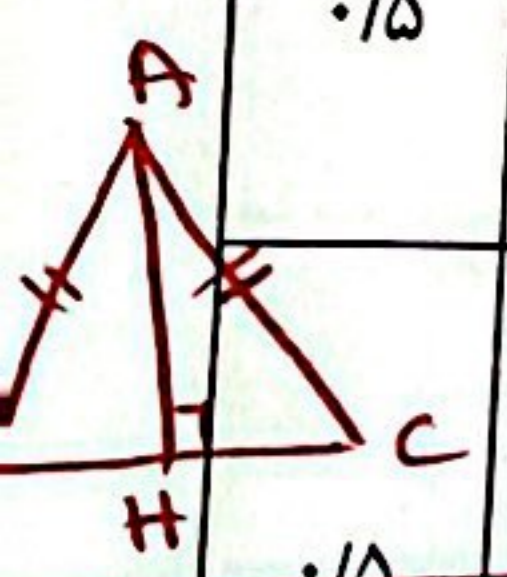
- ۱ - اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده برابر با $\dots\dots\dots$ است. **جواب: تغییرات**
 ساده شده عبارت $(x+1)(x^2-x+1)$ برابر است با $\dots\dots\dots$
 $(x+1)(x^2-x+1) = x^3 - x^2 + x + x^2 - x + 1 = x^3 + 1$
 اگر اندازه وتر و یک ضلع در مثلث قائم الزاویه ای به ترتیب برابر ۱۳ و ۱۲ باشند، اندازه ضلع دیگر برابر $\dots\dots\dots$ می باشد. $13^2 = 12^2 + x^2 \rightarrow 169 = 144 + x^2 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5$
 اگر ارتفاع وارد بر قاعده یک مثلث متساوی الساقین را رسم کنیم، دو مثلث ایجاد شده بنابر حالت $\dots\dots\dots$ هم نهشت هستند. **نقطه: درست است** **مساوی الساقین** **ارتفاع** **میان خط نهشت**

- ۲ - مجموع زاویه های داخلی یک ده ضلعی منتظم چند درجه است؟
 $AC = AB \Rightarrow \triangle ABH \cong \triangle AHC$
 $AH = H$ (وسط)
 900
 1260
 1440
 1080
 جذر مکعب 9^3 برابر است با:
جواب: ۲۷

$9^3 \rightarrow (9^3)^{\frac{1}{3}} = 9$

۳ - حاصل عبارات زیر را بدست آورید
 $5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \frac{5}{27} + \dots = 5 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \right) = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$
 $= 7.5$

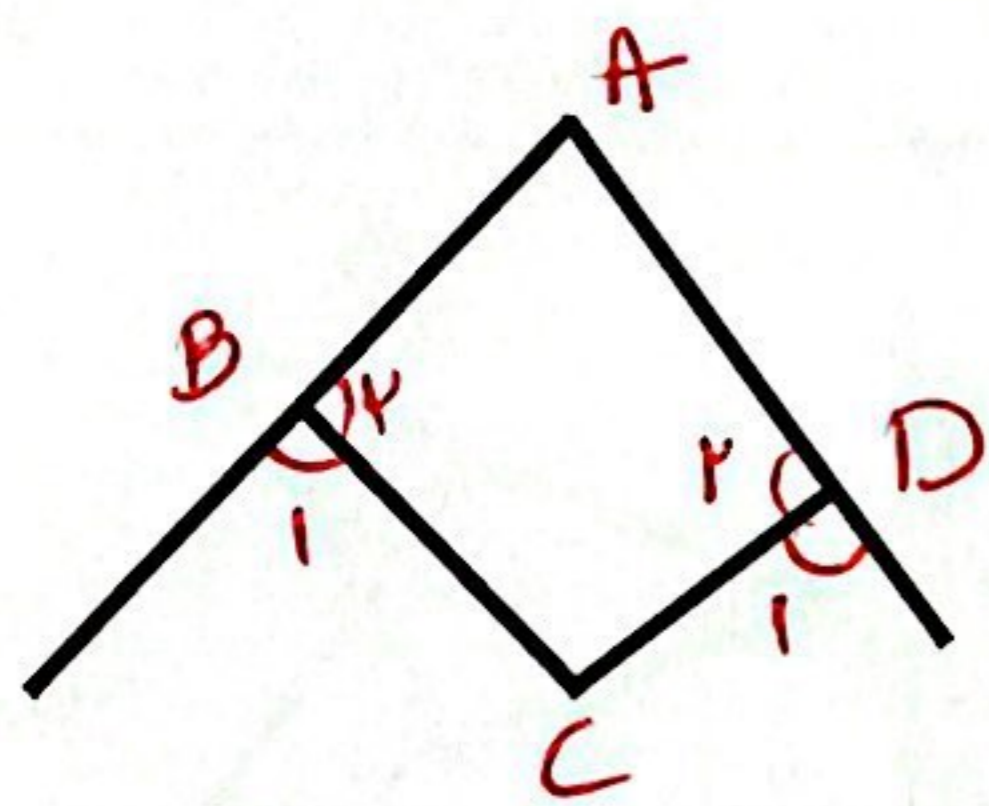
$\frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \frac{1}{11 \times 15} + \dots + \frac{1}{51 \times 55} = \frac{4}{4} \times \left(\frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \dots + \frac{1}{51 \times 55} \right)$
 $= \frac{1}{4} \times \left(\frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \dots + \frac{4}{51 \times 55} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{51} - \frac{1}{55} \right)$
 $= \frac{1}{4} \left(\frac{1 \times 55}{3 \times 55} - \frac{1 \times 3}{55 \times 3} \right) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{55}{145} - \frac{3}{145} \right) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{52}{145} \right) = \frac{13}{145}$



حاصلضرب ۴ عدد اول مختلف بر چند عدد مثبت غیر اول بخش پذیر است؟

۱. اگر چهار عدداً اول در یک ضرب کنیم، به ازای ضرب هر دو یکی از آنها یا هر سه یکی از آنها عدد حاصل بر اینها بخش پذیر است.
 تعداد ضربهای ۲ تایی = ۶
 تعداد ضربهای ۳ تایی = ۴
 تعداد ضربهای ۴ تایی = ۱
 $\Rightarrow 6 + 4 + 1 = 11$

۵. در شکل زیر دو زاویه خارجی یک چهارضلعی رسم شده است. در این صورت $A + C$ چقدر است؟



$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B}_2 + \hat{C} + \hat{D}_2 &= 360^\circ \\ \hat{A} + 180^\circ - \hat{B}_1 + \hat{C} + 180^\circ - \hat{D}_1 &= 360^\circ \\ \hat{A} - \hat{B}_1 + \hat{C} - \hat{D}_1 &= 0 \\ \hat{A} + \hat{C} &= \hat{B}_1 + \hat{D}_1 \end{aligned}$$

۶. اگر $x - \frac{1}{x} = 5$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ چقدر است؟

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{x} = 5 &\xrightarrow{\text{مربع کردن}} \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2 \rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 25 \\ \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 &= 25 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 27 \end{aligned}$$

عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$24x^6y^6 - 18x^5y^3 = 6x^5y^3(4y^3 - 3x)$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)(x - y)$$

۷. معادله کسری زیر را حل کنید.

$$\frac{3x-2}{3} - \frac{2+x}{4} = 1 - \frac{2}{5}x$$

$$\begin{aligned} 40 \times \left(x - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{x}{4} = 1 - \frac{2}{5}x\right) &\rightarrow 40x - \frac{80}{3} - 10 - 10x = 40 - 24x \\ \rightarrow 45x + 24x &= 40 + 70 \rightarrow 69x = 110 \rightarrow x = \frac{110}{69} \end{aligned}$$

۸. برای سه نقطه $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و C داریم $\vec{AC} = 2\vec{BC}$. در این صورت طول نقطه C را بدست آورید.

$$C = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{bmatrix} x-1 \\ y+2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{bmatrix} x-5 \\ y-1 \end{bmatrix} \rightarrow 2\vec{BC} = \begin{bmatrix} 2x-10 \\ 2y-2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x-1 \\ y+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-10 \\ 2y-2 \end{bmatrix}$$

$$x-1 = 2x-10 \rightarrow 9 = x$$

$$y+2 = 2y-2 \rightarrow y = 4$$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{طول نقطه } C$$

$$c = -9i + 4j - 2i + j = -11i + 5j$$

اگر $\vec{a} = 2i - j$ و $\vec{b} = -3i + 2j$ و $\vec{c} = 2\vec{b} - \vec{a}$ باشد، مقدار \vec{x} را بدست آورید.

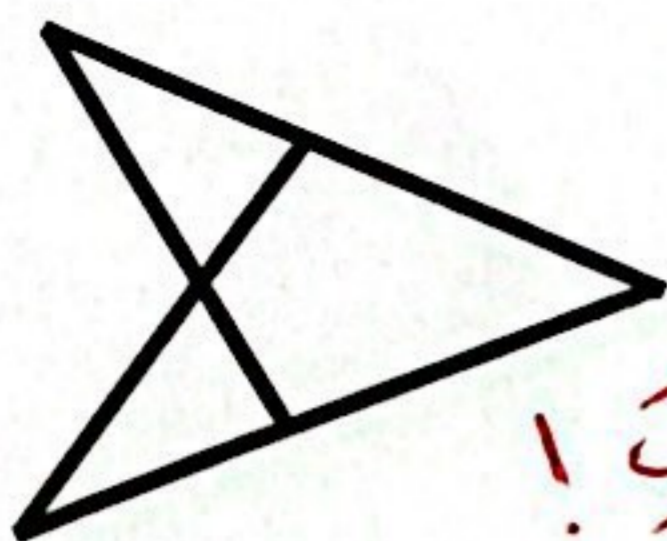
$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} - \vec{c} + 2\vec{a} - \vec{x} = 3j - \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$i - 2j + 11i - 5j + 4i - 2j - x = 3j - 5i + 4j$$

$$14i - 9j - x = 7j - 5i \rightarrow 19i - 16j = x$$

$$\rightarrow 19i - 16j = x \rightarrow x = \begin{bmatrix} 19 \\ -16 \end{bmatrix}$$

در شکل زیر $AO = DO$ و $AB = CD$ ثابت کنید $AC = BD$



نقطه‌نگاری مثلث هانسون است!

نصف عدد $\left(\frac{1}{2}\right)^{-10}$ چند برابر 4^{-8} می‌باشد؟

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-10} = 2^{10} \xrightarrow{\text{نصف}} \frac{1}{2} \times 2^{10} = 2^9 = 512$$

$$4^{-8} = 2^{-16} \times 2^{16} = 2^{-16} \times 2^{16} = 2^0 = 1$$

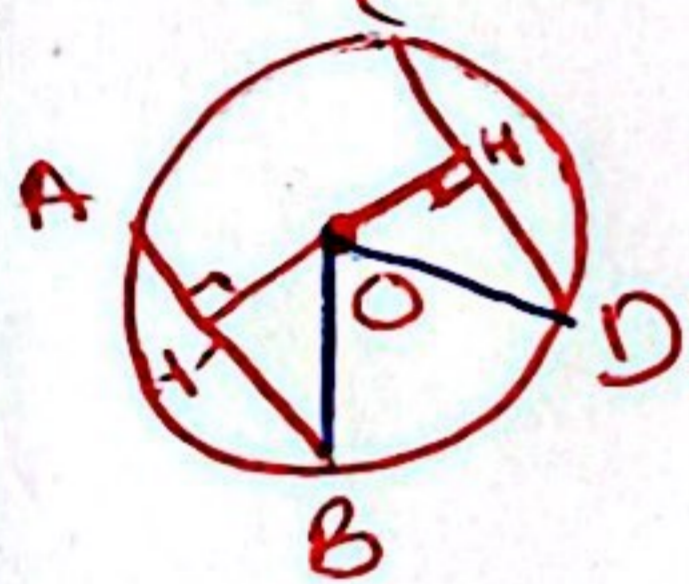
احتمال اینکه در پرتاب 3 تاس حداقل یک شماره 6 دیده شود، چقدر است؟

تعداد حالت‌ها = $6 \times 6 \times 6 = 216$

حالت‌های مطلوب $\rightarrow (4,4), (4,5), (5,4), (5,5) = 4$ حالت‌ها

$$\text{احتمال} = \frac{4}{216} = \frac{1}{54}$$

ثابت کنید اگر در دایره ای دو وتر مساوی داشته باشیم و از مرکز دایره بر آن عمود کنیم، آن دو عمود با هم برابرند.



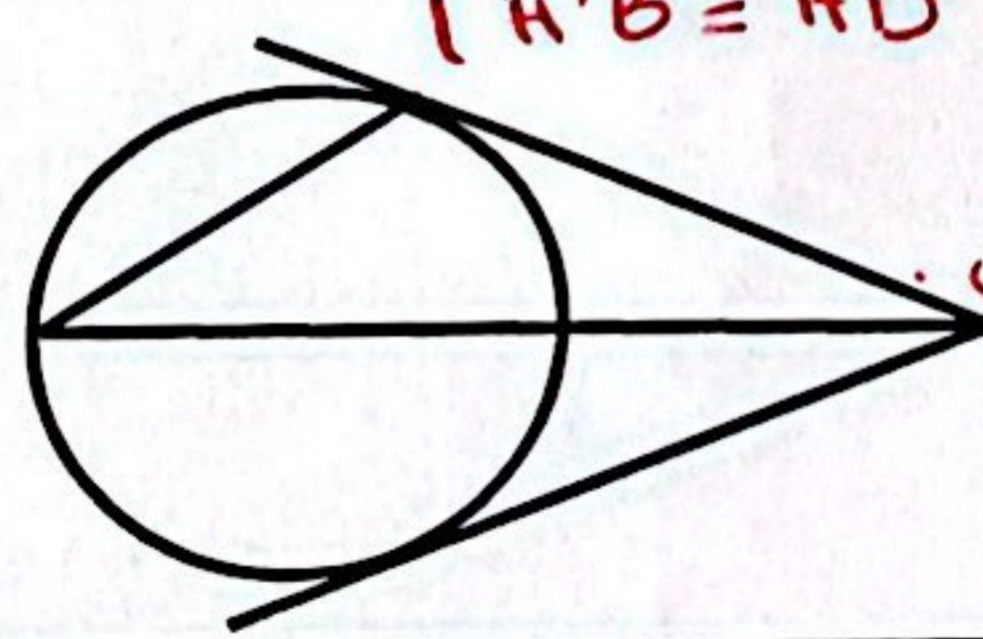
فرض: $AB = CD$

حکم: $OH = OH'$

$$\begin{cases} \angle H = \angle H' = 90^\circ \\ OH = OH' \\ OB = OD \end{cases} \Rightarrow \triangle OHB \cong \triangle OH'D$$

مساوی آنرا به خط از مرکز دایره بر دو وتر عمود باشد آن را نصف می‌کند. $CH = HD = AH' = H'B$

اگر $AC = 130$ باشد، اندازه زاویه ABM چقدر است؟



نقطه‌نگاری مثلث هانسون

۴۸	۴۶	۴۸	۵۲	۴۱
۴۳	۴۰	۴۹	۵۲	۵۲
۴۹	۴۹	۵۱	۵۲	۴۷
۵۴	۴۷	۴۳	۴۱	۵۲
۵۶	۴۹	۴۳	۴۱	۵۸

داده های آماری وزن یک کلاس ۲۵ نفره را مطابق جدول زیر بدست آورده ایم. این داده ها را در ۴ دسته، طبقه بندی کرده و سپس طبق جدول، میانگین بدست آمده چقدر است؟

$$\text{دامنه تغییرات} = 49 - 41 = 8$$

$$\text{طول دسته} = \frac{8}{4} = 2$$

مورد	فراوانی	مرکز دسته	مرکز × فراوانی
$41 \leq x < 43$	5	42,5	212,5
$43 \leq x < 45$	11	44,5	489,5
$45 \leq x < 47$	5	46,5	232,5
$47 \leq x < 49$	4	48,5	194
	25		1343,5

$$\text{میانگین} = \frac{1343,5}{25} = 53,74$$