

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱/۲۹	بسمه تعالی	سؤالات شبه نهایی درس: ریاضی ۳
زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه	آموزش و پرورش استان کرمانشاه	بایه دوازدهم دوره دوم متوسطه رشته تجربی
تعداد صفحات: ۲ صفحه	مرکز سنجش و بایش کیفیت آموزشی	نام و نام خانوادگی:
تعداد سؤالات: ۱۷	(نوبت صبح)	دانش آموزان سراسر استان در فروردین ۱۴۰۲

امام علی (ع) فرمود: کسی که با دانش خود به بیکار با جهل خویش برخیزد، به بالاترین خوشبختی می رسد.

بارم	متن سؤالات صفحه ی اول	ردیف
۰/۵	هر یک از جمله های زیر را با عبارت مناسب طوری کامل نمایید که یک گزاره صحیح حاصل شود. الف) در تابع $f(x) = 2x^2 + ax^2 + 10$ داریم $f''(1) = 4$. مقدار a برابر است با ب) اگر $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$ و $g(1) = 4$ و $g'(1) = -2$ باشد حاصل $(f \cdot g)'(1)$ برابر است با	۱
۰/۷۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{x} + 5}{1 - x^2}$ برابر ۵ می باشد. ب) اگر $f = \{(2,1), (3,5), (-1,7)\}$ و $g(x) = x^2 + x$ مقدار $(g \circ f^{-1})(7)$ برابر است با صفر. ج) سطح مقطع استوانه با صفحه مایلی که با فاعده های استوانه متقاطع نباشد، سهمی است.	۲
۰/۷۵	اگر دامنه و برد تابع f برابر با $D_f = [-1, 2]$ و $R_f = [-2, 2]$ دامنه و برد تابع $1 - 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ را به دست آورید.	۳
۱	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$, $g(x) = 2x-1$ دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست آورید.	۴
۱	ضابطه تابع مثلثاتی مربوط به نمودار زیر را بنویسید. 	۵
۱	معادله مثلثاتی زیر را حل کرده، جواب های کلی آن را بنویسید. $2 \sin x + \cos 2x = 1$	۶
۱/۵	حاصل حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{[x]}{ 3x + 1 }$	۷
۱	معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = -x^3 + 2x - 1$ را در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی به دست آورید.	۸

ردیف	متن سوالات صفحه ی دوم	بارم
۹	الف) مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, x \geq 0 \\ x^3 - 1, x < 0 \end{cases}$ را در $x = 0$ بررسی کنید. ب) ضابطه f' را بنویسید. ج) نمودار f' را رسم کنید.	۱/۵
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (محاسبه لازم نیست) الف) $f(x) = (2x^7 + 1)(-x^7 + 7x - 2)^5$ ب) $g(x) = \frac{9x + 5}{\sqrt{x}}$	۱/۷۵
۱۱	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ بر حسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه ای و سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 4]$ با هم برابرند؟	۱
۱۲	در تابع $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود بیابید.	۱
۱۳	اکستریم های مطلق تابع $y = x^3 - 3x^2 + 4$ را در بازه $[-2, 1]$ به دست آورید.	۱
۱۴	مطابق شکل روبرو از نقطه A روی منحنی تابع $y = 6 - x^2$ خطوطی بر محور x ها و y ها عمود کرده ایم. بیشترین مساحت مستطیل ABCD چقدر است؟ 	۱
۱۵	معادله دایره ای به مرکز $(-1, -3)$ را بنویسید که با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ مماس بیرون باشد.	۱/۵
۱۶	کانون های یک بیضی $(1, -5)$ و $(1, 3)$ است. اگر $a = 6$ باشد. الف) مرکز بیضی را بیابید. ب) اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۷	دو کیسه یکسان داریم. کیسه اول شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است و کیسه دوم شامل ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه است از کیسه اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده و در کیسه دوم قرار می دهیم سپس یک مهره از کیسه دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سفید است؟	۲
	سرپابندی شما آرزوی ماست.	جمع بارم ۲۰نمره

۱- الف) ۴ - ۲۰ (ب) ۱ ۲۰

۲- الف) درست ۲۰ (ب) درست ۲۰ (ج) درست ۲۰

۳) $\rightarrow D_F = [-1, 2] \xrightarrow{F(\frac{x}{2})} [-2, 4] \quad (۲۰)$

$R_F = [-2, 2] \xrightarrow{-2F(\frac{x}{2})} [-4, 4] \xrightarrow{-2F(\frac{x}{2})+1} [-3, 5] \quad (۲۰)$

۴) $D_{F \circ g} = \{n \in D_g \mid g(n) \in D_F\} = \{n \in \mathbb{R} \mid \sqrt{n-1} \in [-1, 2]\} = [1, 5] \quad (۲۰)$

$(F \circ g)(n) = \sqrt{n-1} \quad (۲۰)$

۵) $T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = \frac{1}{\pi} \quad (۲۰)$

$\max = 2 \rightarrow c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad (۲۰) \rightarrow y = 2 \cos \frac{1}{\pi} x + 2 \quad (۲۰)$

$\min = 1 \rightarrow |a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (۲۰)$

$2 \sin x + 1 - 2 \sin x - 1 = 0 \quad (۲۰) \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \end{cases} \quad (۲۰)$

$-2 \sin x + 2 \sin x = 0 \quad (۲۰)$

۶) الف) $\lim_{n \rightarrow -1} \frac{(n+1)}{n+\sqrt{n+3}} \times \frac{(n-\sqrt{n+3})}{n-\sqrt{n+3}} = \lim_{n \rightarrow -1} \frac{(n+1)(n-\sqrt{n+3})}{n^2 - n - 3} \quad (۲۰)$

$= \lim_{n \rightarrow -1} \frac{(n+1)(n-1)(n-\sqrt{n+3})}{(n+1)(n-3)} = \lim_{n \rightarrow -1} \frac{(n-1)(n-\sqrt{n+3})}{n-3} = 2 \quad (۲۰)$

ب) $\frac{-1}{0^+} = +\infty \quad (۲۰)$

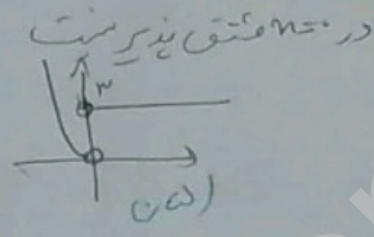
① $f'(1) = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{f(n) - f(1)}{n - 1} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{-n^3 + 2n - 1 - 0}{n - 1} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{(n-1)(-n^2 - n + 1)}{n-1} = -1$ (نوشتن صحیح)

$y - f(1) = f'(1)(n-1) \rightarrow y - 0 = (-1)(n-1)$ (نوشتن صحیح)

④ $f'_+(0) = \lim_{n \rightarrow 0^+} f'(n) = 3$ (نوشتن صحیح) و $f'_-(0) = \lim_{n \rightarrow 0^-} f'(n) = \lim_{n \rightarrow 0^-} 2n^2 = 0$ (نوشتن صحیح)

$\Rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0)$

$f'(n) = \begin{cases} 3 & n > 0 \\ 2n^2 & n < 0 \end{cases}$ (نوشتن صحیح)



⑩ الف) $f'(n) = (2n)(-n^3 + \sqrt{n} - 2) + 2(-n^3 + \sqrt{n} - 2)^2 (-2n^2 + \frac{1}{2\sqrt{n}}) (2n^2 + 1)$ (نوشتن صحیح)

ب) $g'(n) = 9\sqrt{n} - \frac{1}{2\sqrt{n}} (9n + 6)$ (نوشتن صحیح)

۱۱) $f(t) = \sqrt{t-1}$ (نوشتن صحیح) $\rightarrow \sqrt{t-1} = \sqrt{v} \rightarrow t = v + 1$ (نوشتن صحیح)

$\frac{f(t) - f(1)}{t - 1} = \frac{\sqrt{t-1} - 0}{t-1} = \frac{1}{\sqrt{t-1}}$ (نوشتن صحیح)

۱۲) $f'(n) = -2n + 2 = 0 \rightarrow n^2 = 1 \rightarrow n = \pm 1$ (نوشتن صحیح)

n	$-\infty$	-	+	+	$+\infty$
f'(n)	-	-	+	+	-
f(n)		\searrow	\nearrow	\searrow	

(نوشتن صحیح) \rightarrow min (-1, 0) (نوشتن صحیح) \rightarrow max (1, 4)

۱۳) $f'(n) = 2n^2 - 4n = 0 \rightarrow n = 0$ (نوشتن صحیح) $\rightarrow n = 2$

$f(0) = 0 \rightarrow (0, 0)$ (نوشتن صحیح)

$f(2) = 1 - 12 = -11 \rightarrow (2, -11)$ (نوشتن صحیح)

$f(-1) = -1 - 3 = -4 \rightarrow (-1, -4)$ (نوشتن صحیح)

۱۴) $y = 4 - n^2$, $S(n) = 2ny = 2n(4 - n^2) = 8n - 2n^3$ (نوشتن صحیح)

$S'(n) = 8 - 6n^2 = 0 \rightarrow n^2 = \frac{4}{3} \rightarrow n = \pm \sqrt{\frac{4}{3}} \rightarrow n = \sqrt{\frac{4}{3}}$ (نوشتن صحیح)

$S(\sqrt{\frac{4}{3}}) = 12(\sqrt{\frac{4}{3}}) - 2(\sqrt{\frac{4}{3}})^3 = 16\sqrt{\frac{2}{3}}$ (نوشتن صحیح)

$(13) \quad O = (-1, -2) \quad r' = 5 \quad (20)$
 $OO' = r + r' \quad O' = (2, 1) \quad (20)$
 $d = r + r'$
 $r = 2 \quad (20)$
 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4 \quad (20)$

$(14) \quad F = (1, -2) \Rightarrow FF' = 2c = a \rightarrow c = \frac{a}{2} \quad (20)$
 $F' = (1, 2)$
 $O = (1, -1) \quad (20)$
 $b^2 = a^2 - c^2 = 14 - 1 = 13 \rightarrow b = \sqrt{13} \quad (20)$
 $BB' = 2b = 2\sqrt{13} \quad (20)$
 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (20)$

نوبت ہے