

سؤالات درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲ / ۲ / ۱۸	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه‌سازی امتحانات نهایی سال ۱۴۰۲		گروه ریاضی استان همدان آدرس کانال شاد: @riazihmd1	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	<p>جاهای خالی را کامل کنید.</p> <p>الف) اگر صفحه‌ای یک مخروط را طوری قطع کند که با مولد موازی باشد، ولی از راس مخروط عبور نکند شکل حاصل کروی است.</p> <p>ب) اگر ضرب داخلی دو بردار عددی منفی باشد، زاویه بین آنها منفرجه است.</p> <p>ج) مرکز همه دایره‌های با شعاع r، که بر یک خط مماس هستند، روی دو خط موازی مواز دایره است.</p> <p>د) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، مخروط را برش دهد، شکل حاصل دو مخروط متقاطع است.</p>	۱
۲	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر برای ماتریس‌های متمایز A, B, C داشته باشیم، $AB=AC$، آنگاه لزوماً $B=C$ است نادرست</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d, d' به یک فاصله‌اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می‌باشد. درست</p> <p>پ) نقطه $(-2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 + 2x = 0$ قرار دارد. نادرست</p> <p>ت) برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b}، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ است. درست</p>	۲
۳	<p>قضیه: ثابت کنید وارون هر ماتریس 2×2 در صورت وجود منحصر بفرده است.</p> <p>قضیه ثابت</p>	۳
۴	<p>اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت زیر معرفی شده باشد، درآیه‌های ماتریس A را مشخص کنید.</p> $A = \begin{cases} 2i^2 & i > j \\ i + 2j & i = j \\ \sqrt{i} & i < j \end{cases} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & \sqrt{2} \\ 18 & 18 & 9 \end{bmatrix}$	۴
۵	<p>الف) ماتریس 3×3 مثال بزنید که در معادله $2 A ^2 + 5 A - 7 = 0$ صدق کند. این جواب است</p> <p>بعضی موارد درجه ۲ درست می‌آید</p> $ A = -\frac{7}{2} \quad A = 1$ <p>$\begin{bmatrix} -\frac{7}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و ...</p> <p>ب) اگر A ماتریس 2×2 باشد و $A = 5$ در این صورت حاصل $2A A$ را بیابید.</p> $ 12A A = 2A ^2 A = (2^2 A)^2 A = 2^4 A ^2 A $ $= 16 A ^3 = 16 \times 5^3 = 2000$	۵

سؤالات درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲ / ۲ / ۱۸	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه سازی امتحانات نهایی سال ۱۴۰۲		گروه ریاضی استان همدان آدرس کانال شاد: @riazihmd1	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۶	<p>دستگاه مقابل را با کمک ماتریس معکوس حل کنید.</p> $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ -3x + y = -3 \end{cases}$ $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ $ A = -1 \neq 0$ $A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = -4 + 6 = 2 \\ y = -12 + 15 = 3 \end{cases}$	۱/۵
۷	<p>نقطه A, B, C در صفحه مفروضند. نقطه ای بیابید که از A, B, C به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی متر باشد (بحث کنید) از A و B به یک فاصله باشند روی عمود منصف AB قرار دارد ← خط d محل برخورد خط دایره از C به فاصله ۳ باشد روی دایره ای به مرکز C و شعاع ۳ قرار دارد</p> <p>سه حالت دارد:</p> <p>۱ جواب بی جواب، ۲ جواب، ۳ جواب</p>	۱/۵
۸	<p>معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن O(۰,۱) و بر خط به معادله x + y = 2 و تری به طول 2√2 ایجاد کند.</p> $OH = \frac{ 0+1-2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $AH = \frac{1}{2} AB = \sqrt{2}$ $OA^2 = OH^2 + AH^2$ $\Rightarrow R^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$ $(x-0)^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow x^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$	۱
۹	<p>معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن O(۰,۱) بوده و با دایره x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3 مماس داخلی باشد.</p> $O_1 = (0, 1), R_1 = ?$ $O_2 = (2, 3)$ $R_2 = \frac{1}{2} \sqrt{14 + 36 + 12} = \frac{1}{2} \sqrt{44} = \sqrt{11}$ $d = O_1 O_2 = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ $ R_1 - R_2 = d$ $\Rightarrow R_1 - \sqrt{11} = \sqrt{5}$ $\Rightarrow R_1 - \sqrt{11} = \pm \sqrt{5} \Rightarrow R_1 = \sqrt{11} \pm \sqrt{5}$ $x^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{5})^2$ $x^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{11} - \sqrt{5})^2$	۱/۵
۱۰	<p>وضعیت خط 3x + 4y = 0 و دایره زیر را مشخص کنید.</p> $x^2 + y^2 - 4x - 4y = -7$ $y = -\frac{3}{4}x \Rightarrow x^2 + \left(-\frac{3}{4}x\right)^2 - 4x + 3x + 7 = 0$ $x^2 + \frac{9}{16}x^2 - x + 7 = 0$ $15x^2 - 14x + 112 = 0$ $\Delta = 256 - 1120 < 0$ <p>هیچ برخوردی با هم ندارند</p>	۱

روش دوم:

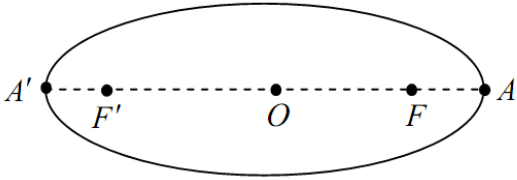
$$O = (2, 2) \quad R = \frac{1}{2} \sqrt{14 + 14 - 28} = \frac{1}{2} \sqrt{4} = 1$$

$$OH = \frac{|3(2) + 4(2)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{14}{5} > 1$$

OH > R ⇒ هیچ برخوردی ندارند

سؤالات درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲ / ۲ / ۱۸	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه‌سازی امتحانات نهایی سال ۱۴۰۲		گروه ریاضی استان همدان آدرس کانال شاد: @riazihmd1	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱۱	<p>در بیضی روبرو نقاط A, A' دو سر قطر بزرگ و نقاط F, F' کانون های بیضی هستند ثابت کنید: $A'F' = AF$</p>  <p> $AF = OA - OF = a - c$ $A'F' = OA' - OF' = a - c$ $\left. \begin{matrix} AF = a - c \\ A'F' = a - c \end{matrix} \right\} AF = A'F'$ </p>	۱
۱۲	<p>در یک دیش مخابراتی به شکل سهموی با دهانه دایره ای به قطر ۶۰ و گودی (عمق) ۹ واحد مفروض است. فاصله کانونی این دیش را بدست آورید.</p> <p> $\alpha_0 = 30 \Rightarrow \text{قطر} = 60$ $y_0 = 9 = \text{گودی}$ $\alpha = \frac{\alpha_0^2}{4y_0} = \frac{30^2}{4(9)} = \frac{900}{36} = \frac{100}{4} = 25$ </p> <p>رابطه کانونی</p>	۱/۵
۱۳	<p>به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) اگر $y = b$ معادله صفحه‌ای در فضای R^3 باشد که از نقطه $A = (2, -3, 4)$ بگذرد. مقدار عددی b چقدر است؟</p> <p>ب) معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ مربوط به کدام محور در دستگاه مختصات R^3 است؟ محور Z ها</p> <p>پ) در فضای R^3، نقطه A به عرض ۲ و ارتفاع ۳ روی صفحه YOZ و نقطه $B = (-4, 6, -3)$ مفروض اند مختصات وسط AB را بیابید.</p> <p> $A \Rightarrow x=0 \Rightarrow A = (0, 2, 3)$ و $B = (-4, 4, -3)$ $M = \left(\frac{0-4}{2}, \frac{2+4}{2}, \frac{3-3}{2} \right) = (-2, 3, 0)$ </p>	۱/۵

سؤالات درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲ / ۲ / ۱۸	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه سازی امتحانات نهایی سال ۱۴۰۲		گروه ریاضی استان همدان آدرس کانال شاد: @riazihmd1	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱۴	<p>بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار \vec{b} بیابید.</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2(1) - 1(-1) + 2(0) = 2 + 1 + 0 = 3$ $ \vec{b} ^2 = 1^2 + (-1)^2 + 0^2 = 2$ $a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{3}{2} (1, -1, 0) \Rightarrow a' = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0\right)$	۱
۱۵	<p>بردارهای \vec{a} و \vec{b} به طولهای $\vec{a} = 3$ و $\vec{b} = 24$ و اندازه ضرب خارجی $\vec{a} \times \vec{b} = 72$ مفروض اند. اگر زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کمتر از 90° باشد، مقدار ضرب داخلی دو بردار را بیابید.</p> $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta \Rightarrow 3 \times 24 \sin \theta = 72 \Rightarrow \sin \theta = \frac{72}{3 \times 24} = \frac{12}{12} = 1$ $\cos \theta = \frac{5}{13}$ <p>زاویه θ حاده است پس</p> $a \cdot b = \vec{a} \vec{b} \cos \theta = 3 \times 24 \times \frac{5}{13} = 20$ <p>یا از رابطه مقابل استفاده کنیم:</p> $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (a \cdot b)^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2$	۱
۱۶	<p>مقدار m را طوری بیابید که سه بردار $\vec{a} = (2, -1, 3)$ و $\vec{b} = (0, m, -1)$ و $\vec{c} = (1, -2, 3)$ در یک صفحه باشند.</p> $a \cdot (b \times c) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & m & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2(3m - 2) - 0 + 1(1 - 3m) = 0$ $\Rightarrow 4m - 4 + 1 - 3m = 0 \Rightarrow 3m - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 1}$	۱/۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید