

نام و نام خانوادگی:		بسمه تعالی	
نام منطقه / ناحیه:		اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی	
نام دبیرستان:		اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری	
نام دبیر:			
آزمون امتحان شبه نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحات: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۱۶	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	شماره کلاس:

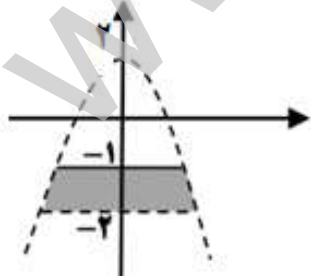
ردیف	دانش آموزان گرامی تعداد سوالات ۱۴ و در ۲ صفحه می باشد.	نمره
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل نمایید:	۱/۵
	(الف) اگر $A$ ماتریسی $3 \times 3$ باشد، مقدار دترمینان $ kA $ برابر ..... است.	
	(ب) ماتریسی که تعداد سطرها و ستون هایش برابر باشد را، ماتریس ..... می نامیم.	
	(ج) اگر خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد، بیضی به یک ..... تبدیل می شود.	
	(د) راس، محور و ..... اجزای تشکیل دهنده یک رویه مخروطی هستند.	
	(و) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از ..... خواهد گذشت.	
(ه) فاصله نقطه $A = (2, -1, 4)$ تا مبدا مختصات برابر ..... است.		
۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی نمایید:	۱
	(الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & m \\ 0 & k \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر باشد، $m + k$ برابر صفر است.	
	(ب) با داشتن مختصات دو سر قطر یک دایره، معادله آن دایره را می توان نوشت.	
	(ج) در سهمی $y^2 = 4ax$ فاصله کانون تا خط هادی برابر $4a$ است.	
(د) بردارهای $\vec{a}$ و $r\vec{a}$ همواره هم جهت هستند.		
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} a & -2 \\ b & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ دو ماتریس باشند $a$ و $b$ را طوری بیابید که ماتریس $A \times B$ قطری باشد	۱
۴	دستگاه مقابل را در نظر بگیرید: (الف) آیا این دستگاه دارای جواب است؟ چرا؟ (ب) در صورت وجود، جواب آن را با استفاده از روش ماتریس وارون بیابید	۱/۷۵
۵	(الف) ماتریس غیر قطری $2 \times 2$ مانند $A$ بیابید که $ A  = 5$ . (ب) دترمینان ماتریس مقابل را به روش ساروس بیابید.	۱/۵
۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 A  &  A  \\ 2 &  A  \end{bmatrix}$ یک ماتریس باشد و $ A  \neq 0$ آنگاه مقدار عبارت $ A ( A ^2 - 1)$ را بیابید.	۱

محل مهر آموزشگاه		بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری		نام و نام خانوادگی: نام منطقه/ناحیه: نام دبیرستان: نام دبیر:
تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	آزمون امتحان شبه نهایی درس: هندسه ۳	
شماره کلاس:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۱۶	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری	

ردیف	دانش آموزان گرامی تعداد سوالات ۱۴ و در ۲ صفحه می باشد.	نمره
۷	معادله دایره ای بنویسید که مرکز آن $O(2, 1)$ و بر خط $3x + 4y = -5$ مماس باشد.	۱/۲۵
۸	وضعیت دایره ای به مرکز $O(1, -3)$ و شعاع ۶ را با دایره $x^2 + y^2 - 14x - 10y + 58 = 0$ مشخص نمایید.	۱/۵
۹	شکل مقابل یک بیضی را نشان می دهد، اگر $OA = a, OB = b, OF = c$ ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2$	۱/۵
۱۰	فرض کنید مقدار خروج از مرکز یک بیضی برابر با $\frac{4}{5}$ و اندازه قطر بزرگ بیضی نیز برابر ۲۰ است. (الف) اندازه فاصله کانونی بیضی (فاصله بین دو کانون) را بیابید. (ب) طول قطر کوچک بیضی را به دست آورید.	۱/۵
۱۱	سهمی $y^2 + 2x + 1 = 0$ را در نظر بگیرید. مختصات نقاط برخورد این سهمی با دایره $x^2 + y^2 = 2$ را مشخص نمایید.	۱/۷۵
۱۲	یک سهمی با راس $S(2, 1)$ و کانون $F(2, 5)$ را در نظر بگیرید: (الف) معادله سهمی را بیابید. (ب) معادله خط هادی سهمی را بیابید.	۱/۲۵
۱۳	بردارهای زیر را در نظر بگیرید: $\vec{a} = \left(-\frac{1}{3}, 0, 2\right)$ , $\vec{b} = (2, 1, 1)$ (الف) اگر $r = 3$ باشد، بردار $\vec{c} = r\vec{a} - \vec{b}$ را بیابید و سپس $\vec{c}$ را بر حسب بردارهای یکه $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ نمایش دهید. (ب) با توجه به قسمت الف، طول بردار $\vec{c}$ را بیابید.	۲
۱۴	(الف) معادله صفحه ای را بنویسید که از نقطه $A = (3, 6, 5)$ بگذرد و با صفحه $xOy$ موازی باشد. (ب) شکل کلی نمودار مربوط به روابط $-2 < y \leq -1$ و $y < -x^2 + 2$ را در فضای دو بعدی $\mathbb{R}^2$ رسم کنید.	۱/۵
جمع نمره	موفق و پیروز باشید	۲۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۶	اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی	راهنمای تصحیح سوالات هندسه ۳- ریاضی-فیزیک پایه دوازدهم متوسطه دوم	
تعداد صفحه: ۴ صفحه		ساعت: ۸ صبح			
ردیف	راهنمای تصحیح امتحانات شبه نهایی			نمره	
۱	(الف) $ A  k^3$ (./۲۵)	(د) مولد (./۲۵)			
	(ب) مربعی (./۲۵)	(و) کانون سهمی (./۲۵)			
	(ج) دایره (./۲۵)	(ه) $\sqrt{A}$ (./۲۵)			
۲	(الف) نادرست (./۲۵)	(ج) نادرست (./۲۵)			
	(ب) درست (./۲۵)	(د) نادرست (./۲۵)			
۳	$A \times B = \begin{bmatrix} 8 & a \\ b & -p \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p & -4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 + 4a & -3p + 4a \\ pb - 1p & -4b - 8 \end{bmatrix}$ (./۵) چون باید $A \times B$ ماتریس قطری باشد. $\begin{cases} -3p + 4a = 0 \Rightarrow a = 8 \text{ (./۲۵)} \\ pb - 1p = 0 \Rightarrow b = 4 \text{ (./۲۵)} \end{cases}$			۱	
۴	(الف) بله، این دستگاه دارای جواب است. زیرا $\frac{3}{-1} \neq \frac{-4}{p}$ (./۲۵) (از طریق نشان دادن ناصفر بودن دترمینان ماتریس ضرایب نیز، جواب درست است.) (ب) با توجه به قسمت الف و وجود جواب، داریم: $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & p \end{bmatrix} \xrightarrow{ A =p} \text{(./۲۵)} \quad A^{-1} = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} p & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{4}{p} \\ \frac{1}{p} & \frac{3}{p} \end{bmatrix}$ (./۲۵) شکل ماتریسی دستگاه به صورت زیر است: $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \frac{4}{p} \\ \frac{1}{p} & \frac{3}{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (./۲۵) $\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ p \end{bmatrix}$ (./۲۵) $\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ p \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3 \text{ (./۲۵)} \quad , \quad y = p \text{ (./۲۵)}$			۱/۷۵	
۵	(الف) معرفی یک ماتریس غیر قطری مانند زیر صحیح است: (./۵) $A = \begin{bmatrix} p & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 4 - 1 = 5$ (ب) در صورت انجام روش ساروس و محاسبات صحیح (۱) $\begin{vmatrix} 1 & p & 3 & 1 & p \\ 4 & 5 & 4 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (5 - 1p + 0) - (-15 + 0 + 8) = -7 + 7 = 0$			۱/۵	

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۶	اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی	راهنمای تصحیح سوالات هندسه ۳ - ریاضی - فیزیک
تعداد صفحه: ۴ صفحه		ساعت ۸: صبح	پایه دوازدهم متوسطه دوم	
ردیف	راهنمای تصحیح امتحانات شبه نهایی			نمره
۶	۱	$A = \begin{bmatrix} ۲ A  &  A  \\ ۲ &  A  \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = ۲ A ^۲ - ۲ A  \Rightarrow ۲ A ^۲ - ۳ A  = ۰$ $ A (۲ A  - ۳) = ۰ \quad (./۵) \xrightarrow{ A  \neq ۰} ۲ A  - ۳ = ۰ \Rightarrow  A  = \frac{۳}{۲} \quad (./۲۵)$ $ A  = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ( A ^۲ - ۱) A  = \left(\frac{۹}{۴} - ۱\right) \times \frac{۳}{۲} = \frac{۵}{۴} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۱۵}{۸} \quad (./۲۵)$		
۷	۱/۲۵	<p>شعاع دایره <math>R = \frac{ ۳(۲)+۴(۱)+۵ }{\sqrt{۳^۲+۴^۲}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳ \quad (./۵)</math></p> $(x - \alpha)^۲ + (y - \beta)^۲ = R^۲ \quad (./۲۵) \Rightarrow (x - ۲)^۲ + (y - ۱)^۲ = ۹ \quad (./۵)$		
۸	۱/۵	<p>با توجه به معادله <math>x^۲ + y^۲ - ۱۴x - ۱۰y + ۵۸ = ۰</math>، مرکز و شعاع دایره به ترتیب</p> $o' \left( -\frac{-۱۴}{۲}, -\frac{-۱۰}{۲} \right) = (۷, ۵) \quad R' = \frac{1}{۲} \sqrt{۱۹۶ + ۱۰۰ - ۲۳۲} = ۴$ <p>(اگر شعاع و مرکز را از روش مربع کامل کردن نیز محاسبه کرده باشد، درست است.)</p> $oo' = \sqrt{۳۶ + ۶۴} = ۱۰ \quad (./۲۵), \quad R + R' = ۶ + ۴ = ۱۰ \quad (./۲۵)$ <p>بنابراین، چون <math>oo' = R + R'</math> لذا دو دایره در وضعیت مماس بیرون هستند.</p>		
۹	۱/۵	<p>چون نقطه <math>B</math> روی عمود منصف پاره خط <math>FF'</math> قرار دارد. بنابراین، <math>BF = BF'</math> (./۲۵) همچنین، هر نقطه روی بیضی، مجموع فاصله هایش از دو کانون، برابر با طول قطر بزرگ بیضی است. پس:</p> $BF + BF' = ۲a \xrightarrow{BF=BF'} BF = BF' = a$ <p>لذا با استفاده از رابطه فیثاغورث در مثلث <math>BOF</math> داریم:</p> $BF^۲ = OB^۲ + OF^۲ \Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ \quad (./۲۵)$		
۱۰	۱/۵	<p>طول قطر بزرگ بیضی <math>AA' = ۲a = ۲۰ \Rightarrow a = ۱۰ \quad (./۲۵)</math></p> <p>خروج از مرکز بیضی <math>e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{۴}{۵} = \frac{c}{۱۰} \Rightarrow c = ۸ \quad (./۲۵)</math></p> <p>اندازه فاصله کانونی (الف) <math>FF' = ۲c = ۲ \times ۸ = ۱۶ \quad (./۲۵)</math></p> <p>رابطه مهم در بیضی (ب) <math>a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۱۰۰ = b^۲ + ۶۴ \Rightarrow b = ۶ \quad (./۵)</math></p> <p>طول قطر کوچک بیضی <math>BB' = ۲b = ۲ \times ۶ = ۱۲ \quad (./۲۵)</math></p>		
ادامه در صفحه سوم				

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۶	اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی	راهنمای تصحیح سوالات هندسه ۳- ریاضی-فیزیک
تعداد صفحه: ۴ صفحه		ساعت: ۸ صبح	پایه دوازدهم متوسطه دوم	
نمره	راهنمای تصحیح امتحانات شبه نهایی			ردیف
۱/۷۵	$\begin{cases} y^p + px + 1 = 0 \\ x^p + y^p = p \end{cases} \Rightarrow x^p + (-px - 1) = p \quad (./۲۵) \Rightarrow x^p - px - ۳ = 0$ $x = ۳ \quad (./۲۵), x = -1 \quad (./۲۵)$ $x = -1 \Rightarrow y^p = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \quad (./۲۵) \Rightarrow (-1, 1) \quad (./۲۵), (-1, -1) \quad (./۲۵)$ $x = ۳ \Rightarrow y^p = -۷ \quad (./۲۵)$			۱۱
۱/۲۵	<p>الف) با توجه به راس و کانون داده شده، سهمی قائم است (./۲۵)</p> $S(h, k) = (p, 1)$ $a = ۵ - ۱ = ۴ > 0 \quad (./۲۵)$ <p>با توجه به علامت <math>a</math> دهانه سهمی نیز رو به بالاست. (./۲۵)</p> $(x - h)^p = ۴a(y - k) \Rightarrow (x - p)^p = ۱۶(y - 1) \quad (./۲۵)$ <p>ب)</p> <p>معادله خط هادی سهمی <math>y = -۳</math> (./۲۵)</p> <p>(اگر راس، کانون، خط هادی و شکل سهمی به صورت صحیح رسم شده باشند نیز، نمره کامل تعلق می گیرد.)</p>			۱۲
۲	<p>الف) <math>\vec{c} = ۳\left(-\frac{1}{۳}, 0, p\right) - (p, 1, 1) = (-۳, -1, ۵) \quad (./۷۵)</math></p> <p>ب) طول بردار <math>\vec{c}</math></p> $\vec{c} = -۳\vec{i} - \vec{j} + ۵\vec{k} \quad (./۲۵)$ $ \vec{c}  = \sqrt{(-۳)^p + (-1)^p + (۵)^p} = \sqrt{۹ + 1 + ۲۵} = \sqrt{۳۵} \quad (۱)$			۱۳
۱/۵	<p>الف) <math>Z = ۵</math> (./۵)</p> <p>ب) رسم نمودار مربوطه (سهمی) به طوری که خطوط و خط چین و اعداد مشخص باشد. (۱)</p> 			۱۴
۲۰	جمع نمره	نظر همکاران و مصححین گرامی، صائب است.		

راهنمای بررسی محتوای مربوط به سوالات امتحان شبیه نهایی هندسه ۳ بر اساس کتاب درسی									
صفحه ۴۴	۸	۵	و	د	ج	ب	الف	۱	
		صفحه ۶۶	صفحه ۵۶	صفحه ۳۴	صفحه ۴۹	صفحه ۱۲	صفحه ۳۱		
صفحه ۴۸	۹			د	ج	ب	الف	۲	
				صفحه ۷۰	صفحه ۵۲	صفحه ۴۲	صفحه ۱۲		
صفحه ۴۷ الی ۴۹	۱۰	صفحه ۲۱							۳
صفحه ۵۸	۱۱	صفحه ۳۱							۴
صفحه ۵۴	۱۲	صفحه ۱۲، ۲۹ و ۳۰							۵
صفحه ۷۶	۱۳	صفحه ۳۰							۶
صفحه ۶۲ و ۶۸ و ۶۳	۱۴	صفحه ۴۳							۷